

理论攻坚-数学运算 2

(讲义+笔记)

主讲教师：赵艳婷

授课时间：2021.01.23



粉笔公考·官方微信

理论攻坚-数学运算 2（讲义）

第四节 基础运算

一、简单计算

1. 尾数法：

（1）什么时候用？

①做加、减、乘、乘方计算；②选项的尾数不同。

（2）怎么用？只取最后一位进行计算，结果也只保留最后一位。

2. 基础公式

交换律： $a*b*c=a*c*b$ ， $a+b+c=a+c+b$

分配律： $ac+bc=(a+b)*c$

平方差公式： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3. 定义新运算：新的运算符号，按规定计算。原有规则：先算括号，再算乘除，最后算加减

【例 1】 $2017*2016-2015*2014=(\quad)$ 。

- A. 7840
B. 8064
C. 8038
D. 8062

【例 2】 $2012*0.491+856.672+2012*0.146+143.328+2012*0.363=(\quad)$ 。

- A. 2013.39
B. 2013
C. 3012D. 3
012.39

【例 3】 $2019*2019-2020*2018$ 的值是多少？（ ）

- A. 1
B. 11
C. 21
D. 31

【例 4】规定如下运算法则：

2. 不规则图形

常用周长公式：

$$C_{\text{正方形}}=4a; C_{\text{长方形}}=2*(a+b); C_{\text{圆}}=2\pi R$$

常用面积公式：

$$S_{\text{正方形}}=a^2; S_{\text{菱形}}=\text{对角线乘积}/2; S_{\text{长方形}}=ab; S_{\text{平行四边形}}=ah;$$

$$S_{\text{三角形}}=1/2*ah; S_{\text{梯形}}=1/2*(a+b)*h; S_{\text{圆}}=\pi R^2; S_{\text{扇形}}=n/360*\pi R^2$$

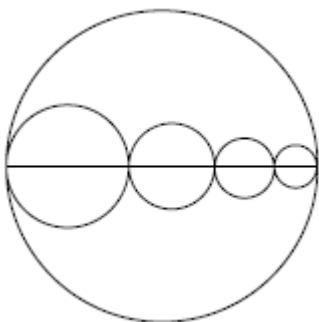
常用表面积公式：

$$S_{\text{正方体}}=6a^2; S_{\text{长方体}}=2ab+2bc+2ac; S_{\text{球}}=4\pi R^2; S_{\text{圆柱}}=2\pi R^2+2\pi Rh$$

常用体积公式：

$$V_{\text{正方体}}=a^3; V_{\text{长方体}}=abc; V_{\text{柱体}}=Sh; V_{\text{锥体}}=1/3*Sh; V_{\text{球}}=4/3\pi R^3$$

【例 1】如图所示，一半径为 10 厘米的大圆内有四个圆心在大圆同一直径上的彼此相切的小圆，则此四个小圆的周长之和是（ ）厘米。



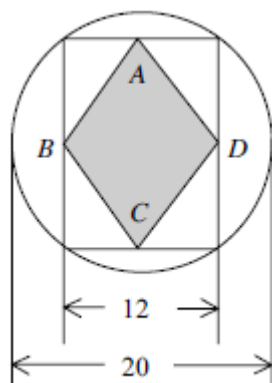
A. 100π

B. 40π

C. 20π

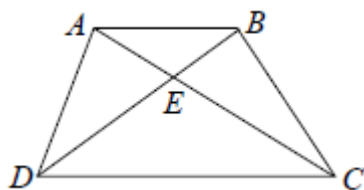
D. 25π

【例 2】在如图所示的圆形广场上举办一个市民文艺活动，参加活动的 n 名市民排成如图中 ABCD 的菱形方阵（图中数字单位为米）。已知方阵面积为 m 平方米，且 $n=2m$ ，则 n 的值为（ ）。



- A. 96 B. 120
C. 192 D. 240

【例 3】如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，AB 与 CD 的边长分别为 4 厘米和 8 厘米。已知三角形 ABE 的面积为 4 平方厘米，那么四边形 ABCD 的面积为多少平方厘米？（ ）

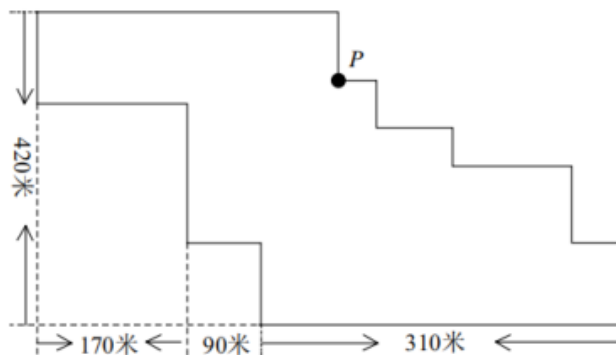


- A. 24 B. 30
C. 32 D. 36

【例 4】有一块直角梯形形状的草地，上底与下底的长度之比为 3:4，现在要扩充其面积，将上底增加了 15 米，下底变成以前的 2 倍，正好变成一个正方形。问原来草地的面积是多少平方米？（ ）

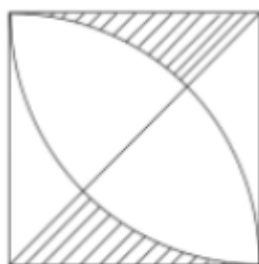
- A. 252 B. 268
C. 289 D. 324

【例 5】张先生习惯每天晚饭后出门散步，以下是他某天用手机 App 记录的散步路径，其中 P 点为起始点和终点，假设张先生每分钟走 60 米，若中间不停留，他走一圈需要（ ）。



- A. 17 分钟 B. 33 分钟
C. 25 分钟 D. 30 分钟

【例 6】某小区规划建设一块边长为 10 米的正方形绿地。如图所示，以绿地的 2 个顶点为圆心，边长为半径分别作扇形，把绿地划分为不同的区域。小区现准备在图中阴影部分种植杜鹃，则杜鹃种植面积为（ ）平方米。



- A. $100 - 25\pi$ B. $200 - 35\pi$
C. $200 - 50\pi$ D. $100\pi - 100$

第六节 排列组合与概率

【例 1】某食堂每天午餐提供套餐，包含主食和肉菜各 1 种，青菜 2 种。用餐者可以从 2 种主食，2 种肉菜和 3 种青菜中进行选择，那么食堂每天售出的套餐中有（ ）种可能的搭配？

