



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通高等院校

电子信息类系列教材

*Dianlu Fenxi*  
*Jichu*

# 电路分析基础

电力建设论坛  
ELECTRIC POWER CONSTRUCTION  
FORUM  
Copyright © (C) HTTP://WWW.DJPH.NET

## (第三版)

© 沈元隆 刘陈 编著

人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS



封面设计：董志桢

## 普通高等院校

## 电子信息类系列教材

- ◆ 电路分析基础（第三版）
- ◆ 模拟电路与数字电路
- ◆ 数字电路与逻辑设计
- ◆ 数字信号处理（第二版）
- ◆ 数字通信原理（第二版）
- ◆ 现代通信技术（第二版）
- ◆ 现代交换原理（第三版）
- ◆ 电磁场与微波技术
- ◆ 微波与卫星通信（第二版）
- ◆ 数字电视广播原理与应用
- ◆ 自动控制原理
- ◆ 宽带无线通信技术
- ◆ 无线通信调制与编码
- ◆ C51单片机技术教程
- ◆ S7-300可编程控制器（PLC）教程

免费提供  
教学相关资料

人民邮电出版社网址：www.ptpress.com.cn

ISBN 978-7-115-17155-9



9 787115 171559 &gt;

ISBN 978-7-115-17155-9/TN

定价：35.00 元



TM133/79

2008

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通高等院校电子信息类系列教材

# 电路分析基础

## (第三版)

沈元隆 刘 陈 编著

www.PLCworld.cn

人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目(CIP)数据

电路分析基础/沈元隆,刘陈编著. —3版. —北京:  
人民邮电出版社,2008.2

普通高等教育“十一五”国家级规划教材. 普通高等  
院校电子信息类系列教材

ISBN 978-7-115-17155-9

I. 电… II. ①沈…②刘… III. 电路分析—  
高等学校—教材 IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 173138 号

## 内 容 提 要

本书系统地讲述电路理论中的基本概念、基本定理和基本分析方法。全书共 13 章,内容包括电路的基本概念、电路分析中的等效变换、线性网络的一般分析方法、网络定理、一阶电路分析、二阶电路分析、正弦稳态分析、耦合电感和变压器电路分析、电路的频率特性、大规模线性网络的分析方法、二端口网络、简单非线性电阻电路分析以及磁路和铁芯线圈。各章均配有与基本内容密切相关的例题和习题,书末附有部分习题答案。

本书可作为通信、电子、计算机和自动化等专业本科学生的教材,也可供有关科技人员学习参考。

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通高等院校电子信息类系列教材

电路分析基础(第三版)

◆ 编 著 沈元隆 刘 陈

责任编辑 滑 玉

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号

邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 24.25

字数: 591 千字

印数: 28 501-31 500 册

2008 年 2 月第 3 版

2008 年 2 月河北第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-17155-9/TN

定价: 35.00 元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154



## 编者的话

### (第一版)

“电路分析”是高等工科院校电气信息类专业本科生的一门重要专业基础课程。其内容是介绍非时变集总参数电路的基本理论和方法。通过本书的学习使学生能够掌握电路分析的基本概念和基本原理，培养学生的电路分析与计算能力，为后续课程的学习奠定基础。

本书根据高等院校电子信息类专业基础课教学指导委员会的“电路分析教学基本要求”编写而成。在内容选材上立足于“加强基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则，并注意了与“高等数学”、“大学物理”等先修课程及“信号与线性系统”、“模拟电子电路”等后续课程的分工、衔接和配合，做到对先修课程巩固加深和为后续课程打好基础；在文字叙述上，力求突出重点、分散难点、由浅入深。同时，本书还精心选编了大量例题和习题，并配备了习题参考答案，使之与正文有机结合，融为一体，便于更好地掌握基本内容，有利于培养学生分析问题和解决问题的能力。

本书是在南京邮电学院电子工程系电路与系统教研室全体教师 20 余年教学经验积累的基础上编写而成的。全书由沈元隆教授和刘陈教授合作编写，其中沈元隆教授编写了第 1, 2, 5, 6, 9, 12 章和第 8 章 8.4 ~ 8.6 节，刘陈教授编写了第 3, 4, 7, 10, 11 章和第 8 章 8.1 ~ 8.3 节；全书由沈元隆统稿。

在本书的编写过程中，始终得到南京邮电学院各级领导和电路与系统教研室全体教师的热情鼓励和大力支持，其中梅杓春教授、王锁萍教授和蒋国平博士对本书的出版给予了极大关心和帮助；我国电路与系统领域德高望重的前辈、中国科学院北京研究生院左垲教授详细审阅了本书的全部原稿，并提出了许多宝贵的意见。在此对他们表示衷心的感谢。

限于编者水平和时间的限制，书中不乏错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

最后，谨将此书献给曾经和正在为电路教学而辛勤工作的所有教师。

编者  
2001 年 6 月



## 编者的话

### (第二版)

随着高校办学规模的扩大和专业的增加,教材的内容也需要作相应的调整。为了能使《电路分析基础》教材在适合通信、信息类专业教学的同时,也能很好地适应诸如电力、电气类各强电专业的需要,在听取了教学指导委员会和相关专业教师的意见后,经过反复斟酌,教材内容作了部分增补和调整。

本次修订在保留原版本体系的基础上,在第7章增加了复功率守恒、单相功率测量、不对称三相电路分析及三相电路功率测量等内容,并增加了第13章磁路和铁芯线圈的内容。上述增补的内容全部由沈元隆教授编写。考虑到与后续课程“电磁场理论”的衔接,未增加关于均匀传输线方面的内容。

在整个修改过程中,始终得到了南京邮电学院各级领导和电路与系统教研室全体教师的关心和支持,在此表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中难免存在不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

编者  
2004年3月



## 编 者 的 话

### (第三版)

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。它是在第二版的基础上，依据教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会的“电路分析基础教学基本要求”、结合学校各专业对本书的要求和编者多年的教学实践，同时也兼顾到广大读者的反馈意见而进行修订的。

本书基本保持了第二版（修订版）的框架结构，在进一步凝练内容的基础上，在每章的结尾，增加了对该章内容的归纳和小结，便于读者更好地领会和掌握该章的重点和难点，从而进一步激发学习的积极性和主动性。

本书在整个修订过程中，始终得到了南京邮电大学各级领导的关心和支持，在此表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中难免存在不妥和错误，恳请读者批评指正。

编 者  
2007 年 11 月



# 目 录

<b>第 1 章 电路分析的基本概念</b>	<b>1</b>
1.1 实际电路和电路模型	1
1.2 电路分析的变量	2
1.3 电路元件	6
1.4 基尔霍夫定律	13
小结	17
习题	18
<b>第 2 章 电路分析中的等效变换</b>	<b>21</b>
2.1 单回路电路及单节偶电路分析	21
2.2 等效二端网络	22
2.3 电阻星形连接与三角形连接的等效互换	27
2.4 含独立电源网络的等效变换	30
2.5 含受控电源电路的等效变换	37
2.6 运算放大器	40
小结	45
习题	46
<b>第 3 章 线性网络的一般分析方法</b>	<b>52</b>
3.1 支路分析法	52
3.2 网孔分析法	55
3.3 节点分析法	59
3.4 独立电路变量的选择与独立方程的存在性	63
3.5 回路分析法和割集分析法	66
3.6 电路的对偶特性与对偶电路	70
小结	73
习题	75
<b>第 4 章 网络定理</b>	<b>78</b>
4.1 叠加定理	78
4.2 替代定理	81
4.3 戴维南定理和诺顿定理	82
4.4 特勒根定理	88
4.5 互易定理	91
小结	94
习题	96



<b>第5章 一阶电路分析</b>	100
5.1 电容元件和电感元件	100
5.2 换路定则及初始值计算	108
5.3 一阶电路的零输入响应	112
5.4 一阶电路的零状态响应	118
5.5 一阶电路的全响应	122
5.6 一阶电路的三要素法	124
5.7 一阶电路的特殊情况分析	128
5.8 阶跃信号和阶跃响应	133
5.9 脉冲序列作用下的一阶电路分析	136
5.10 换路后指数函数与正弦函数激励下的一阶电路分析	140
小结	142
习题	146
<b>第6章 二阶电路分析</b>	154
6.1 RLC 串联电路的零输入响应	154
6.2 RLC 串联电路在恒定激励下的零状态响应和全响应	161
6.3 GCL 并联电路分析	164
6.4 一般二阶电路分析	166
小结	169
习题	169
<b>第7章 正弦稳态分析</b>	172
7.1 正弦量	173
7.2 正弦量的相量表示法	177
7.3 正弦稳态电路的相量模型	179
7.4 阻抗与导纳	185
7.5 正弦稳态电路的相量分析法	192
7.6 正弦稳态电路的功率	195
7.7 三相电路	202
7.8 非正弦周期电路的稳态分析	213
小结	218
习题	220
<b>第8章 耦合电感和变压器电路分析</b>	226
8.1 耦合电感	226
8.2 耦合电感的连接及其去耦等效	230
8.3 空芯变压器	235
8.4 理想变压器和全耦合变压器	238
8.5 含理想变压器电路的分析计算	241
8.6 一般变压器的电路模型	247
小结	249



习题	252
第 9 章 电路的频率特性	256
9.1 电路的频率特性与网络函数	256
9.2 RC 电路的频率特性	257
9.3 RLC 串联谐振	262
9.4 GCL 并联谐振	269
9.5 电源内阻及负载对谐振电路的影响	275
9.6 改善谐振特性的方法	283
9.7 LC 滤波器的概念	291
小结	297
习题	300
第 10 章 大规模线性网络的分析方法	303
10.1 关联矩阵	303
10.2 基本回路矩阵	304
10.3 基本割集矩阵	305
10.4 矩阵 $A$ 、 $B$ 和 $Q_r$ 之间的关系	306
10.5 大规模线性网络的分析方法	307
小结	312
习题	313
第 11 章 二端口网络	314
11.1 二端口网络	314
11.2 二端口网络的方程与参数	315
11.3 二端口网络的等效电路	319
11.4 二端口网络的特性阻抗	321
11.5 二端口网络的连接	323
11.6 阻抗变换器	324
小结	325
习题	326
第 12 章 简单非线性电阻电路	328
12.1 解析法	328
12.2 图解法	331
12.3 分段线性化法	333
12.4 小信号分析法	336
小结	339
习题	339
第 13 章 磁路和铁芯线圈	342
13.1 磁场的主要物理量和基本性质	342
13.2 磁路的基本定律	345
13.3 铁磁物质的磁化过程	350



13.4	非线性恒定磁通磁路的计算.....	352
13.5	交流铁芯线圈的功率损耗和波形畸变.....	357
13.6	交变铁芯线圈的电路模型.....	360
	小结.....	364
	习题.....	367
	部分习题参考答案.....	369
	参考文献.....	375





# 第 1 章 电路分析的基本概念

电路理论包括电路分析和电路综合两大方面的内容。电路分析的主要内容是指在给定电路结构、元件参数的条件下，求取由输入（激励）所产生的输出（响应）；电路综合则主要研究在给定输入（激励）和输出（响应）即电路传输特性的条件下，寻求可实现的电路的结构和元件的参数。本书仅限于学习电路分析方面的内容，且重点讨论线性非时变电路的基本理论和分析方法。

本章主要介绍电路分析的基本变量、电路基本定律——基尔霍夫定律和一些理想的电路元件。

## 1.1 实际电路和电路模型

实际电路是由各种电器按一定的方式互相连接而构成的电流的通路。它的主要功能是实现电能或电信号的产生、传输、转换和处理。

在通信技术、自动控制、电力和计算机等各个技术领域中，人们根据不同的需要用各种不同的电路来实现各自的任务。例如，日常使用的收音机和电视机，能把接收到的微弱的无线电信号进行各种加工处理，变为人们能接收的声音和图像；又如，计算机可对输入的数据进行指定的计算、储存和控制等。总之，实际电路种类繁多、千差万别，电路的各部分及其周围空间伴随着各种电磁现象和能量交换，从而形成一个复杂的物理系统。

电路理论是一门电的公共基础性的工程学科，电路理论是建立在理想化模型基础上的。电路理论的对象并不是实际电路，而是它们的数学模型——电路模型。电路模型是实际电路在一定条件下的科学抽象和足够精确的数学描述。电路理论中所说的电路，是指由各种理想电路元件按一定方式连接组成的总体。

理想电路元件是用数学关系式严格定义的假想元件。每一种理想元件都可以表示实际器件所具有的一种主要电磁性能。理想元件的数学关系反映实际电路器件的基本物理规律。

图 1-1 所示为 3 种基本理想电路元件的图形符号。其中，理想电阻元件仅表征消耗电能并转变成非电能的特征，理想电容元件仅表征储存或释放电场能量的特征，理想电感元件仅表征储存或释放磁场能量的特征。它们分别是实际电路中电阻器、电容器和电感器在一定条件下的近似化、理想化。