- A. 7 B. 9
C. 12 D. 24

【例 2】某校庆晚会上，对 6 个不同节目排演出顺序，若节目甲只能排在最

前，节目乙不能排在最后，则共有多少种不同的排法？

- A. 120
- B. 96
- C. 78
- D. 24

【例 3】从 19、20、21、……、98、99 这 81 个数中，选取两个不同的数，使其和为偶数的选法有（ ）种。

- A. 1620
- B. 1580
- C. 1540
- D. 1600

【例 4】单位 3 个科室分别有 7 名、9 名和 6 名职工。现抽调 2 名来自不同科室的职工参加调研活动，问有多少种不同的挑选方式？（ ）

- A. 146
- B. 159
- C. 179
- D. 286

【例 5】某单位共 100 人，男女比例为 3: 2，未婚的有 30 人，现随机抽取一人，结果为已婚男性的最大概率是（ ）。

- A. 0. 4
- B. 0. 42
- C. 0. 18
- D. 0. 6

【例 6】乒乓球队员甲、乙技术水平相当，为一决胜负，他俩需进行五局比赛，规定五局三胜者为胜。已知前两局比赛甲获胜，这时乙最终获胜的概率是（ ）。

- A. $1/10$
- B. $1/8$
- C. $1/9$
- D. $1/6$

【例 7】甲、乙两人进行定点投篮比赛，各投两次，投中次数多的获胜。已知甲投中的概率为 0. 7，乙投中的概率为 0. 6，则比赛中，乙战胜甲的概率为（ ）。

- A. 小于 0. 1
- B. 在 0. 1~0. 2 之间
- C. 在 0. 2~0. 3 之间
- D. 大于 0. 3

理论攻坚-数学运算 2（笔记）

数学运算课程安排		
时间	1月23日下午	1月23日晚上
内容	数学运算一	数学运算二
	工程问题 行程问题 经济利润	计算问题 几何问题 排列组合与概率

【注意】考情：排列组合与概率相对较难。

1. 数量关系 10 题（数推 3 题，数运 7 题）。
2. 资料分析 15 题。

第四节 基础运算

【注意】基础计算：很简单。

1. 简单计算：简单。
2. 等差数列：需要掌握公式。

一、简单计算

1. 尾数法：

（1）什么时候用？

①做加、减、乘、乘方计算；②选项的尾数不同。

（2）怎么用？只取最后一位进行计算，结果也只保留最后一位。

2. 基础公式

交换律： $a*b*c=a*c*b$ ， $a+b+c=a+c+b$

分配律： $ac+bc=(a+b)*c$

平方差公式： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3. 定义新运算：新的运算符号，按规定计算。原有规则：先算括号，再算乘除，最后算加减

【知识点】简单计算：

1. 尾数法：+、-、*、方。

(1) 适用：选项尾数不同。

(2) 应用：选末一位计算。

(3) 【例】 345×251

A. 86595

B. 83452

C. 78761

D. 69320

答：选项末位数字都不一样，用尾数法，尾数 $5 \times$ 尾数 $1 =$ 尾数 5 ，对应 A 项。

2. 基础公式：

(1) 乘法分配律： $ac+bc=(a+b) \times c$ 。

(2) 【例】 $2020 \times 520 + 2020 \times 180$

答：将 2020 提出来，变为 $2020 \times (520+180)$ 即可。

(3) 平方差公式： $a^2-b^2=(a+b) \times (a-b)$ 。

(4) 【例】 $(16+7) \times (16-7)$

答：变为 16^2-7^2 计算即可。

3. 定义新运算：

(1) 特征：出现新符号（各种各样的符号）、新规则。

(2) 方法：按照规则计算，先括号，再乘除，最后加减。

【例 1】 $2017 \times 2016 - 2015 \times 2014 = (\quad)$ 。

A. 7840

B. 8064

C. 8038

D. 8062

【解析】例 1. 正常计算很麻烦，观察选项，末位数字各不相同，用尾数法，尾数 $7 \times$ 尾数 $6 -$ 尾数 $5 \times$ 尾数 $4 =$ 尾数 $2 -$ 尾数 $0 =$ 尾数 2 ，对应 D 项。【选 D】

【例 2】 $2012 \times 0.491 + 856.672 + 2012 \times 0.146 + 143.328 + 2012 \times 0.363 = (\quad)$ 。

A. 2013.39

B. 2013

C. 3012

D. 3012.39

【解析】例 2. 式子很长，先看选项，末位数字有相同，不用尾数法，A、D 项的末两位数字都是 39，且式子的后面有小数，无法确定结果是否为整数；提取公因式 2012，原式=2012*(0.491+0.146+0.363)+856.672+143.328=2012*1+1000=2012+1000=3012，对应 C 项。【选 C】

【例 3】2019*2019-2020*2018 的值是多少？（ ）

A. 1

B. 11

C. 21

D. 31

【解析】例 3. 先看选项，末位数字全是 1，不能用尾数法；从题目入手，将 2020 变为 2019+1，2018 变为 2019-1，原式=2019*2019-(2019+1)*(2019-1)=2019²-(2019²-1²)=2019²-2019²+1=1，对应 A 项。【选 A】

【例 4】规定如下运算法则：

$$x \triangle y = \begin{cases} xy, & x > 0, \\ x + y, & x \leq 0, \end{cases} \quad x \nabla y = \begin{cases} 2 \times x - 3 \times y, & x > 1, \\ x + y - 1, & x \leq 1, \end{cases} \quad \text{根据该运算法}$$

则，5△(3▽8) 的值为（ ）。

A. -18

B. 35

C. 50

D. -90

【解析】例 4. 2016 年军队文职真题，定义新运算的问题，按规则计算，基本的运算法则是一样的，先算括号里面的 3▽8，此时 x 为 3，y 为 8，则 3▽8=2*3-3*8=6-24=-18；原式变为 5△(-18)，此时 x=5，y=-18，5△(-18)=5*(-18)=-90，对应 D 项。【选 D】

【注意】有括号先算括号里面的，注意区分上三角和下三角符号。

【例 5】在初等数学加、减、乘、除运算的基础上，假设一种新的运算符号“*”，规定 x*y=(x+y)/4，若 (3*a)-2=10*2，则 a 的值是（ ）。

A. 17

B. $22/3$

C. 93

D. $5/3$

【解析】例 5. 2018 年军队文职真题，有括号先算括号里面的， $3*a = (3+a)/4$ ， $10*2 = (10+2)/4 = 3$ ，代入原式 $(3+a)/4 - 2 = 3 \rightarrow (3+a)/4 = 5 \rightarrow 3+a = 20$ ，解得 $a=17$ ，对应 A 项。【选 A】

二、等差数列

特征：相邻两项的差相等

等差数列通项公式： $a_n = a_1 + (n-1) * d$

等差数列求和公式： $S_n = (a_1 + a_n) / 2 * n = \text{中位数} * \text{项数} = \text{平均数} * \text{项数}$

【知识点】等差数列：相邻两项之间的差值固定不变，比如 2、4、6、8、10、12，是公差为 2 的等差数列， $a_1=2$ ， $d=2$ 。

1. 通项公式： $a_n = a_1 + (n-1) * d$ 。比如已知 $a_1=2$ ， $d=2$ ， $a_{10}=2 + (10-1) * 2 = 20$ 。

2. 求和公式： $S_n = [(a_1 + a_n) * n] / 2$ 。比如已知 $a_1=2$ ， $a_{10}=20$ ， $S_{10} = (2+20) * 10 / 2$ 。

3. 中项求和公式： $S_n = (a_1 + a_n) * n / 2 = \text{平均数} * n$ 。等比数列在数学运算中考得很少。

(1) n 为奇数： $S_n = \text{中间项} * n$ 。中间项就是平均数，比如 2、4、6、8、10，共有 5 项， $S_n = (2+10) * 5 / 2$ ，此时 $(2+10) / 2 = 6$ 正好是中间项， $S_5 = a_3 * 5$ 项 $= 6 * 5$ 。

(2) n 为偶数项： $S_n = \text{中间两项和} / 2 * n$ 。比如 2、4、6、8、10、12，中间值为 6 和 8 的中间值， $S_6 = (a_3 + a_4) / 2 * 6$ 项。

4. 奇数项的中间项：第 $(n+1) / 2$ 项。

(1) $n=13$ ，中间项（第 7 项）， $S_{13} = a_7 * 13$ 。总共 13 项，前面 6 项，后面 6 项，中间正好多出来一项 \rightarrow 第 7 项。

(2) $n=21$ ，中间项（第 11 项）， $S_{21} = a_{11} * 21$ 。

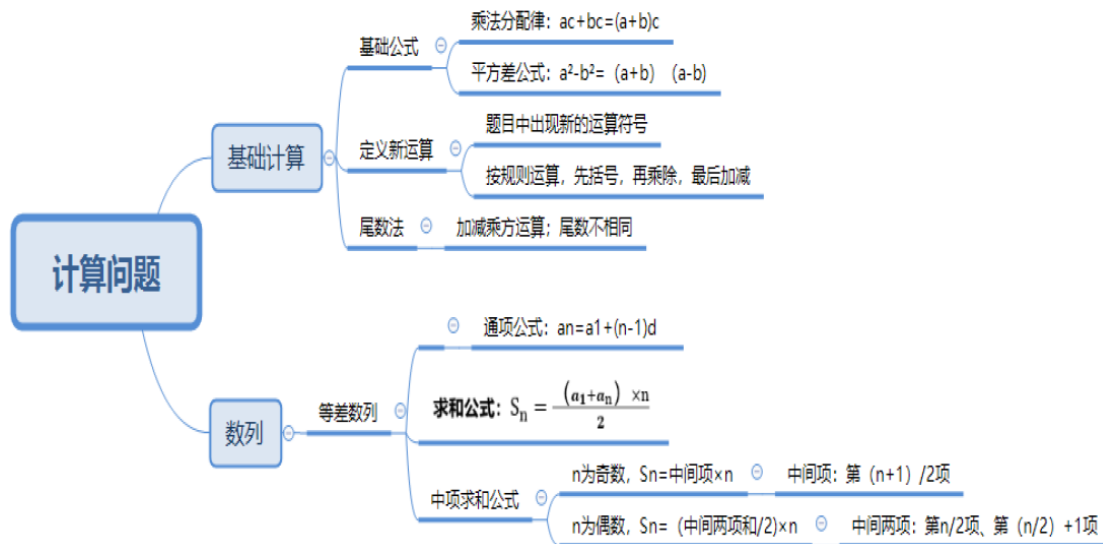
5. 偶数项的中间项（考查较少）：第 $n/2$ 项、第 $n/2+1$ 项。

(1) $n=12$ ，中间项（第 6 项、第 7 项）， $S_{12} = (a_6 + a_7) / 2 * 12$ 。

(2) $n=22$ ，中间项（第 11 项、第 12 项）， $S_{22} = (a_{11} + a_{12}) / 2 * 22$ 。

$$1. a_n = a_1 + (n-1) * d。$$

$$2. S_n = [(a_1 + a_n) * n] / 2。$$



【注意】计算问题：

1. 基础计算：

(1) 基础公式：

①乘法分配律： $ac+bc=(a+b) * c。$

②平方差公式： $a^2-b^2=(a+b) * (a-b)。$

(2) 定义新运算：

①题目中出现新的运算符号。

②按规则运算，先括号，再乘除，最后加减。

(3) 尾数法：加减乘方运算：尾数不相同。

2. 数列：等差数列。

(1) 通项公式： $a_n=a_1+(n-1) * d。$

(2) 求和公式： $S_n=[(a_1+a_n) * n] / 2。$

(3) 中项求和公式：

①n 为奇数： $S_n=中间项 * n；中间项：第 (n+1) / 2 项$

②n 为偶数： $S_n=中间两项和 / 2 * n；中间两项：第 n/2 项、第 n/2+1 项。$

第五节 典型几何问题

【注意】几何问题：难度不大，基本考查平面几何。

1. 规则图形。
2. 不规则图形。

1. 规则图形

2. 不规则图形

常用周长公式：

$$C_{\text{正方形}}=4a; C_{\text{长方形}}=2*(a+b); C_{\text{圆}}=2\pi R$$

常用面积公式：

$$S_{\text{正方形}}=a^2; S_{\text{菱形}}=\text{对角线乘积}/2; S_{\text{长方形}}=ab; S_{\text{平行四边形}}=ah;$$

$$S_{\text{三角形}}=1/2*ah; S_{\text{梯形}}=1/2*(a+b)*h; S_{\text{圆}}=\pi R^2; S_{\text{扇形}}=n/360*\pi R^2$$

常用表面积公式：

$$S_{\text{正方体}}=6a^2; S_{\text{长方体}}=2ab+2bc+2ac; S_{\text{球}}=4\pi R^2; S_{\text{圆柱}}=2\pi R^2+2\pi Rh$$