上述 3 种理想电路元件均具有两个端子，称为二端元件，又称单口元件。除二端元件外还有多端元件，以后还要介绍四端元件，如受控源、耦合电感和变压器等。



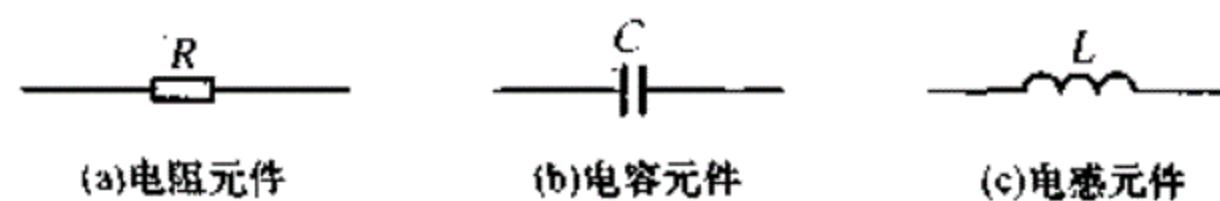


图 1-1 3 种基本电路元件的图形符号

由理想元件组成的电路称为电路模型。今后所提到的电路,除特别指明外均为电路模型,所提到的元件均为理想元件。

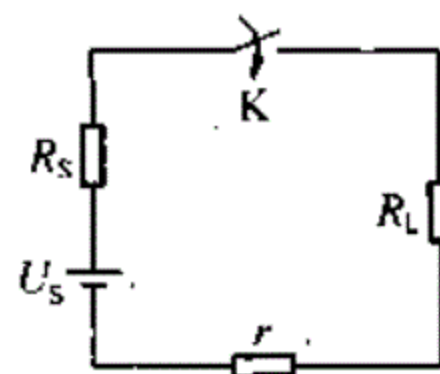
实际电路的模型化首先是实际器件的模型化。实际器件种类繁多,但其在电磁现象方面却有共同之处。任何一种实际器件,根据其不同的工作条件总可以用一个或几个理想元件的组合来近似表征它。用理想元件及其组合表征实际电路的每一个器件,可以得到该实际电路的电路模型。

应该指出,实际电路用电路模型来近似表示是有条件的。一种电路模型只有在一定条件下才是适用的,条件变了,电路模型也要作相应的改变。

理想元件是抽象的模型,没有体积和大小,其特性集中表现在空间的一个点上,称为集总参数元件。

由集总参数元件构成的电路称为集总参数电路,简称集总电路。在集总电路中,任何时刻该电路任何地方的电流、电压都是与其空间位置无关的确定值。

本书只对集总参数电路进行分析,集总参数的条件即集总假设是电路分析的重要假设。当满足集总参数条件时,就可以采用由分立元件模型组成的集总参数电路模型。图 1-2 所示电路为一个手电筒电路的集总参数电路模型。图中电源元件  $U_s$  与电阻元件  $R_s$  的组合表示干电池,是提供电能的能源;电阻元件  $r$  表示手电筒金属壳体的电阻;电阻元件  $R_L$  表示灯泡,是用电设备,称为负载;图中连线为理想导线。

图 1-2 手电筒  
电路模型

应该指出,用集总电路来近似代替实际电路是有条件的:电路器件及其整个实际电路的尺寸  $l$  远小于电路最高工作频率所对应的波长  $\lambda$ , 即

$$l \ll \lambda, \quad \lambda = c/f, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s (光速)}$$

例如,我国电力系统照明用电的频率为 50Hz,其波长为 6 000km。对于大多数用电设备来说,其尺寸与之相比可忽略不计,采用集总参数概念是合适的。而对远距离的通信线路和电力输电线路则不满足上述条件,就不能用集总参数来分析。又如,在微波电路中,信号的波长  $\lambda = 0.1 \text{ cm} \sim 10 \text{ cm}$ ,此时波长与元件尺寸属同一数量级,信号在电路中的传输时间不能忽略;电路中的电流、电压不仅是时间的函数,也是空间位置的函数;某一时刻从电路或器件一端流入的电流不一定等于另一端流出的电流。此时集总参数模型失效,应当采用分布参数或电磁场理论来分析。有关这部分内容将在后续课程中学习。

## 1.2 电路分析的变量

电流、电压、电荷、磁链、功率和能量是描述电路工作状态和元件工作特性的 6 个变量,一般都是时间的函数。其中电流和电压是电路分析中最常用的两个基本变量,本节着重



讨论电流、电压的参考方向问题，以及如何用电流、电压表示电路功率和能量的问题。

### 1.2.1 电流及其参考方向

单位时间内通过导体横截面的电荷量定义为电流强度，简称电流，用  $i$  表示，即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

习惯上把正电荷运动的方向规定为电流的方向。

如果电流的大小和方向都不随时间改变，则这种电流称为恒定电流，简称直流，用  $I$  表示。在这种情况下，通过导体横截面的电荷量  $q$  与时间  $t$  成正比，即

$$I = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

在国际单位制 (SI) 中，电流、电荷和时间的单位分别为安 [培] (简称安，符号为 A)、库 [仑] (简称库，符号为 C) 和秒 (符号为 s)。1 安 = 1 库/秒。在通信和计算机技术中常用毫安 (mA)、微安 ( $\mu\text{A}$ ) 作为电流单位。它们的关系是

$$1\text{mA} = 10^{-3}\text{A}$$

$$1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$$

在电路分析中，电流的大小和方向是描述电流变量不可缺少的两个方面。但是对于一个给定的电路，要直接给出某一电路元件中的电流真实方向是十分困难的，如交流电路中电流的真实方向经常在改变。即使在直流电路中，要指出复杂电路中某一电路元件的电流真实方向也不是一件容易的事，为此，引入电流参考方向的概念。

图 1-3 所示为连接电路 a、b 两点间的二端元件，流经它的电流  $i$  的参考方向用箭头表示，电流的参考方向可以任意选定。但一经选定，就不再改变。如经过计算其电流值为正值，表示参考方向与电流真实方向一致；如电流值为负值，表示参考方向与真实方向相反。

电流参考方向亦可用字符  $i$  的双下标表示。如对于图 1-3 来说可用  $i_{ab}$  表示电流参考方向由 a 指向 b。



图 1-3 电流的参考方向

电流是代数量，既有数值又有与之相应的参考方向才有明确的物理意义，只有数值而无参考方向的电流是没有意义的。所以在求解电路时，必须首先选定电流的参考方向。

今后，电路图中箭头所标电流方向都是电流的参考方向。电流的参考方向又叫电流的正方向。

### 1.2.2 电压及其参考方向

单位正电荷由 a 点移到 b 点时电场力所做的功称为 a、b 两点间的电位差，即 a、b 间的电压，用  $u$  表示，即

$$u = \frac{dw}{dq} \quad (1-3)$$

习惯上把电位降落的方向 (高电位指向低电位) 规定为电压的方向。通常电压的高电位端标为 “+” 极，低电位端标为 “-” 极。



如果电压的大小和方向都不随时间改变,则这种电压称为恒定电压或直流电压。用  $U$  表示。在这种情况下,电场力做的功与电荷量成正比,即

$$U = \frac{w}{q} \quad (1-4)$$

在国际单位制 (SI) 中,电压、能量 (功) 的单位分别为伏 [特] (简称伏,符号为 V) 和焦 [耳] (符号为 J)。1 伏 = 1 焦 [耳] / 库。在通信和计算机技术中常用毫伏 (mV)、微伏 ( $\mu\text{V}$ ) 作为电压的单位,它们的关系是

$$1\text{mV} = 10^{-3}\text{V}$$

$$1\mu\text{V} = 10^{-6}\text{V}$$

像需要为电流选定参考方向一样,电压也需要选定参考方向 (也称参考极性)。在电路图上用 “+” 表示参考极性的高电位端,用 “-” 表示参考极性的低电位端,如图 1-4 (a) 所示。电压的参考极性同样是任意选定的。如经过计算,电压值为正值,表示电压的参考极性与真实极性一致;如电压值为负值,则表示电压的参考极性与真实极性相反。

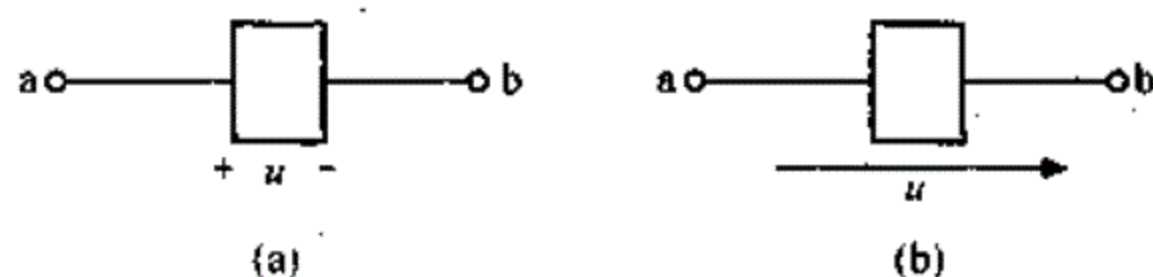


图 1-4 电压的参考方向

电压参考方向亦可用  $u$  的双下标表示,如对于图 1-4 (a) 来说,可用  $u_{ab}$  表示 a 点为参考正极性端 “+”, b 点为参考负极性端 “-”。当  $u > 0$  时,从 a 到 b 为电位降或电压降;当  $u < 0$  时,从 a 到 b 为电位升或电压升。

有时也可用箭头表示电压的参考方向,如图 1-4 (b) 所示箭头的方向是电位降落的方向。

与电流参考方向类似,不标注电压参考方向的情况下,电压的正负是毫无意义的。所以在求解电路时必须首先选定电压的参考方向。

### 1.2.3 关联参考方向

在电路分析中,电流与电压的参考方向是任意选定的,两者之间独立无关。但是为了方便起见,对于同一元件或同一段电路,习惯上采用“关联”参考方向。即电流的参考方向与电压参考 “+” 极到 “-” 极的方向选为一致,如图 1-5 所示。关联参考方向又称为一致参考方向。

当电流、电压采用关联参考方向时,电路图上只需标电流参考方向和电压参考极性中的任意一种即可。

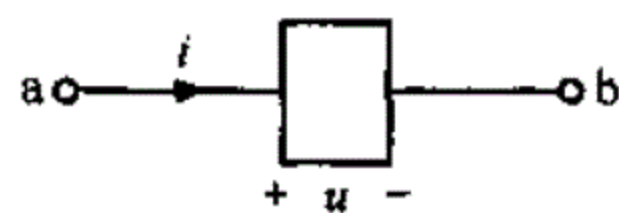


图 1-5 关联参考方向

### 1.2.4 功率和能量

电路的基本作用之一是实现能量的传输,能量对时间的变化率称为功率,用  $p$  表示,即

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1-5)$$

应用式 (1-1) 和式 (1-5), 得



$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i \quad (1-6)$$

对于图 1-6 (a) 所示的二端电路, 当电压、电流采用关联参考方向时, 可用式 (1-6) 求取其吸收功率。若求出的功率值为正值, 表示该二端电路吸收了功率; 若求出的功率值为负值, 表示该二端电路供出了功率。

若二端电路的电压、电流采用非关联参考方向, 如图 1-6 (b) 所示, 则可把电压或电流看成是关联参考方向时的负值, 故电路吸收功率的公式应改为

$$p = -u \cdot i \quad (1-7)$$

根据电压、电流是否为关联参考方向, 可选用相应的功率计算公式。但不论是式 (1-6) 还是式 (1-7) 都是按吸收功率进行计算的。若计算出功率为正值, 均表示吸收了功率; 若计算出功率为负值, 均表示供出了功率。