常用体积公式：

$$V_{\text{正方体}}=a^3; V_{\text{长方体}}=abc; V_{\text{柱体}}=Sh; V_{\text{锥体}}=1/3*Sh; V_{\text{球}}=4/3\pi R^3$$

【知识点】规则图形——周长、面积公式。

1. 长度相关公式：正方形周长： $C_{\text{正方形}}=4a$ ；长方形周长： $C_{\text{长方形}}=2*(a+b)$ ；圆形周长： $C_{\text{圆}}=2\pi r$ 。


长度相关公式

$$\text{正方形周长：} C_{\text{正方形}}=4a \quad \text{长方形周长：} C_{\text{长方形}}=2(a+b)$$


$$\text{圆形周长：} C_{\text{圆}}=2\pi r$$

2. 面积相关公式： $S_{\text{正方形}}=a^2$ ； $S_{\text{长方形}}=ab$ ； $S_{\text{菱形}}=\text{对角线乘积}/2=(AC*BD)/2$ （菱形指四条边相等，且两条对角线互相垂直）； $S_{\text{平行四边形}}=ah$ ； $S_{\text{三角形}}=1/2*ah$ ； $S_{\text{梯形}}=1/2*(a+b)*h$ ； $S_{\text{圆}}=\pi r^2$ 。

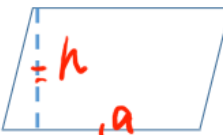
面积相关公式



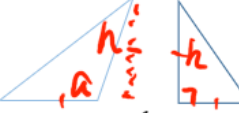
$$S_{\text{正方形}} = a^2$$



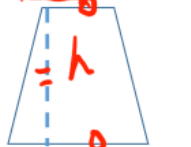
$$S_{\text{长方形}} = ab$$




$$S_{\text{平行四边形}} = ah$$




$$S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2}ah$$



$$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)h$$



$$S_{\text{圆}} = \pi r^2$$



$$S_{\text{菱形}} = \text{对角线乘积} \div 2$$

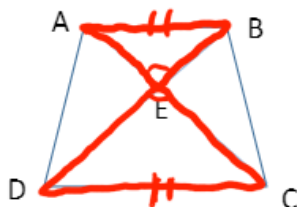
$$= \frac{AC \times BD}{2}$$

id:50104280

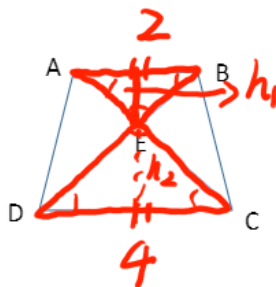
3. 几何问题：常见性质。

(1) 相似三角形：

①特征：平行边，三角形。比如 $AB \parallel DC$ ，有很多的三角形，则一定有相似三角形， $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ 。



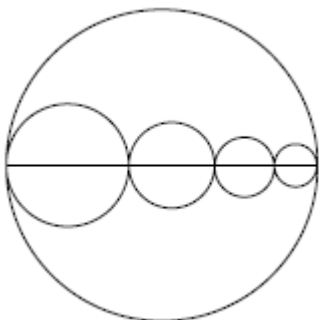
②性质：相似比是对应边之比，也是对应高之比。假设 $AB=2$ ， $CD=4$ ，相似比 $= 2/4 = 1/2$ ，只要是梯形即可；假设上面的高为 $h_1=4$ ，下面的高为 $h_2=8$ ， $h_1/h_2 = 1/2 = 4/8$ 。



(2) 直角三角形：勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 。在直角三角形的范围内才可以用，比如常见的几组数：3、4、5；6、8、10；5、12、13。

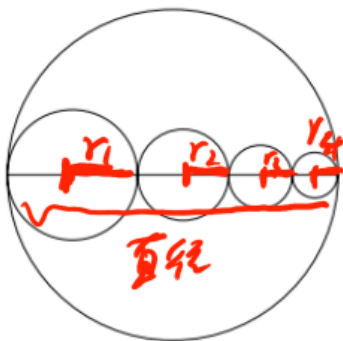


【例 1】如图所示，一半径为 10 厘米的大圆内有四个圆心在大圆同一直径上的彼此相切的小圆，则此四个小圆的周长之和是（ ）厘米。

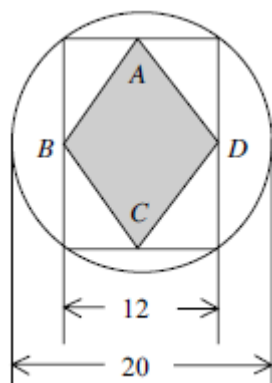


- A. 100π B. 40π
C. 20π D. 25π

【解析】例 1. $C_{\text{圆}} = 2\pi r$ ，大圆里面包小圆，半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 ，所求 $= 2\pi r_1 + 2\pi r_2 + 2\pi r_3 + 2\pi r_4 = 2\pi * (r_1 + r_2 + r_3 + r_4)$ ， $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 =$ 大圆的半径，则所求 $= 2\pi * 10 = 20\pi$ ，对应 C 项。【选 C】

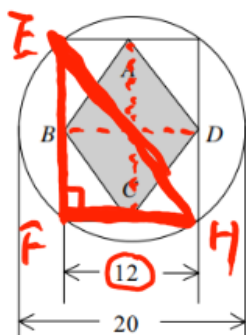


【例 2】在如图所示的圆形广场上举办一个市民文艺活动，参加活动的 n 名市民排成如图中 ABCD 的菱形方阵（图中数字单位为米）。已知方阵面积为 m 平方米，且 $n = 2m$ ，则 n 的值为（ ）。



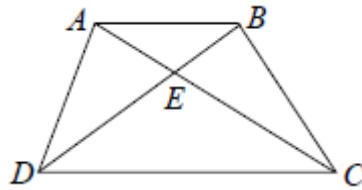
- A. 96 B. 120
C. 192 D. 240

【解析】例 2. 方法一： $m = S_{\text{菱形}} = \text{对角线的乘积} / 2 = (AC * BD) / 2$ ，已知 $BD = 12$ ，所求 $m = (AC * 12) / 2$ ，所求 $n = 2m = AC * 12$ 。先求 AC ，如图 $AC = EF$ ， $EH = 12$ ，构造直角三角形，连接 EH ， $EH = \text{直径} = 20$ ，在 $Rt\triangle EFH$ 中，利用勾股定理， $EF = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ ， $n = 16 * 12 = 16 * (10 + 2) = 160 + 32 = 192$ ，对应 C 项。