若二端电路为直流电路, 则电路吸收功率亦不随时间而改变。式 (1-6) 和式 (1-7) 可分别改写为

$$P = UI \quad (1-8)$$

$$P = -UI \quad (1-9)$$

在国际单位制 (SI) 中, 功率的单位是瓦 [特] (简称瓦, 符号为 W)。1 瓦 = 1 焦 [耳] / 秒 = 1 伏 · 安。

**【例 1-1】** 图 1-7 所示二端电路, 某时刻端子上的电压、电流值已知, 求该时刻各电路的吸收功率。

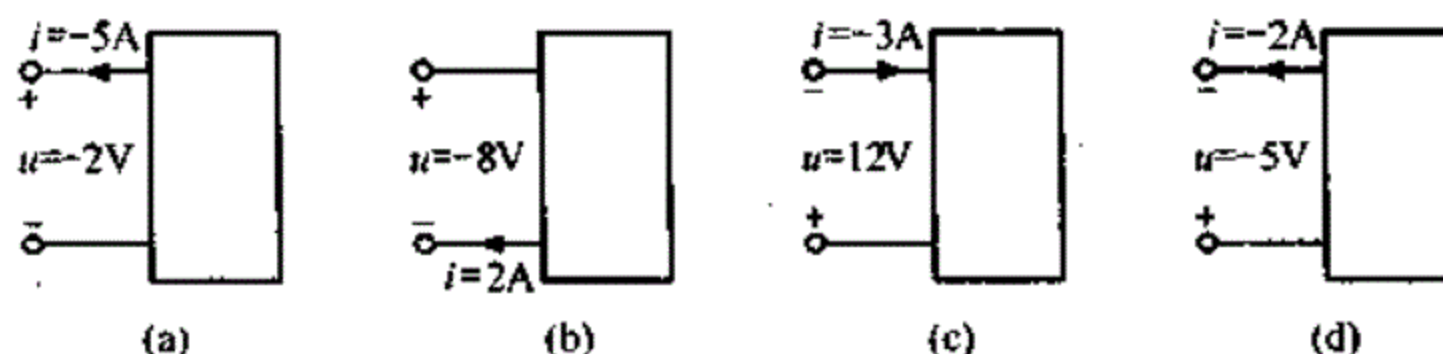


图 1-7 例 1-1 题图

解 图 (a) 电压、电流为非关联参考方向, 故用式 (1-7), 即

$$p = -u \cdot i = -(-2) \times (-5) = -10\text{W}$$

图 (a) 电路吸收 -10W, 说明 (a) 电路供出 10W 功率。

图 (b) 电压、电流为关联参考方向, 故用式 (1-6), 即

$$p = ui = (-8) \times 2 = -16\text{W}$$

图 (b) 电路吸收 -16W, 说明 (b) 电路供出 16W 功率。

图 (c) 电压、电流为非关联参考方向, 故用式 (1-7), 即

$$p = -ui = -12 \times (-3) = 36\text{W}$$

图 (c) 电路吸收 36W 功率。

图 (d) 电压、电流为关联参考方向, 故用式 (1-6), 即

$$p = ui = (-2) \times (-5) = 10\text{W}$$

图 (d) 电路吸收 10W 功率。



对式 (1-5) 两边从  $-\infty$  到  $t$  积分, 可得

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi \quad (1-10)$$

式 (1-10) 表示电压、电流为关联参考方向时, 从  $-\infty$  到  $t$  时间内输入电路的总能量, 或称电路吸收的总能量。

## 1.3 电路元件

电路元件是组成电路模型的最小单元, 电路元件本身就是一个最简单的电路模型。在电路中电路元件的特性是由它端子上的电压、电流关系来表征的, 通常称为伏安特性, 记为 VCR (Voltage Current Relation), 它可以用数学关系式表示, 也可描绘成电压、电流的关系曲线——伏安特性曲线。

电路元件分为两大类: 无源元件和有源元件。

无源元件是指在接入任一电路进行工作的全部时间范围内总的输入能量不为负值的元件。用数学式表示为

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi \geq 0 \quad (1-11)$$

或者

$$w(t) = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi \geq 0 \quad (1-12)$$

式中电压、电流采用关联参考方向,  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$  为输入该元件的功率。这个关系式对所有的时间  $t$ , 对任何电压和由此电压引起的电流都必须成立。

任何不满足这个条件的元件即为有源元件。有源元件在它接入电路进行工作的某个时间  $t$ , 上式  $w(t) < 0$ , 即供出电能, 甚至任何时刻一直在供出电能。

本书涉及的无源元件有电阻元件、电感元件、电容元件、互感元件和理想变压器元件。有源元件有独立电源、受控电源和理想运算放大器。本节将首先介绍电阻元件、独立电源和受控电源, 其余元件将在后续有关章节分别介绍。

### 1.3.1 电阻元件

电阻元件是无源二端元件, 是实际电阻器的理想化模型。

电阻元件按其伏安特性曲线是否为通过原点的直线可分为线性电阻元件和非线性电阻元件, 按其特性曲线是否随时间变化又可分为时变电阻元件和非时变电阻元件。因此, 电阻元件共有线性非时变、非线性非时变、线性时变、非线性时变 4 种类型。

#### 1. 线性非时变 (定常) 电阻元件

通常所说的电阻元件, 习惯上指的是线性非时变电阻元件, 又简称电阻。其图形符号如图 1-8 所示。电压、电流在关联参考方向下, 其伏安特性曲线如图 1-9 所示。该特性曲线的数学描述为



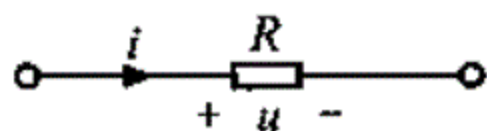


图 1-8 线性非时变  
电阻元件的符号

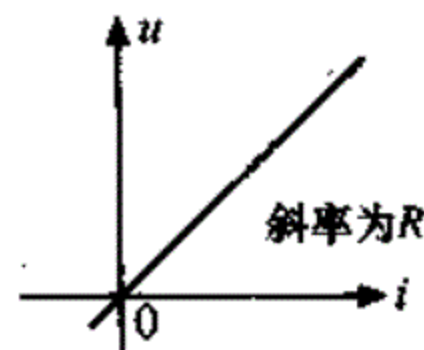


图 1-9 线性非时变电阻  
元件的伏安特性曲线

$$u = R \cdot i \quad (1-13)$$

即欧姆定律，也称线性非时变电阻元件的约束方程。式中  $R$  的数值为该直线的斜率，是一个与电压、电流无关的常量，称为电阻元件的电阻量，简称电阻。式 (1-13) 表明在一定电压下电阻  $R$  的增大将使电流减小。可见电阻  $R$  是表征电阻元件阻碍电流能力大小的参量。电阻的单位为欧 [姆] (简称欧，符号为  $\Omega$ )，1 欧 = 1 伏/安。

式 (1-13) 也可以用另一形式表示

$$i = G \cdot u \quad (1-14)$$

式中， $G$  称为电阻元件的电导量，简称电导。式 (1-14) 表明，在一定电压下，电导的增大将使电流增大，可见电导  $G$  是表征电阻元件传导电流能力大小的参量。电导的单位为西 [门子] (符号为  $S$ )，1 西 [门子] = 1 安/伏。

显然，电阻元件的电导与电阻之间有互为倒数的关系，即

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-15)$$

在电路分析中，究竟用电阻还是电导来表征电阻元件，应根据是否有利于表达式的简洁和计算方便来确定。

当电阻元件  $R \rightarrow \infty$  或  $G = 0$  时，其伏安特性曲线与  $u$  轴重合，此时电阻元件相当于断开的导线，称为“开路”；当电阻元件  $R = 0$  或  $G \rightarrow \infty$  时，其伏安特性曲线与  $i$  轴重合，此时电阻元件相当于一段理想导线，称为“短路”。

由式 (1-13) 或图 1-9 可知，电阻元件有一个重要特性，就是在任一时刻，电阻端电压（或电流）由同一时刻的电流（或电压）所决定，而与过去的电压或电流无关。从这个意义上讲，电阻是一种无记忆元件或称即时元件。所谓无记忆是指过去的工作经历对现在的工作无丝毫影响。

应该指出，式 (1-13)、式 (1-14) 是电阻元件的电压、电流采用关联参考方向下欧姆定律的两种形式。若电压、电流采用非关联参考方向，则欧姆定律应改为

$$u = -R \cdot i \quad (1-16)$$

$$i = -G \cdot u \quad (1-17)$$

当电压、电流采用关联参考方向时，应用式 (1-6)、式 (1-13)，线性非时变电阻元件的瞬时输入功率为

$$p = ui = i^2 R = u^2 / R \quad (1-18)$$

式 (1-18) 表明电流通过电阻时要消耗能量。电阻元件 ( $R > 0$ ) 是一种耗能元件。

作为理想元件，电阻元件上的电压、电流可以不受限制地满足欧姆定律。但作为实际的电阻器件如灯泡、电炉等，对电压、电流或功率却有一定的限额。过大的电压或电流会使器件过热而损坏。因此，在电子设备的设计中，必须考虑器件的额定电流、额定电压和额定功



率以及器件的散热问题。

**【例 1-2】** 图 1-10 中, 已知电阻两端瞬时电压  $u = 4\text{V}$ , 且  $R = 2\Omega$ 。试求该瞬时流经电阻的电流  $i$  和电阻吸收的功率  $p$ 。

解 在图 1-10 所示电路中, 电压、电流采用非关联参考方向, 欧姆定律应使用式 (1-16), 即

$$u = - Ri$$

故

$$i = -\frac{u}{R} = -2\text{A}$$

由式 (1-7), 该瞬时吸收功率为  $p = -u \cdot i = -u \left( -\frac{u}{R} \right) = \frac{u^2}{R} = 8\text{W}$

此例说明电阻元件电压、电流的实际方向永远是一致的。在任何情况下, 电阻不可能供出功率。

## 2. 非线性非时变电阻元件

通常所说的非线性电阻元件, 习惯上指的是非线性非时变电阻元件, 又简称非线性电阻。其图形符号如图 1-11 所示。其伏安特性曲线不再是一条通过原点的直线, 通过它的电流与加在它两端的电压不成正比关系, 或者说加在它两端的电压与通过它的电流  $i$  之比不为常数。

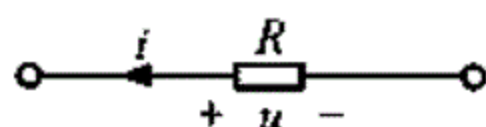


图 1-10 例 1-2 题图

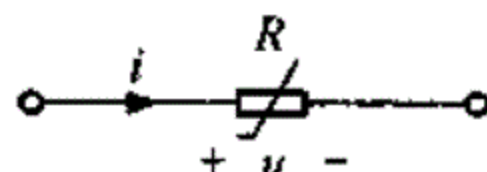


图 1-11 非线性非时变电阻元件的电路符号

半导体二极管如图 1-12 (a) 所示, 是一种非线性非时变电阻元件, 其伏安特性曲线如图 1-12 (b) 所示, 数学关系式为

$$i = I_0(e^{u/U_0} - 1)$$

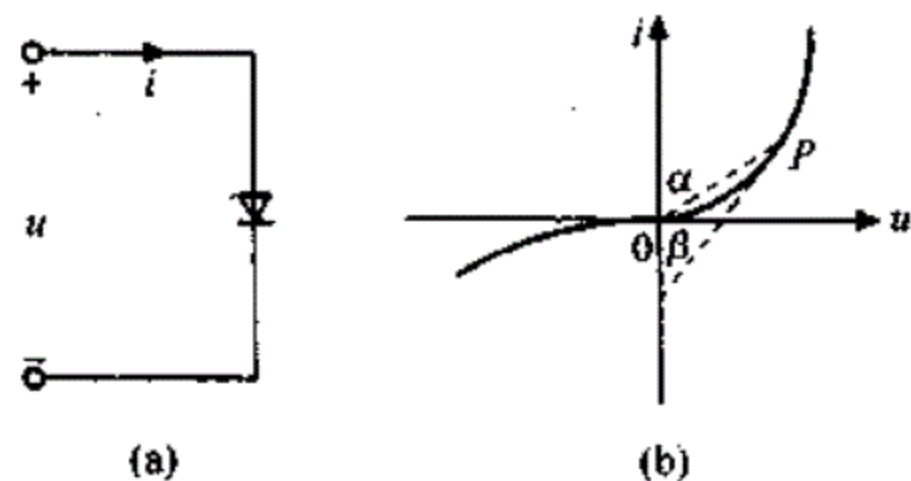


图 1-12 半导体二极管及其伏安特性

式中,  $I_0$ 、 $U_0$  都是常数, 其值与给定的半导体二极管有关。显然, 非线性电阻元件的电阻值随着电流或电压的大小、方向而改变。元件的特性要由整个伏安特性曲线来表征。

非线性电阻元件的电阻值有两种常见的表征方法:  $u-i$  曲线上某一点的比值  $R_s = u/i$ , 称为该点的静态电阻;  $u-i$  曲线上某一点的增量比值  $R_d = du/di$ , 称为动态电阻或增量电阻。显然, 静态电阻和动态电阻都是电压 (或电流) 的函数。在图 1-12 (b) 中,  $P$  点的静态电阻正比于  $\tan\alpha$ ,  $P$  点的动态电阻正比于  $\tan\beta$ 。

图 1-13 和图 1-14 所示分别为充气二极管和隧道二极管的伏安特性曲线, 它们都可用非线性电阻模拟。前者的端电压  $u$  可以表示成端电流  $i$  的单值函数, 即  $u = f(i)$ , 称为电流控制型非线性电阻; 后者的端电流  $i$  可以表示成端电压  $u$  的单值函数, 即  $i = g(u)$ , 称为电压控制型非线性电阻。

## 3. 时变电阻元件

上面介绍的电阻元件均为非时变电阻元件。时变电阻元件有两类: 线性时变电阻元件和非线性时变电阻元件。图 1-15 和图 1-16 所示分别为它们在电压、电流在关联参考方向下伏



安特性曲线的示意图。



图 1-13 充气二极管及其伏安特性曲线

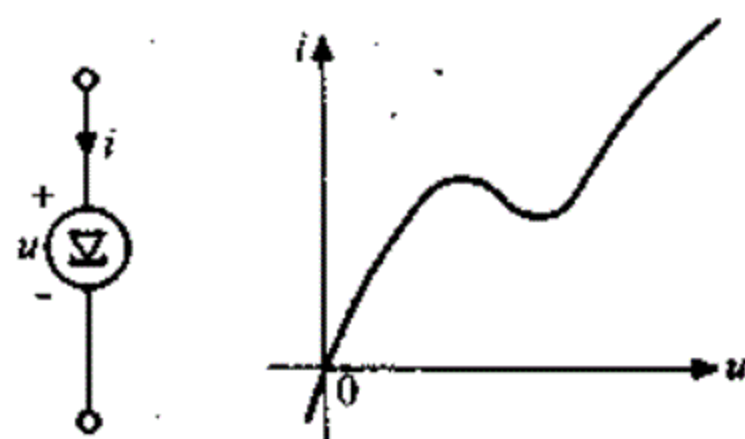


图 1-14 隧道二极管及其伏安特性曲线

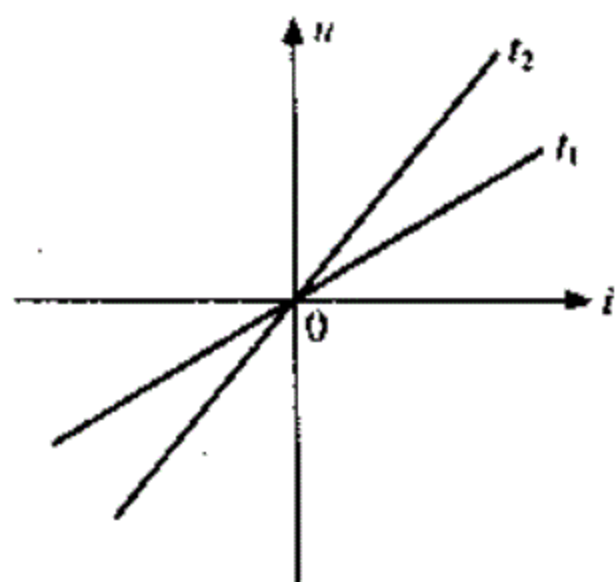


图 1-15 线性时变电阻元件伏安特性曲线

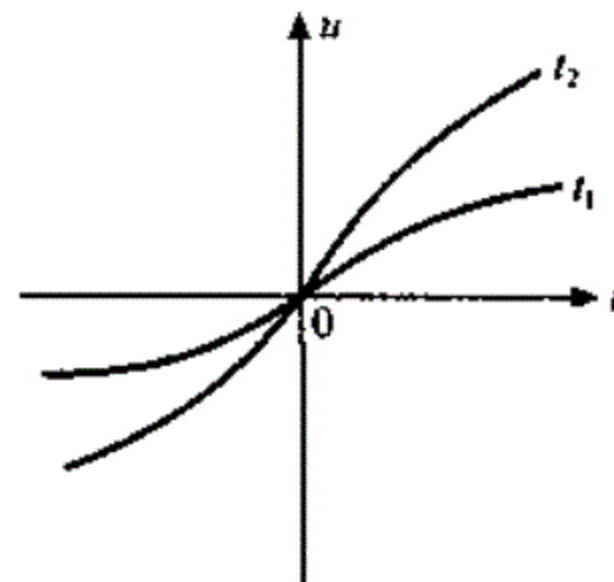


图 1-16 非线性时变电阻元件伏安特性曲线

最后指出,电阻元件就其伏安特性曲线是否对称于原点又可分为双向元件和非双向元件。一切线性电阻元件都是双向元件。双向元件接入电路时,它的两个外接端子可以互换而不影响电路工作。大多数非线性电阻元件是非双向元件,半导体二极管就是一种非双向元件。在接入电路时要注意其极性不可接错,以免影响电路正常工作。

### 1.3.2 独立电源

独立电源是有源元件,分为独立电压源和独立电流源。

#### 1. 电压源

一个二端元件接到任一电路中,不论流过它的电流是多少,其两端的电压始终保持给定的时间函数  $u_s(t)$  或定值  $U_s$ ,该二端元件称为独立电压源,简称电压源。

电压源是实际电压源忽略其内阻后的理想化模型。具有如下特性:

- (1) 电压源的端电压由元件本身确定,与流经元件的电流无关;
- (2) 流经电压源的电流由与电压源相连接的外电路确定;
- (3) 端电压保持定值  $U_s$  的电压源称为直流电压源,端电压保持给定时间函数  $u_s(t)$  的电压源称为时变电压源。

电压源在电路图中的符号如图 1-17 (a) 所示,符号中的“+”和“-”表示电压的参考极性。直流电压源也可以用图 1-17 (b) 所示图形符号表示,长横线表示电压的参考正极性,短横线表示参考负极性。一般为计算方便,常取电流参考方向与电压参考方向为非关联参考方向(参见图1-17)。

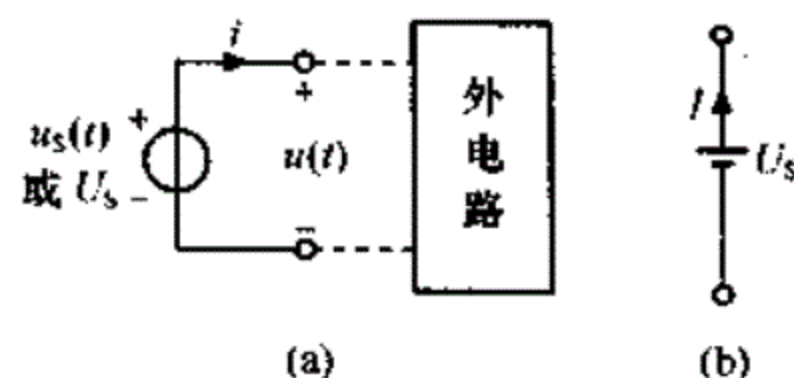


图 1-17 电压源图形符号



电压源的电压 - 电流关系可用下式表示

$$u(t) = u_s(t) \quad \text{对于任意的 } i \quad (1-19)$$

其伏安特性曲线如图 1-18 所示。对于直流电压源, 其特性曲线为一条平行  $i$  轴的直线,  $u$  轴截距  $U_s$  表示直流电压源的电压值, 如图 1-18 (a) 所示; 对于时变电压源, 其特性曲线为平行于  $i$  轴但随时间而改变的直线, 它在  $u$  轴上的截距表示不同时刻时变电压源的电压值, 如图 1-18 (b) 所示。

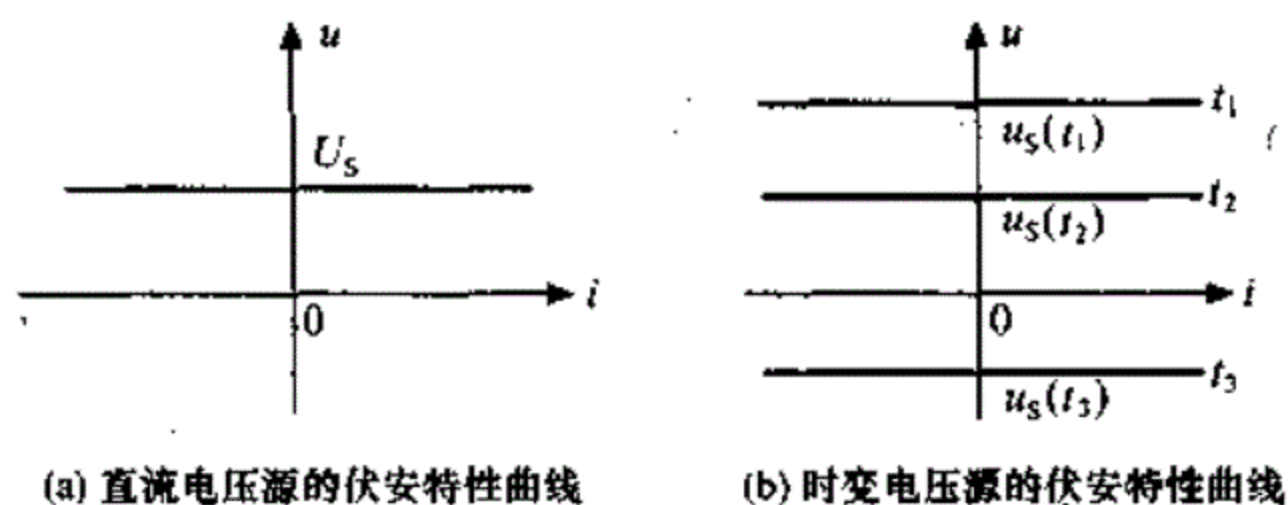


图 1-18 电压源的伏安特性曲线

当  $u_s(t)$  或  $U_s$  为零时, 其伏安特性曲线与  $i$  轴重合, 电压源相当于短路。

由于流经电压源的电流由外电路决定, 故电流可以从不同方向流经电压源, 因此电压源可能对外电路提供能量, 也可能从外电路吸收能量。

## 2. 电流源

一个二端元件接到任一电路中, 不论其两端电压是多少, 流经它的电流始终保持给定的时间函数  $i_s(t)$  或定值  $I_s$ , 该二端元件称为独立电流源, 简称电流源。

电流源是实际电流源忽略其内阻后的理想化模型。具有如下特性:

- (1) 流经电流源的电流由元件本身确定, 与其两端的电压无关;
- (2) 电流源两端的电压由与电流源相连接的外电路确定;

(3) 流经电流源电流保持定值  $I_s$  的电流源称为直流电流源, 流经电流源电流保持给定时间函数  $i_s(t)$  的电流源称为时变电流源。

电流源在电路图中的符号如图 1-19 所示, 符号中的箭头表示电流的参考方向。一般为了计算方便, 常取电压参考方向与电流参考方向为非关联参考方向 (参见图 1-19)。

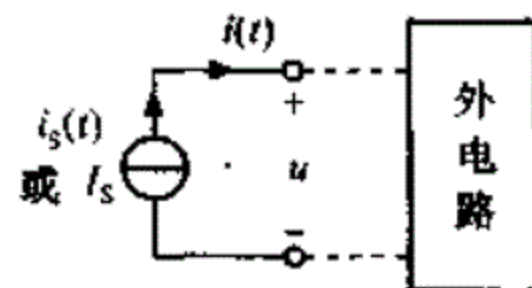


图 1-19 电流源的图形符号

电流源的电压 - 电流关系可表示为

$$i(t) = i_s(t) \quad \text{对任意的 } u \quad (1-20)$$

其伏安特性曲线如图 1-20 所示。对于直流电流源, 其特性曲线为一条垂直于  $i$  轴的直线,  $i$  轴截距  $I_s$  表示直流电流源的电流值, 如图 1-20 (a) 所示; 对于时变电流源, 其特性曲线为