方法二： $m = S_{\text{菱形}} = (AC * BD) / 2 = (12 * AC) / 2$ ，求 $n = 2m = 12 * AC$ ，求 AC 的范围， AC 最大为 20，且不能等于 20，图形按照等比例画图， AC 一定大于 12， $12 * 12 < 12 * AC < 12 * 20$ ，结果在 144~240 之间，对应 C 项。【选 C】

【例 3】如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， AB 与 CD 的边长分别为 4 厘米和 8 厘米。已知三角形 ABE 的面积为 4 平方厘米，那么四边形 ABCD 的面积为多少平方厘米？（ ）



- A. 24 B. 30
C. 32 D. 36

【解析】例 3. $S_{\text{梯形}} = (4+8) * h / 2$ ，先求梯形的 h ，“已知三角形 ABE 的面积为 4 平方厘米”， $S_{\triangle ABE} = 4 = 4 * h_1 / 2$ ，解得 $h_1 = 2$ 。 $h = h_1 + h_2$ ，有平行边，有三角形，存在相似三角形， $\triangle ABE \sim \triangle DEC$ ，相似比=对应边之比=4/8=1/2，高之比= $h_1/h_2=1/2$ ，则 $h_2=4$ ； $S_{\text{梯形}} = [(4+8) * (2+4)] / 2 = (12 * 6) / 2 = 36$ ，对应 D 项。【选 D】

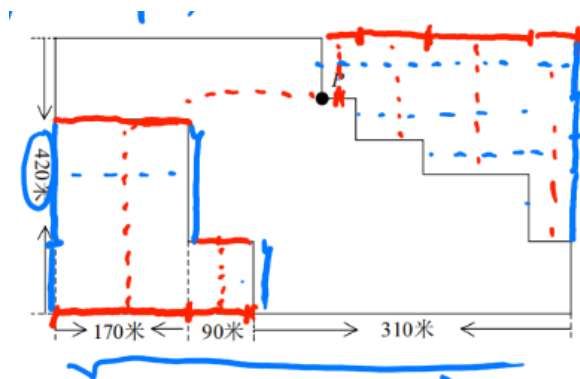
【注意】

1. 画图是同比例放大和缩小。
2. 有平行边，有三角形，存在相似三角形。

【例 4】有一块直角梯形形状的草地，上底与下底的长度之比为 3：4，现在要扩充其面积，将上底增加了 15 米，下底变成以前的 2 倍，正好变成一个正方形。问原来草地的面积是多少平方米？（ ）

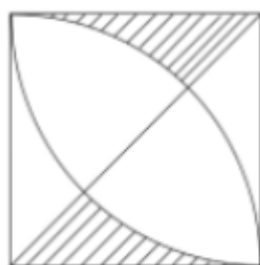
- A. 252 B. 268
C. 289 D. 324

【解析】例 4. 直角梯形为上底和下底平行，且存在直角，如下图所示。“上底与下底的长度之比为 3：4”，行程问题中看到比例可以赋值，但是这里不能赋值，设未知数，设上底=3x，下底=4x，“将上底增加了 15 米，下底变成以前的 2 倍，正好变成一个正方形”，下底变为 8x，正好变为正方形，则 $h = 3x + 15 = 8x \rightarrow 5x = 15$ ，解得 $x = 3$ ，推出 $3x = 9$ ， $4x = 12$ ； $h = 8x = 8 * 3 = 24$ ， $S_{\text{梯形}} = (9+12) * 24 / 2 = 21 * 12$ ，尾数 1 * 尾数 2 = 尾数 2，对应 A 项。【选 A】



【注意】本题为 2018 年军队文职的真题。

【例 6】某小区规划建设一块边长为 10 米的正方形绿地。如图所示，以绿地的 2 个顶点为圆心，边长为半径分别作扇形，把绿地划分为不同的区域。小区现准备在图中阴影部分种植杜鹃，则杜鹃种植面积为（ ）平方米。



- A. $100 - 25\pi$ B. $200 - 35\pi$
C. $200 - 50\pi$ D. $100\pi - 100$

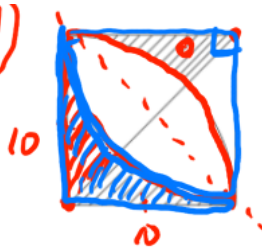
【解析】例 6. 正方形边长为 10，“以绿地的 2 个顶点为圆心，边长为半径分别作扇形”，扇形对应 $1/4$ 圆，问阴影部分的面积。若用微积分，发现阴影不是规则图形，不规则的图形，考虑将不规则图形转化为规则图形，事业单位、公务员、军队文职考试不会考查微积分。正方形是对称图形，连接对称轴，进行平移，所求面积为蓝色区域，所求 = $S_{\text{正方形}} - S_{\text{扇形}}(\text{对应 } 90^\circ) \rightarrow 10^2 - 1/4 * \pi * 10^2 = 100 - 25\pi$ ，对应 A 项。【选 A】

$\frac{5\pi}{100}$

$S_{\text{阴}}(\text{不规则}) \Rightarrow \text{规则}$

$S_{\text{正}} - S_{\text{扇}}$

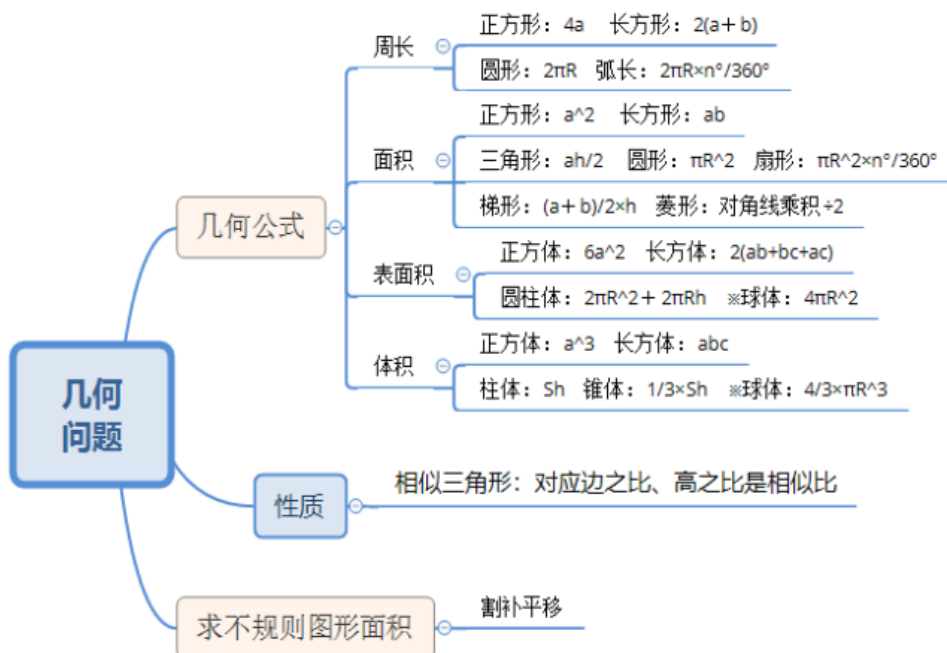
$$\Rightarrow 10^2 - \frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 = 100 - 25\pi$$