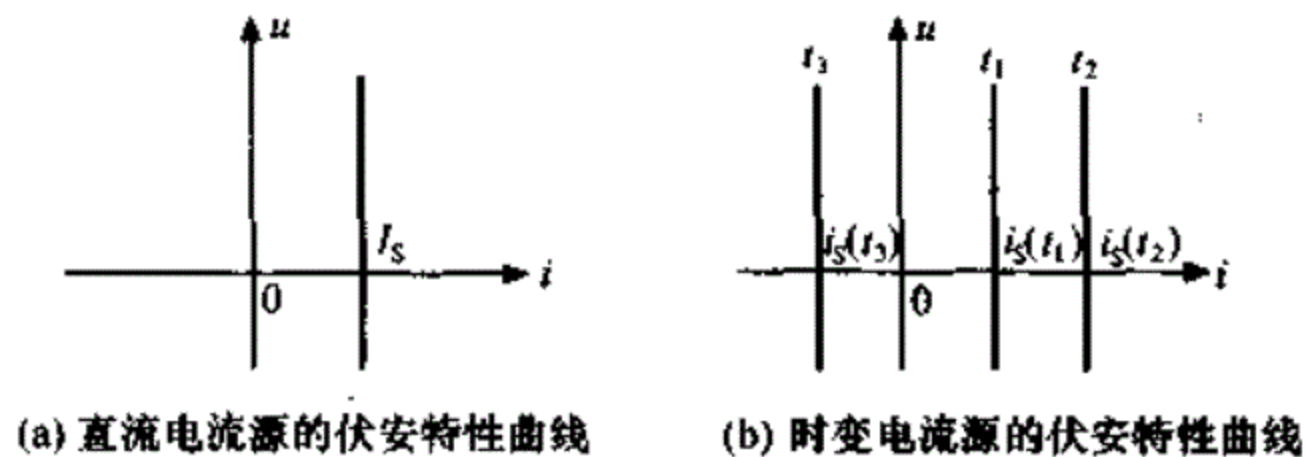


图 1-20 电流源的伏安特性曲线



垂直于  $i$  轴但却随时间而改变的直线, 它在  $i$  轴上的截距表示不同时刻时变电流源的电流值, 如图 1-20 (b) 所示。

当  $i_s(t)$  或  $I_s$  为零时, 其伏安特性曲线与  $u$  轴重合, 电流源相当于开路。

由于电流源的端电压由外电路决定, 其两端电压可以有不同真实极性, 因此电流源既可能对外电路提供能量, 也可能从外电路吸收能量。

【例 1-3】 电路如图 1-21 所示, 已知图 (a) 中  $U_s = 10V$ , 图 (b) 中  $I_s = 10A$ , 当  $R_L$  分别为  $1\Omega$ 、 $10\Omega$ 、 $100\Omega$  时, 分别求图 (a) 中的电流  $I$  和图 (b) 中的电压  $U$ 。

解 在图 1-21 (a) 所示电路中, 应用欧姆定律, 得

$$R_L = 1\Omega \text{ 时} \quad I = \frac{U_s}{R_L} = 10A$$

$$R_L = 10\Omega \text{ 时} \quad I = \frac{U_s}{R_L} = 1A$$

$$R_L = 100\Omega \text{ 时} \quad I = \frac{U_s}{R_L} = 0.1A$$

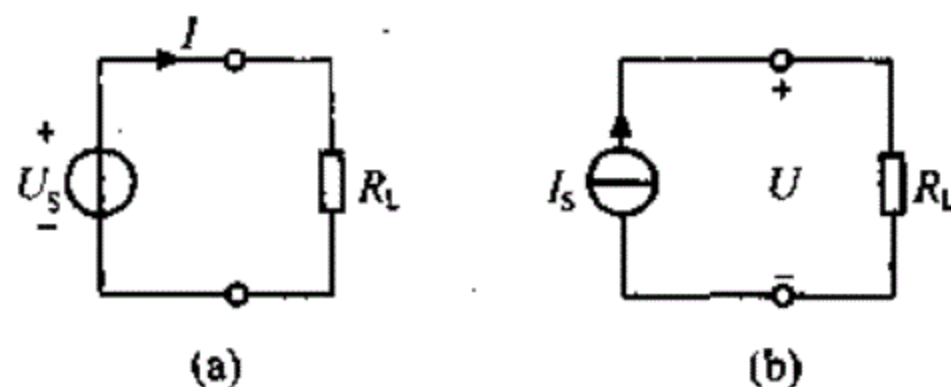


图 1-21 例 1-3 题图

在图 1-21 (b) 所示电路中, 应用欧姆定律, 得

$$R_L = 1\Omega \text{ 时} \quad U = I_s R_L = 10V$$

$$R_L = 10\Omega \text{ 时} \quad U = I_s R_L = 100V$$

$$R_L = 100\Omega \text{ 时} \quad U = I_s R_L = 1000V$$

### 1.3.3 受控电源

前面讨论的电压源和电流源都是独立电源, 电压源的端电压和电流源的电流都是由电源本身决定的, 与电源以外的其他电路无关。而受控电源是非独立电源, 受控电源的输出电压或电流受到电路中某部分的电压或电流的控制。

受控电源是四端元件, 是一类具有放大作用的电子器件的理想化模型。图 1-22 (a) 所示为电压放大 100 倍的理想放大器, 该放大器外部特性为

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ u_2 = 100u_1 \end{cases}$$

11' 端称为输入端对或控制端对, 22' 端称为输出端对或受控端对。其输出电压  $u_2$  受到输入电压  $u_1$  的控制, 采用图 1-22 (b) 所示受控源模型表示。为了与独立源区别, 受控源符号用菱形表示。

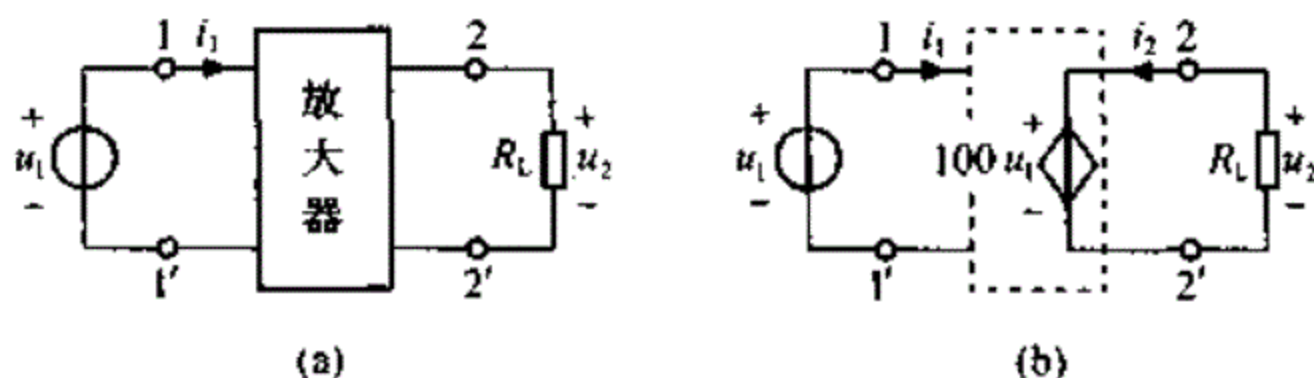


图 1-22 放大器和受控电源模型

一般地讲, 根据控制量和受控量不同, 受控电源有如下 4 种基本形式。



## 1. 受控电压源

受控电压源有两种。

若四端元件的输入、输出端对满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ u_2 &= \mu u_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

则此四端元件称为电压控制电压源，简称 VCVS，图形符号如图 1-23 (a) 所示，其中  $\mu$  是电压放大系数，它是一个无量纲的常量。

若四端元件的输入、输出端对满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= \gamma i_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

则此四端元件称为电流控制电压源，简称 CCVS，图形符号如图 1-23 (b) 所示，其中  $\gamma = u_2/i_1$  是一个具有电阻量纲的常量，称为转移电阻。

## 2. 受控电流源

受控电流源也有两种。

若四端元件的输入、输出端对满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ i_2 &= g u_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

则此四端元件称为电压控制电流源，简称 VCCS，图形符号如图 1-23 (c) 所示，其中  $g = i_2/u_1$  是一个具有电导量纲的常量，称为转移电导。

若四端元件的输入、输出端对满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ i_2 &= \beta i_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

则此四端元件为电流控制电流源，简称 CCCS，图形符号如图 1-23 (d) 所示，其中  $\beta$  称为电流放大系数，它是一个无量纲的常量。

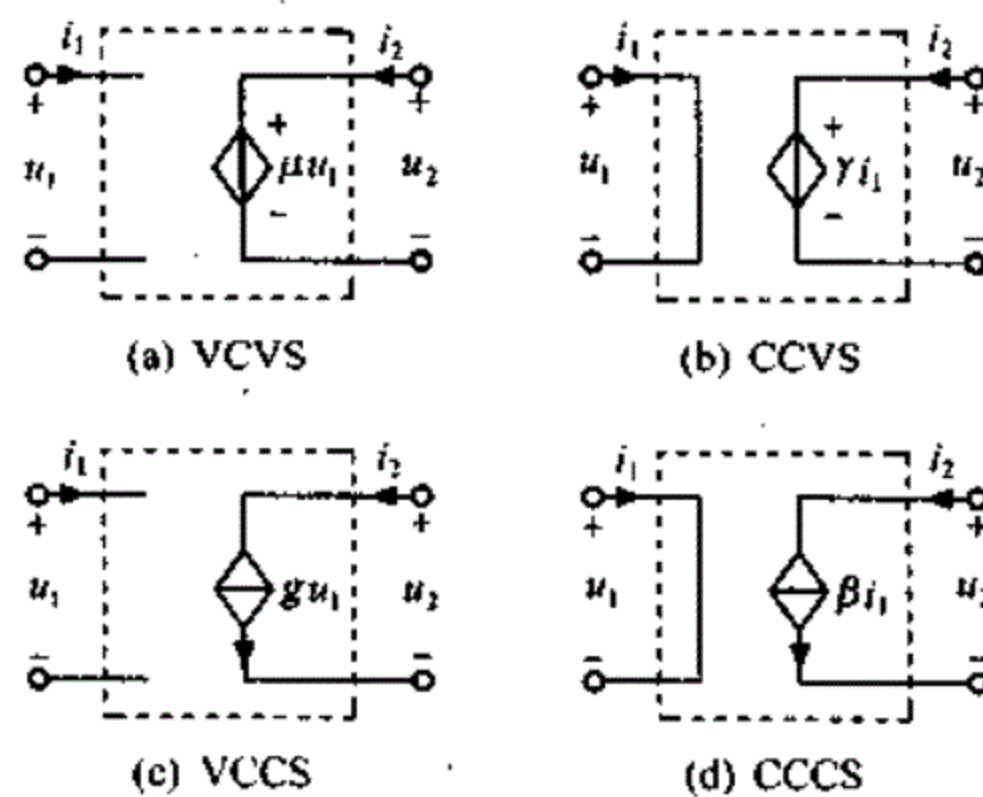


图 1-23 四种受控源的图形符号

受控电压源的输出电流  $i_2$ 、受控电流源的输出电压  $u_2$  需由与受控源输出端对相连接的外电路决定。这是与独立电压源或电流源相似之处。



在各端对电压、电流采用关联参考方向时受控源的瞬时吸收功率为

$$p(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) \quad (1-25)$$

因为控制端对不是  $i_1 = 0$  就是  $u_1 = 0$ , 所以上式可写成

$$p(t) = u_2(t) \cdot i_2(t) \quad (1-26)$$

以图 1-22 (b) 所示电压控制电压源为例分析受控源的瞬时功率。 $i_2(t) = -u_2(t)/R_L$ , 代入式 (1-26), 得

$$p(t) = u_2(t) \cdot \left( -\frac{u_2(t)}{R_L} \right) = -u_2^2(t)/R_L$$

代入式 (1-21), 得

$$p(t) = -100^2 \frac{u_1^2(t)}{R_L} = -\mu^2 \frac{u_1^2(t)}{R_L}$$

上式表明该电压控制电压源向外供出功率。

受控源可以供出功率, 这说明受控源是有源元件, 这是与独立源的性能相似的地方。但受控源又是非独立源, 它不能单独作为电路的激励。只有在电路已经被独立源激励, 控制电压或控制电流已经建立, 受控电源的输出端对才有一定的输出电压或电流, 才有可能向外提供功率。这是受控源与独立源不同的地方。

受控源在接入电路时, 其 4 个端子可以作不同的连接, 由于表征受控源的方程是以电压电流为变量的代数方程, 所以, 受控源也可看作是电阻元件, 受控源是兼有“有源性”和“电阻性”双重特性的元件。

## 1.4 基尔霍夫定律

电路分析的对象不是实际电路而是电路模型, 又称其为集总参数电路, 简称电路。电路因其构成元件性质不同有线性、非线性, 时变、非时变之分。由独立电源、线性非时变元件和受控源构成的电路称为线性非时变电路。除非特别说明, 本书涉及的电路均属线性非时变电路。

在阐述基尔霍夫定律之前, 首先介绍几个名词或术语。

**支路:** 电路中一个二端元件称为一条支路。

通常, 把流经元件的电流称为支路电流, 把元件端电压称为支路电压。它们是电路分析的主要对象。

**节点:** 电路中两条或两条以上支路的连结点称为节点。图 1-24 所示电路共有 6 条支路、4 个节点。注意 b、c 是同一个节点。

为了方便, 也可以把几个串联元件合并在一起定义为一条支路, 把几个并联元件合并在一起定义为一条支路; 把 3 条或 3 条以上这样的支路的连接点定义为节点。按此定义, 图 1-24 中只有 3 条支路 (1-3, 4-5, 2-6), 2 个节点 (bc, e)。a 和 d 就不再是节点。

**回路:** 电路中任一闭合路径称为回路。如图 1-24 所示电路共有 6 个回路。如元件 1、3、4; 元件 1、3、6、2 均构成回路。

**网孔:** 内部不含支路的回路称为网孔。如图 1-24 所示电路共有 3 个网孔。如元件 1、3、4 构成的回路是网孔, 而元件 1、2、6、3 构成的回路就不是网孔, 因为内部含有元件 4、5。



一般把含元件较多的电路称为网络,但实际上,电路与网络可以混用,没有严格的区别。内部包含独立电源的网络称为有源网络,否则称为无源网络。凡是可以画在一个平面上而不出现任何支路交叉现象的网络称为平面网络,否则称为非平面网络。图 1-25 所示网络,无论怎样改画电路图也无法避免支路的交叉,故该网络是非平面网络。非平面网络中网孔的定义是不成立的,平面网络才有网孔的定义。

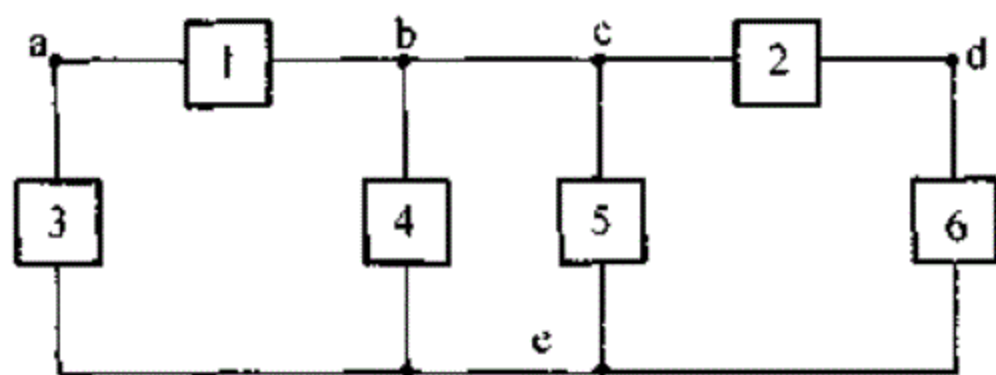


图 1-24 说明支路、节点的电路图

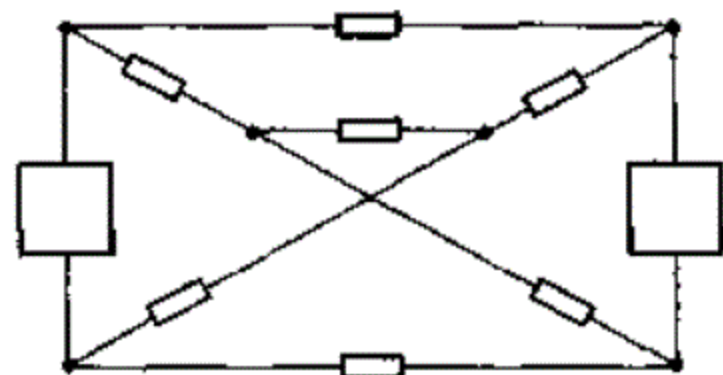


图 1-25 非平面网络

电路的性能取决于本身的几何结构和元件特性,与支路在空间的位置无关。电路一经给定,各支路电压、支路电流必然受到两种约束:一是元件本身特性对本支路电压和电流的约束。如线性电阻元件的电压和电流必定满足欧姆定律,两者不能同时作自由选择,这类约束与电路结构无关,称为元件的伏安关系 (VCR) 约束,简称元件约束 (有时也称支路 VCR 或支路约束);二是元件连接方式、电路结构给各支路电流和支路电压带来的约束,这类约束与元件性质无关,称为拓扑约束。描述这类约束关系的就是基尔霍夫定律。上述两类约束关系是电路分析的基本依据。

#### 1.4.1 基尔霍夫电流定律 (KCL)

基尔霍夫电流定律又称基尔霍夫第一定律。

基尔霍夫电流定律反映了电路中任一节点各支路电流间的相互约束关系。对其表述如下:

在集总参数电路中,任一瞬间流经任一节点的所有支路电流的代数和等于零。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^{n_1} i_k = 0 \quad (1-27)$$

式中,  $i_k$  表示第  $k$  条流出 (或流入) 该节点的支路电流,  $n_1$  为与该节点相连接的支路数。

式 (1-27) 称为节点电流方程或 KCL 方程。在建立方程时,习惯上将参考方向离开该节点的支路电流取正号,参考方向指向该节点的支路电流取负号 (亦可作相反的规定,两者是等价的)。

图 1-26 所示电路中,可分别列出 A、B、C 3 个节点的 KCL 方程为

$$\text{对 A 节点} \quad -i_1 + i_4 - i_6 = 0$$

$$\text{对 B 节点} \quad -i_2 - i_4 + i_5 = 0$$

$$\text{对 C 节点} \quad -i_3 - i_5 + i_6 = 0$$

每个 KCL 方程均是线性齐次代数方程,且支路电流变量的系数为常数 1、-1 或 0 (表示某支路电流没有流入或流出该节点)。各方程反映了各个节点支路电流的线性约束关系。如 A 节点,若已知其中两个支路电流,则第 3 个支路

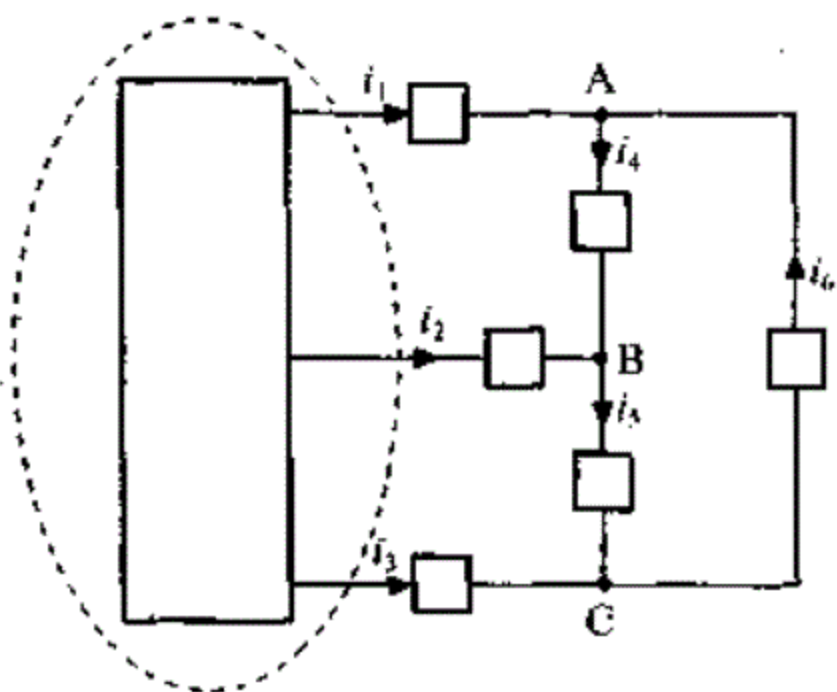


图 1-26 KCL 用图



电流随之而定,而不能再作其他的选择。

改写图 1-26 中节点 A 的 KCL 方程,得

$$i_4 = i_1 + i_6$$

此式表明,在集总参数电路中,任一时刻、任一节点流出该节点的支路电流之和等于流入该节点的支路电流之和,即

$$\sum i_{\text{出}} = \sum i_{\text{入}} \quad (1-28)$$

这是基尔霍夫电流定律的另一种表示形式。

将图 1-26 中节点 A、B、C 3 个 KCL 方程相加,即得图示虚线封闭面的 KCL 方程,即

$$-i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

此式表明,在集总参数电路中,通过任一封闭面的支路电流的代数和为零。这是基尔霍夫电流定律的推广,这种假想的封闭面又称广义节点。

基尔霍夫电流定律的实质是电流连续性原理,是电荷守恒原理的体现。电荷既不能创造也不能消灭。在集总参数电路中,节点是理想导体的连接点,不可能积聚电荷。在任一时刻流入节点的电荷必然等于流出节点的电荷。

【例 1-4】在图 1-27 所示电路中,已知  $i_1 = -1\text{A}$ ,  $i_2 = 2\text{A}$ ,  $i_4 = 4\text{A}$ ,  $i_5 = -5\text{A}$ , 求其余所有支路电流。

解 图 1-27 有 5 个节点,应用 KCL 求取各支路电流。

$$\text{节点 a} \quad i_1 - i_2 + i_3 = 0 \quad i_3 = -i_1 + i_2 = -(-1) + 2 = 3\text{A}$$

$$\text{节点 b} \quad -i_1 + i_4 - i_6 = 0 \quad i_6 = -i_1 + i_4 = -(-1) + 4 = 5\text{A}$$

$$\text{节点 c} \quad i_2 - i_4 + i_5 - i_7 = 0 \quad i_7 = i_2 - i_4 + i_5 = 2 - 4 + (-5) = -7\text{A}$$

$$\text{节点 d} \quad -i_3 - i_5 - i_8 = 0 \quad i_8 = -i_3 - i_5 = -3 - (-5) = 2\text{A}$$

如果把上述 4 个 KCL 方程加起来,即得节点 e 的 KCL 方程。显然这个方程是多余的,或者说是独立的。

在 KCL 方程的列写和计算过程中,要注意两类正负符号,一类是方程每项电流系数的正负号,另一类是电流自身的正负号。

【例 1-5】在图 1-26 所示电路中,若已知  $i_1(t) = 3 + 4\cos 2\pi t \text{ A}$ ,  $i_2(t) = 2 - \cos 2\pi t \text{ A}$ 。试求:

电流  $i_3(t)$ ; (2) 当  $t = 1\text{s}$  时,各电流的瞬时值。

解 (1) 由  $-i_1 - i_2 - i_3 = 0$

$$\begin{aligned} \text{得 } i_3(t) &= -(3 + 4\cos 2\pi t) - (2 - \cos 2\pi t) \\ &= -5 - 3\cos 2\pi t \end{aligned}$$

(2)  $t = 1\text{s}$  时

$$i_1(1) = 7\text{A} \quad i_2(1) = 1\text{A}$$

$$i_3(1) = -8\text{A}$$

## 1.4.2 基尔霍夫电压定律 (KVL)

基尔霍夫电压定律又称基尔霍夫第二定律。

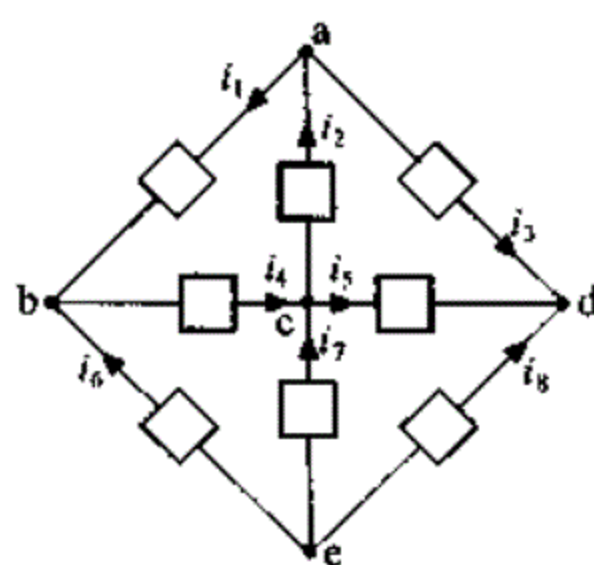


图 1-27 例 1-4 题图



基尔霍夫电压定律反映了电路中任一回路各支路电压间的相互约束关系。对其表述如下：  
在集总参数电路中，任一时刻沿任一回路的所有支路电压的代数和等于零。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^{n_2} u_k = 0 \quad (1-29)$$

式中， $u_k$  为回路第  $k$  条支路的电压， $n_2$  为回路的支路数。式 (1-29) 称为回路电压方程或 KVL 方程。在建立方程时，首先选定一个回路的绕行方向。支路电压的参考方向与绕行方向一致时取正号，支路电压参考方向与绕行方向相反时取负号。