【注意】

1. 所求 = $S_{\text{正方形}} - S_{\text{某个图形面积}} = 10^2 - xx = 100 - xx$ ，结果为 100 减去一个数，只有 A 项符合。

2. 整个圆切成 4 份，每份对应的均为直角。



【注意】几何问题:

1. 几何公式:

(1) 周长: 正方形: $4a$; 长方形: $2*(a+b)$; 圆形: $2\pi R$; 弧长: $2\pi R*n^\circ/360^\circ$ 。

(2) 面积: 正方形: a^2 ; 长方形: ab ; 三角形: $ah/2$; 圆形: πR^2 ; 扇形: $\pi R^2*n^\circ/360^\circ$; 梯形: $(a+b)/2*h$; 菱形: 对角线乘积/2。

(3) 表面积: 正方体: $6a^2$; 长方体: $2*(ab+bc+ac)$; 圆柱体: $2\pi R^2+2\pi Rh$; 球体: $4\pi R^2$ 。

(4) 体积: 正方体: a^3 ; 长方体: abc ; 柱体: Sh ; 锥体: $1/3*Sh$; 球体: $4/3\pi R^3$ 。

2. 性质: 相似三角形: 对应边之比、高之比是相似比。

3. 求不规则图形面积: 割补平移。

第六节 排列组合与概率

【知识点】排列组合与概率: 每年最多考查一道。

1. 排列组合。问: 有多少种情况(满足条件的有多少种)?

2. 概率问题。问: 某事件发生的概率是多少?

3. 加乘原理: 加法原理和乘法原理。

(1) 分类相加(分类讨论相加)→通过造句: 要么……要么……(完成一件事情有很多种方法, 任意一种方法都可以把事情完成)。

(2) 分步相乘(按照步骤一步一步来)→既……又……/先……再……(每一步都不可或缺, 每一步都完成才能完成整个事件)。

例 1. 从北京到上海有 5 趟大巴、10 趟高铁、10 个航班供选择。从北京到上海共多少种方法?

答: 可以分类讨论, 要么坐大巴(5 种), 要么坐高铁(10 种), 要么坐飞机(10 种), 要么……要么……, 分类相加: $5+10+10=25$ 种。任意一种都可以将事情完成, 如从 5 趟大巴中选择 1 趟即可完成。

例 2. 化妆必有三步: 4 种腮红、10 种眼影、20 种口红, 不可叠涂(只能选择一种, 如 4 种腮红选择 1 种, 10 种眼影选择 1 种, 20 种口红选择 1 种)。

答: 三步缺一不可, 既要涂腮红, 又要涂眼影, 又要涂口红; 既……又……; 先涂腮红, 再涂眼影, 再涂口红, 先……再……; 分步相乘: $4*10*20=800$ 。

4. 排列与组合: 概念。

(1) 排列：从 n 个不同的元素中选出 m 个元素，按照一定的顺序进行排列，与顺序有关——有序排列， $A(n, m)$ 。

(2) 组合：从 n 个不同的元素中选出 m 个元素作为一组，与顺序无关——无序组合， $C(n, m)$ 。

(3) 例：

①从 5 个人中选出 3 人：只涉及“选”，从 5 个元素选出 3 个为 $C(5, 3)$ 。

②从 5 个人中选出 3 人，排成一排，问有多少种排法：不光要选，还要排，为 $A(5, 3)$ 。

5. 判定标准：从主体当中任意的挑出两个（起个名字），调换顺序。

(1) 对结果有影响，与顺序有关（A）。

(2) 对结果无影响，与顺序无关（C）。

例 1：从 5 只羊中，任选两个一起去救村长：只涉及选，如选喜洋洋和沸羊羊去救与选沸羊羊和喜洋洋去救，调换顺序，对结果无影响，为 $C(5, 2)$ 。

例 2：从 5 只羊中，任选两个一起去救村长（分别去打灰太狼、红太狼）：喜洋洋打灰太狼和沸羊羊打红太狼与沸羊羊打灰太狼和喜洋洋打红太狼，涉及分工，调换顺序结果不同，为 $A(5, 2)$ 。

6. 小试牛刀：

(1) 从 10 个人中选出 4 个人参加运动会： $C(10, 4)$ ，选择甲乙丙丁和乙甲丙丁，调换顺序都是选出这四个人参加比赛。

(2) 从 10 个人中选出 4 个人参加 4×100 米跑：存在第一棒、第二棒、第三棒、第四棒，甲乙丙丁分别跑 1~4 棒，和乙甲丙丁跑 1~4 棒，涉及分工，调换顺序结果不同，为 $A(10, 4)$ 。

(3) 从 8 个人中选出 3 人参加培训：涉及“选”，为 $C(8, 3)$ 。

(4) 从 8 个人中选出 3 人分别担任甲、乙、丙的地方负责人： $A(8, 3)$ ，不光选，还涉及工作分工（分配）。

(5) 3 人站成一排合影：从 3 个人中选出 3 个人排成一排进行合影， n 个元素中选出 m 个元素， n 和 m 均为 3，甲乙丙照相和乙甲丙照相，站在 C 位的人不同，调换顺序结果不同，为 $A(3, 3)$ 。

7. 排列数与组合数的计算：

(1) 排列: $A(n, m)$ 。 $A(8, 3) = 8 \times 7 \times 6$, 从下角标开始乘, 递减乘上角标个数。 $A(7, 4) = 7 \times 6 \times 5 \times 4$; $A(5, 5) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$: 从 5 开始乘, 连续递减乘上角标个数。 $A(4, 1) = 4$; $A(4, 4) = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ 。

(2) 组合:

① $C(n, m) = A(n, m) / A(m, m)$ 。 $C(8, 5) = A(8, 5) / A(5, 5) = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 / (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 8 \times 7 = 56$ 。