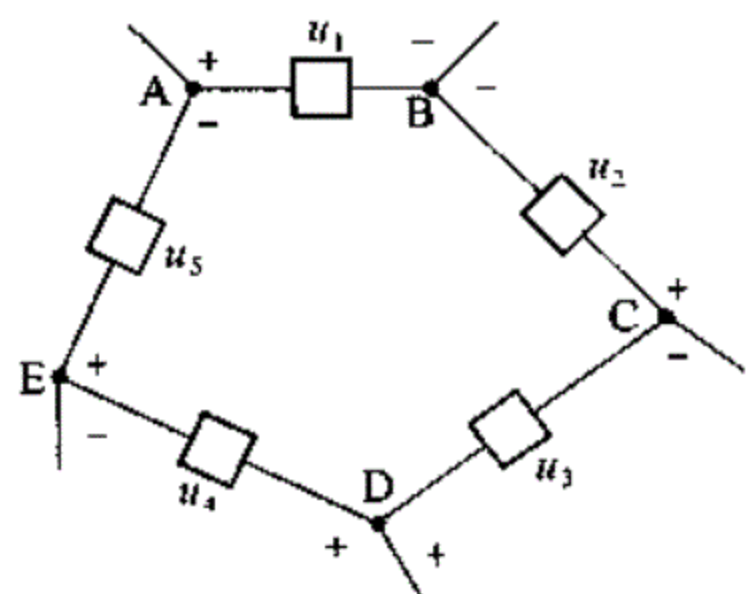


图 1-28 KVL 用图

图 1-28 所示为某电路的一个回路，假设回路绕行方向为顺时针方向，则 KVL 方程为

$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 + u_5 = 0 \quad (1-30)$$

式 (1-30) 是一个线性齐次代数方程，且支路电压变量的系数为常数 1、-1 或 0（表示未在该回路中出现的支路电压）。方程反映了组成回路的 5 条支路电压的线性约束关系。

若已知其中 4 个支路电压，则第 5 个支路电压随之而定，而不能再作其他选择。

改写图 1-28 所示回路的 KVL 方程，得

$$u_1 + u_4 + u_5 = u_2 + u_3$$

此式表明，在集总参数电路中，任一时刻沿任一回路的支路电压降之和等于电压升之和，即

$$\sum u_{\text{降}} = \sum u_{\text{升}} \quad (1-31)$$

这是基尔霍夫电压定律的另一种表示形式。

在图 1-28 所示电路中，节点 A、D 间并无支路，但仍可把 ADEA 看成是一个回路，即

$$u_{AD} + u_4 + u_5 = 0$$

或把 ABCDA 看成是一个回路，即

$$u_1 - u_2 - u_3 - u_{AD} = 0$$

可见，基尔霍夫电压定律不仅适用于实际存在的回路，而且也适用于任意假想的回路。这是基尔霍夫电压定律的推广，这种假想的回路又称广义回路。

基尔霍夫电压定律的实质是能量守恒定律在集总参数电路中的体现。单位正电荷沿回路绕行一周，所获得的能量必须等于所失去的能量。获得能量，电位则升高；失去能量，电位则降低。所以在回路中电位升之和必然等于电位降之和，即任意回路中各个支路电压的代数和为零。

**【例 1-6】** 电路如图 1-29 所示，试求电压  $u_{ab}$ 。

解 对 abcdea 广义回路列 KVL 方程，得

$$u_{ab} - 1 + 5 - (-2) + 3 = 0$$

$$u_{ab} = -9\text{V}$$

**【例 1-7】** 电路如图 1-30 所示，试求电流  $I_1$  和  $I_2$ 。

解 列 bdcdb 回路的 KVL 方程，得



$$U_{bd} - 4 + 2 = 0 \quad \text{得} \quad U_{bd} = 2V$$

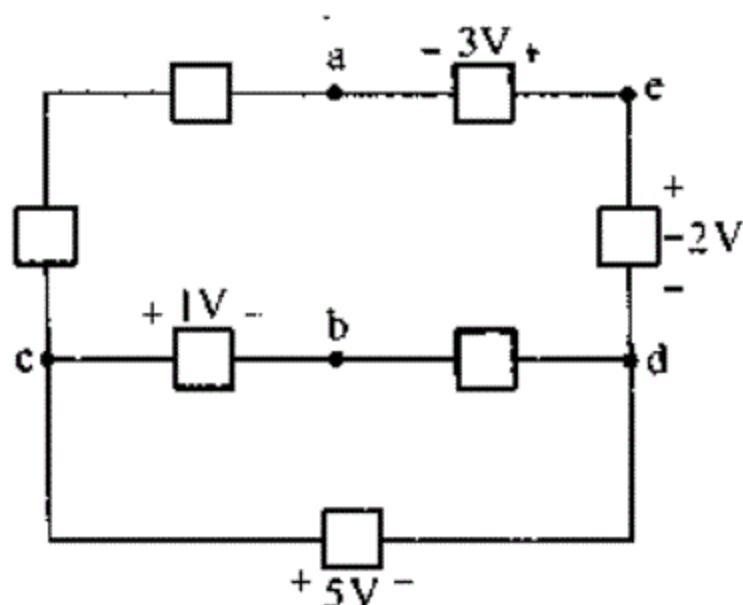


图 1-29 例 1-6 题图

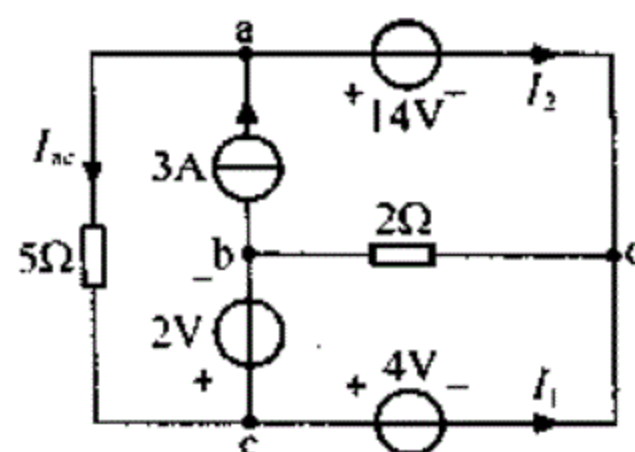


图 1-30 例 1-7 题图

即

$$I_{bd} = 1A$$

对 acda 回路列 KVL 方程, 得

$$U_{ac} + 4 - 14 = 0 \quad \text{得} \quad U_{ac} = 10V$$

则

$$I_{ac} = 2A$$

对 a 点列 KCL 方程, 得

$$I_2 + I_{ac} - 3 = 0 \quad \text{得} \quad I_2 = 1A$$

对 d 点列 KCL 方程, 得

$$-I_2 - I_{bd} - I_1 = 0$$

得

$$I_1 = -1 - 1 = -2A$$

在 KVL 方程的列写和计算过程中, 也要注意两类正负号, 一类是方程每项电压系数的正负号, 另一类是电压自身的正负号。

最后指出, KCL 和 KVL 确定了电路中支路电流间和支路电压间的约束关系。这种约束关系只与电路的连接方式有关而与支路元件的性质无关。所以无论电路由什么元件组成, 也无论元件是线性还是非线性, 时变还是非时变的, 只要是集总参数电路, 基尔霍夫的这两个定律总是成立的。

## 小 结

1. 电路理论的研究对象是实际电路的理想化模型, 它是由理想电路元件组成。理想电路元件是从实际电路器件中抽象出来的, 可以用数学公式精确定义。

2. 电流和电压是电路中最基本的物理量, 分别定义为

电流  $i = \frac{dq}{dt}$ , 方向为正电荷运动的方向。

电压  $u = \frac{dw}{dq}$ , 方向为电位降低的方向。

3. 参考方向是人为假设的电流或电压数值为正的方向, 电路理论中涉及的电流或电压都是对应于假设的参考方向的代数量。当一个元件或一段电路上电流和电压参考方向一致



时,称为关联参考方向。

4. 功率是电路分析中常用的物理量。当支路电流和电压为关联参考方向时,  $p = ui$ ; 当电流和电压为非关联参考方向时,  $p = -ui$ 。计算结果  $p > 0$  表示支路吸收(消耗)功率; 计算结果  $p < 0$  表示支路提供(产生)功率。

5. 电路元件可分为有源元件和无源元件; 线性元件和非线性元件; 时变元件和非时变元件。电路元件的电压-电流关系表明该元件电压和电流必须遵守的规律, 又称为元件的约束关系。

(1) 线性非时变电阻元件的电压-电流关系满足欧姆定律。当电压和电流为关联参考方向时, 表示为  $u = Ri$ ; 当电压和电流为非关联参考方向时, 表示为  $u = -Ri$ 。电阻元件的伏安特性曲线是  $u-i$  平面上通过原点的一条直线。特别地,  $R \rightarrow \infty$  称为开路;  $R = 0$  称为短路。

(2) 独立电源有以下两种。

电压源的电压按给定的时间函数  $u_s(t)$  变化, 电流由其外电路确定。特别地, 直流电压源的伏安特性曲线是  $u-i$  平面上平行于  $i$  轴且  $u$  轴坐标为  $U_s$  的直线。

电流源的电流按给定的时间函数  $i_s(t)$  变化, 电压由其外电路确定。特别地, 直流电流源的伏安特性曲线是  $u-i$  平面上平行于  $u$  轴且  $i$  轴坐标为  $I_s$  的直线。

(3) 受控电源。

受控电源不能单独作为电路的激励, 又称为非独立电源, 受控电源的输出电压或电流受到电路中某部分的电压或电流的控制。有四种类型: VCVS、VCCS、CCVS 和 CCCS。

6. 基尔霍夫定律表明电路中支路电流、支路电压的拓扑约束关系, 它与组成支路的元件性质无关。

基尔霍夫电流定律 (KCL): 对于任何集总参数电路, 在任一时刻, 流经任一节点或封闭面的全部支路电流的代数和等于零。

KCL 体现了节点或封闭面的电流连续性或电荷守恒性。数学表达为  $\sum i = 0$ 。

基尔霍夫电压定律 (KVL): 对于任何集总参数电路, 在任一时刻, 沿任一回路或闭合节点序列的各段电压的代数和等于零。

KVL 体现了回路或闭合节点序列的电位单值性或能量守恒性。数学表达为  $\sum u = 0$ 。

7. 任何集总参数电路的元件约束 (VCR) 和拓扑约束 (KCL、KVL) 是电路分析的基本依据。

## 习 题

1-1 若流经电路某点的电流为  $i(t) = 4e^{-4t} \text{ A}$   $t \geq 0$ ; ( $t < 0$  时,  $i(t) = 0$ ), 试求流经该点电荷  $q(t)$  的表达式。并求  $t = 0.25 \text{ s}$  时流经该点的总电荷。

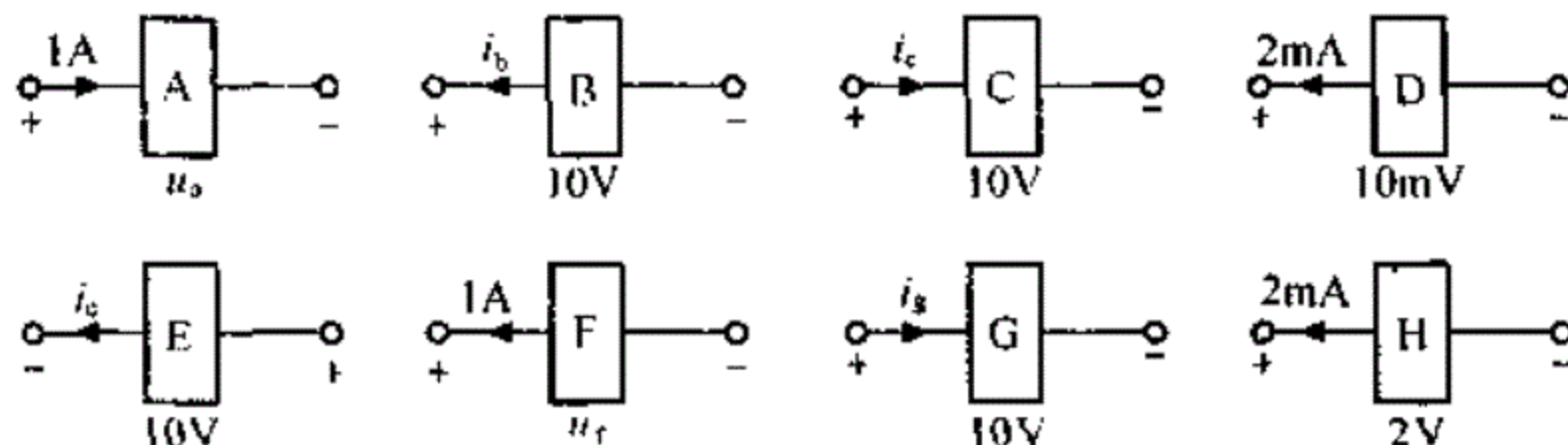
1-2 若沿电流参考方向通过导体横截面的正电荷变化规律为  $q(t) = 10t^2 - 2t \text{ C}$ , 试求  $t = 0$  和  $1 \text{ s}$  时刻的电流强度。

1-3  $1 \text{ C}$  电荷由  $a \rightarrow b$  电场力做功为  $5 \text{ J}$ 。试求当 (1) 电荷为正时, 电压  $u_{ab}$  为多少?