② $C(n, m) = C(n, n-m)$ 。 $C(8, 3) = A(8, 3) / A(3, 3) = 8 \times 7 \times 6 / (3 \times 2 \times 1) = 8 \times 7 = 56$;
 $C(8, 5) = C(8, 3)$ 。当下角标相同, 上角标的加和等于下角标时, 即相等。 $C(10, 7) = C(10, 3)$; $C(12, 10) = C(12, 2)$ 。如果给了 $C(12, 10)$, 计算比较麻烦, $C(12, 2)$ 可以简化计算。从 10 个人中选出 7 个人参加培训与从 10 个人中选出 3 人不要参加培训, 是一致的; 只适用于 C, A 不适合。

③ $C(n, 1) = A(n, 1) = n$ 。 $C(4, 1) = 4$, $A(4, 1) = 4$ 。

④ $C(n, n) = 1$ 。从 4 个元素中选择 4 个, 为 $C(4, 4) = 1$ 。

【例 1】某食堂每天午餐提供套餐, 包含主食和肉菜各 1 种, 青菜 2 种。用餐者可以从 2 种主食, 2 种肉菜和 3 种青菜中进行选择, 那么食堂每天售出的套餐中有 () 种可能的搭配?

A. 7

B. 9

C. 12

D. 24

【解析】例 1. 问有多少种可能的搭配即问有多少种情况, 排列组合问题。从 2 种主食中选择 1 种主食: $C(2, 1)$; 2 种肉食选择 1 种: $C(2, 1)$; 3 种青菜选择 2 种: 芹菜、菠菜、西兰花中选择 2 种, 选择芹菜和菠菜与选择菠菜和芹菜放入餐盘中, 均是这两种菜, 为 $C(3, 2)$; 既要选主食, 又要选蔬菜, 又要选肉菜; 先选主食, 再选蔬菜, 再选肉菜, 分步用乘法: $C(2, 1) \times C(2, 1) \times C(3, 2) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ 种, 对应 C 项。**【选 C】**

【注意】

1. 2 种主食中选择 1 种主食: $C(2, 1)$ 和 $A(2, 1)$ 均可, 涉及“选”, 建议用 $C(2, 1)$ 。

2. 涉及“选”，基本都是C，如果有疑惑，可以举例进行分析。
3. 分类造句用要么……要么……；而本题需要三步都选，才能完成餐盘的组合，每一步都需要完成，分步相乘。
4. 组合即选出来，涉及一组即可，不涉及排；A是指选完后有分工、分配。
5. $C(3, 2) = C(3, 1) = 3$ 。

【例2】某校庆晚会上，对6个不同节目排演出顺序，若节目甲只能排在最前，节目乙不能排在最后，则共有多少种不同的排法？

- A. 120 B. 96
C. 78 D. 24

【解析】例2. 排列组合问题，如果觉得抽象，可以画图进行分析。6个不同节目对应6个空，节目甲只能排在最前，即甲只能在第一位，“乙不能排在最后”，6个节目中，甲和乙有要求，剩余四个节目没有要求。排有要求的，先排甲（只能在最前）：1种；再排乙（不能在最后，除去甲的位置，剩余4个位置选1个位置）： $C(4, 1) = 4$ 种；再排其他人（丙、丁、戊、己）：相当于4个座对应4个人，丙丁戊己和丁丙戊己调换顺序结果不同，为 $A(4, 4)$ ；先……再……再……，分步相乘， $1 \times 4 \times A(4, 4) = 1 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 16 \times 6$ ，观察选项，选项尾数不同，结果尾数为6，对应B项。【选B】

A. 120
 B. 96
 C. 78
 D. 24

甲 乙 丙 丁 戊 己
 1 4 3 2 1
 1 × 4 × 4 × 3 × 2 × 1 = 96

4人全排列 → A_4^4
 从n个元素中取出m个元素排列 A_n^m

【注意】

1. 剩余四人类似四个人站成一排，问有多少种可能， $A(4, 4)$ 。

2. 间接法可以，但不建议用，正向考虑即可。

3. 最后只剩四个人，剩余四个座，为 $A(4, 4)$ ；从 n 个人中选出 m 个人排成一行， $A(n, m)$ 。

【例 3】从 19、20、21、……、98、99 这 81 个数中，选取两个不同的数，使其和为偶数的选法有（ ）种。

A. 1620

B. 1580

C. 1540

D. 1600

【解析】例 3. 选择 2 个不同的数，和为偶数，举例分析： $20+30=50$ ， $21+23=46$ 。
奇数+奇数=偶数，偶数+偶数=偶数，即同奇同偶相加为偶数。总共 81 个数，个数（81）为奇数，（19、20）为一组，（21、22）为一组，（23、24）为一组……（97、98）为一组，99 落单；总共 81 个数，前 80 个数中（剩余 99），每一组中各有一个奇数、一个偶数，即 40 个奇数、40 个偶数，99 为奇数，则 41 个奇数，40 个偶数。

（1）从 41 个奇数中选出 2 个奇数相加：如 $21+23=23+21$ ，调换顺序结果相同， $C(41, 2) = A(41, 2) / A(2, 2) = 41 \times 40 / 2 = 820$ 。

（2）从 40 个偶数中选出 2 个偶数相加： $20+30=30+20$ ，调换顺序结果相同， $C(40, 2) = A(40, 2) / A(2, 2) = 40 \times 39 / 2 = 780$ 。

综上，要么两个奇数相加，要么两个偶数相加，要么……要么……， $820+780=1600$ ；或直接看选项，选项最大为 1600，则只能相加，相乘无结果，对应 D 项。【选 D】

奇+奇=偶、偶+偶=偶

（19、20）、（21、22）、（23、24）…（97、98）、99

每一组，都1奇1偶，平均分，各40个，最后剩了1个奇数
共40个偶数，41个奇数

①41个奇数里选两个数： $C_{41}^2=820$

②40个偶数里选两个数： $C_{40}^2=780$

$820+780=1600$

答：总情况数：从 5 个球中选择 2 个， $C(5, 2)$ ；满足条件情况数：从 2 个红球选择 1 个 $C(2, 1)$ ，从 3 个绿球中选择 1 个，为 $C(3, 1)$ ，既要有红球，又要有绿球，为 $C(2, 1) * C(3, 1)$ ，所求 $= C(2, 1) * C(3, 1) / (5, 2)$ 。

2. 给概率求概率，题干：已知某个概率。

【例 5】某单位共 100 人，男女比例为 3:2，未婚的有 30 人，现随机抽取一人，结果为已婚男性的最大概率是（ ）。

- A. 0.4
B. 0.42
C. 0.18
D. 0.6

【解析】例 5. “未婚的有 30 人”，总共 100 人，已婚=100-30=70 人，求最大概率，“男女比例为 3:2”，设男生 3x，女生 2x，3x+2x=100，x=20，男生=20*3=60 人，女生=20*2=40 人，求概率，概率=满足条件的情况数/总情况数；从已婚男性中选择 1 个，满足条件情况数：C（已婚男性,1）；总情况数：从 100 人中选择 1 个：C（100,1）；分母确定，分子要尽可能大，即 C（已婚男性,1）要尽可能大，即要已婚男性尽可能多，男性最多为 60 人，假设男性 60 人全部已婚，所求=C（60,1）/100=60/100=0.6，对应 D 项。【选 D】

【注意】 本题为 2016 年军队文职的真题。

【知识点】给概率求概率:

1. 方法:

- (1) 分类加和: $P=P_1+P_2+P_3$ (要么……要么……)。
(2) 分步相乘: $P=P_1*P_2*P_3$ (既……又……)。

2. 例：两个路口，遇到红灯的概率是 40%（假设没有黄灯）。则这两个路口恰好 1 红 1 绿的概率是多少？

答：恰好一红一绿，A 路口红灯，B 路口绿灯与 A 路口绿灯，B 路口红灯，两个不同的路口，说明是两种情况。(1) A 路口红灯，B 路口绿灯： $40\% \times 60\% = 0.24$ （既满足 A 路口红灯，又满足 B 路口绿灯）；(2) A 路口绿灯，B 路口红灯（既满足 A 路口绿灯，又满足 B 路口红灯）： $60\% \times 40\% = 0.24$ 。要么……要么……，所求

$$=0.24+0.24=0.48。$$

① $\begin{matrix} A & B \\ \text{red} & \text{green} \end{matrix} \Rightarrow 40\% \times 60\% = 0.24$

② $\begin{matrix} A & B \\ \text{green} & \text{red} \end{matrix} \Rightarrow 60\% \times 40\% = 0.24$

【例 6】乒乓球队员甲、乙技术水平相当，为一决胜负，他俩需进行五局比赛，规定五局三胜者为胜。已知前两局比赛甲获胜，这时乙最终获胜的概率是（ ）。

- A. $\frac{1}{10}$
B. $\frac{1}{8}$
C. $\frac{1}{9}$
D. $\frac{1}{6}$

【解析】例 6. 水平技术相当，甲乙各自有 50% ($1/2$) 的概率赢，“已知前两局比赛甲获胜”，规定五局三胜者为胜，乙要想获胜，则乙需要在剩余的三局中完成连胜，第三局、第四局、第五局乙胜的概率均为 $1/2$ ，既要第三局乙赢，又要第四局乙赢，又要第五局乙赢，分步相乘，所求= $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$ ，对应 B 项。【选 B】

$1 = 3 \quad 10 \quad 5$
 $\underbrace{10 \quad 10 \quad 10}_{\text{E11E11E11}} \quad \boxed{20 \quad 20 \quad 20}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $\text{E11} \dots \times$

【注意】 本题为 2013 年军队文职真题。

【例 7】甲、乙两人进行定点投篮比赛，各投两次，投中次数多的获胜。已知甲投中的概率为 0.7，乙投中的概率为 0.6，则比赛中，乙战胜甲的概率为（ ）。

- A. 小于 0.1 B. 在 0.1~0.2 之间

C. 在 0.2~0.3 之间

D. 大于 0.3

【解析】例 7. “甲投中的概率为 0.7”，甲不中的概率为 0.3；“乙投中的概率为 0.6”，乙不中的概率为 0.4。乙要战胜甲，投中次数多的获胜。

(1) 乙投中 2 次，甲投中 1 次：

①乙第一次、第二次都投中，甲第一次投中，第二次未投中（既……又……，分步相乘）： $0.6 \times 0.6 \times 0.7 \times 0.3$ 。

②乙第一次、第二次都投中，甲第一次未投中，第二次投中： $0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.7$ 。

(2) 乙投中 2 次，甲投中 0 次： $0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3$ 。

(3) 乙投中 1 次，甲投中 0 次：

①乙第一次投中，第二次未投中，甲两次都未投中： $0.6 \times 0.4 \times 0.3 \times 0.3$ 。

②乙第一次未投中，第二次投中，甲两次都未投中： $0.4 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3$ 。

综上，要么是第一种情况，要么第二种情况……；要么……要么……，则分类相加，所求= $0.6 \times 0.6 \times 0.7 \times 0.3 + 0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.7 + 0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3 + 0.6 \times 0.4 \times 0.3 \times 0.3 + 0.4 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3 = 0.1512 + 0.0324 + 0.0432 = 0.22xx$ ，对应 C 项。【选 C】

	乙	甲	
	2	1	
①	√ √	√ ×	$0.6 \times 0.6 \times 0.7 \times 0.3$
②	√ √	× √	$0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.7$
	2	0	
③	√ √	× ×	$0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3$
	1	0	
④	√ ×	× ×	$0.6 \times 0.4 \times 0.3 \times 0.3$
⑤	× √	× ×	$0.4 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.3$
①+②+③+④+⑤= $0.1512+0.0324+0.0432=0.22xx$			

【注意】2019 年江苏事业单位题目，但军队文职考查不会这么难，其中的做题思想会考查到。



【注意】排列组合与概率：

1. 分类分步

- (1) 分类：要么……要么；分类相加。
- (2) 分步：先……再……/既……又……；分步相乘。

2. 排列组合：

- (1) 排列：顺序改变，对结果有影响。
- (2) 组合：顺序改变，对结果无影响。

3. 概率问题：

- (1) 给情况求概率：满足条件的情况数/总的情况数。
- (2) 给概率求概率：

①分类加和： $P=P_1+P_2+P_3$ 。

②分步相乘： $P=P_1 \times P_2 \times P_3$ 。

【注意】

- 1. 苦尽甘来的那一天，山河星月都作贺礼。
- 2. 老师微博@粉笔赵艳婷。

【答案汇总】

第四节 基础计算：1-5：DCADA；6-7：BB

第五节 几何问题：1-5：CCDAB；6：A

第六节 排列组合与概率：1-5：CBDBD；6-7：BC

遇见不一样的自己

Be your better self