(2) 电荷为负时, 电压  $u_{ab}$  为多少?

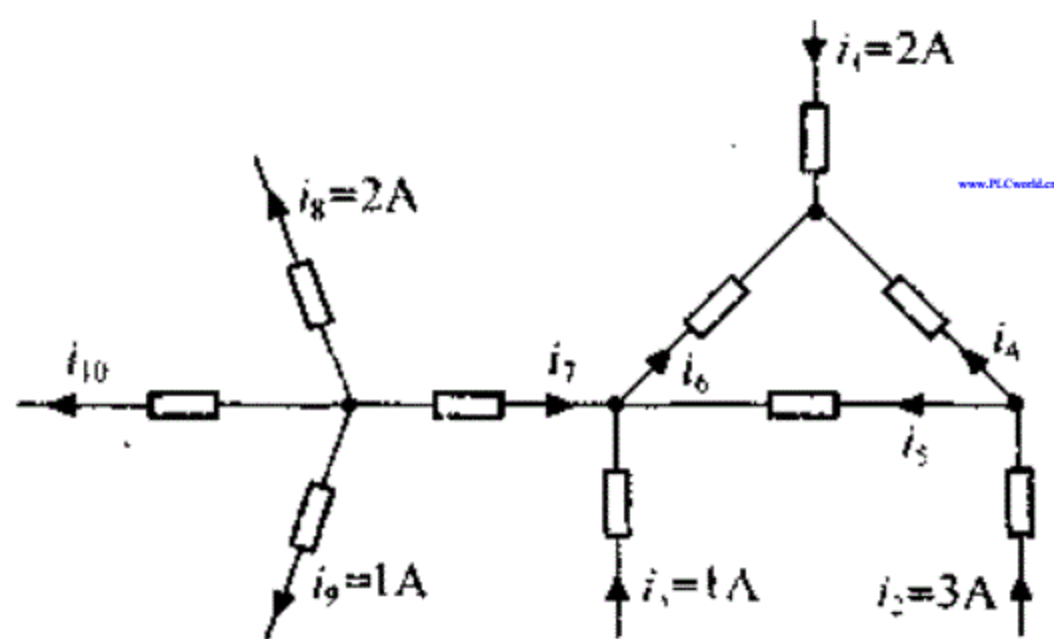
1-4 各元件的电压或电流数值如题图 1-4 所示, 试问: (1) 若元件 A 吸收功率 10W, 则电压  $u_a$  为多少? (2) 若元件 B 吸收功率为 10W, 则电流  $i_b$  为多少? (3) 若元件 C 吸收功率为 -10W, 则电流  $i_c$  为多少? (4) 元件 D 吸收功率  $P$  为多少? (5) 若元件 E 产生功率为 10W, 则电流  $i_e$  为多少? (6) 若元件 F 产生功率为 -10W, 则电压  $u_f$  为多少? (7) 若元件 G 产生功率为 10mW, 则电流  $i_g$  为多少? (8) 元件 H 产生的功率  $P$  为多少?



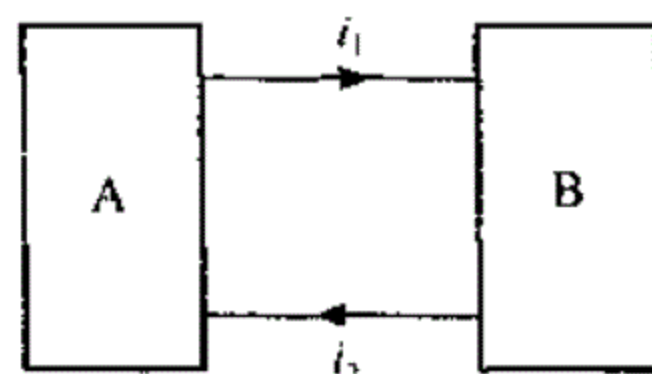
题图 1-4

1-5 在题图 1-5 中, 试根据所给电流尽可能多地确定其余支路的未知电流。

1-6 网络 A、B 由两条导线相连接, 如题图 1-6 所示, 试问  $i_1$  与  $i_2$  有何关系? 若电流  $i_1$  所在支路断开, 则  $i_2$  支路中是否有电流?



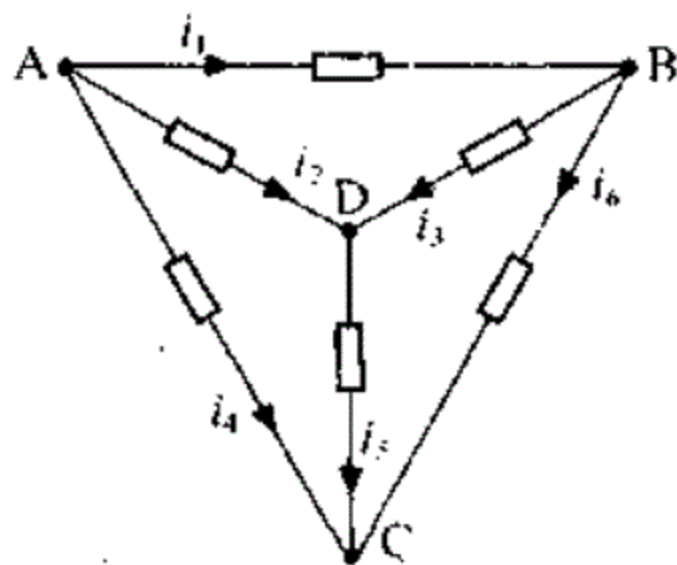
题图 1-5



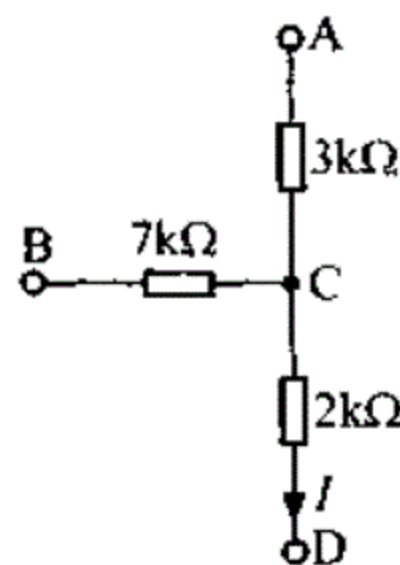
题图 1-6

1-7 题图 1-7 所示电路中, 已知某瞬间  $i_1 = 1A$ ,  $i_4 = 2A$ ,  $i_5 = 3A$ , 试求其余支路电流。设各支路电压与电流采用关联参考方向, 若已知  $u_1 = u_3 = u_6 = 1V$ , 试求其余各支路电压。

1-8 题图 1-8 所示电路中, 已知  $U_A = 90V$ ,  $U_B = -10V$ ,  $I = 0$ , 试求电压  $U_C$ 。



题图 1-7

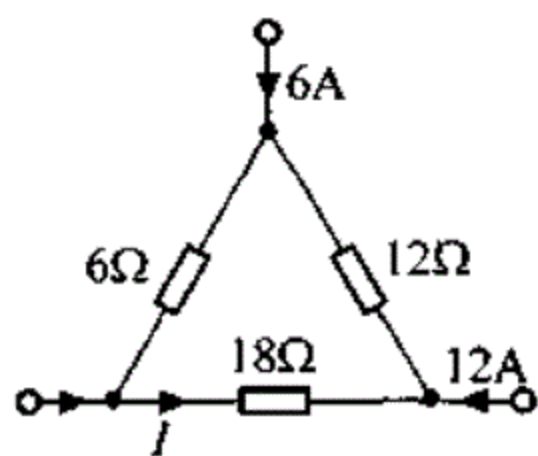


题图 1-8

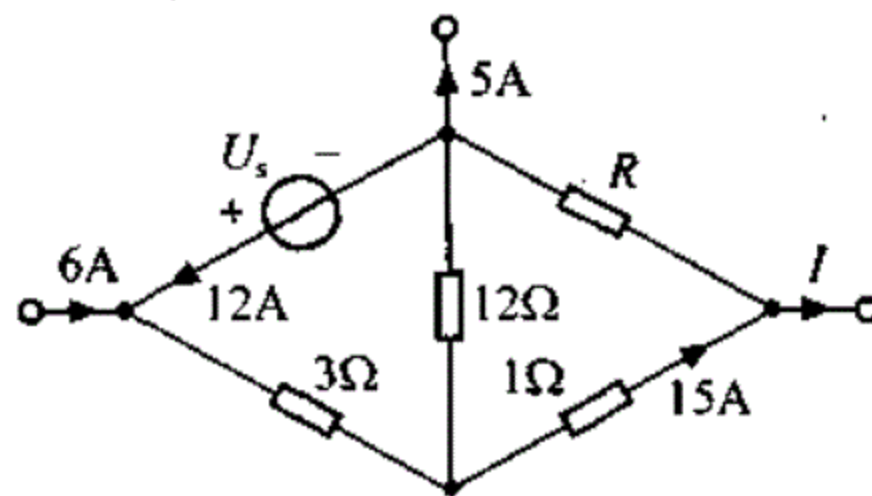


1-9 试应用 KCL、KVL, 计算题图 1-9 电路中的电流  $I$ 。

1-10 试计算题图 1-10 中  $I$ 、 $U_s$ 、 $R$  和电源  $U_s$  产生的功率。

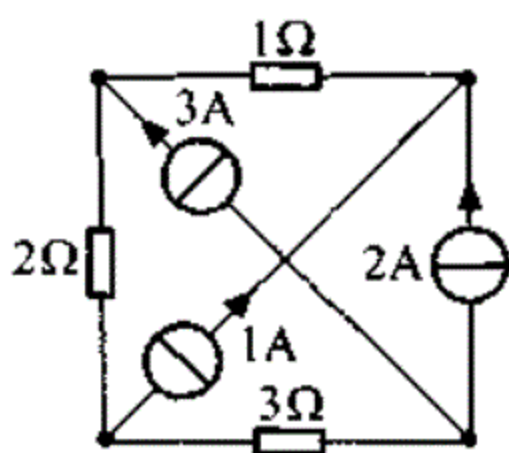


题图 1-9

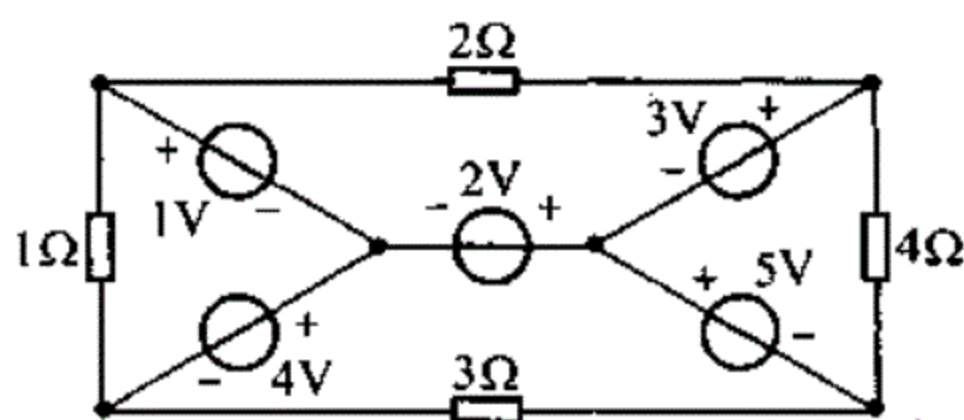


题图 1-10

1-11 题图 1-11 所示电路中, 试求图 (a) 中各电流源的电压以及图 (b) 中流经各电压源的电流。



(a)

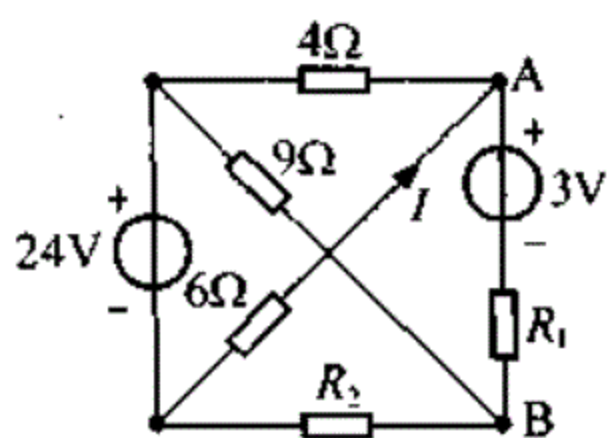


(b)

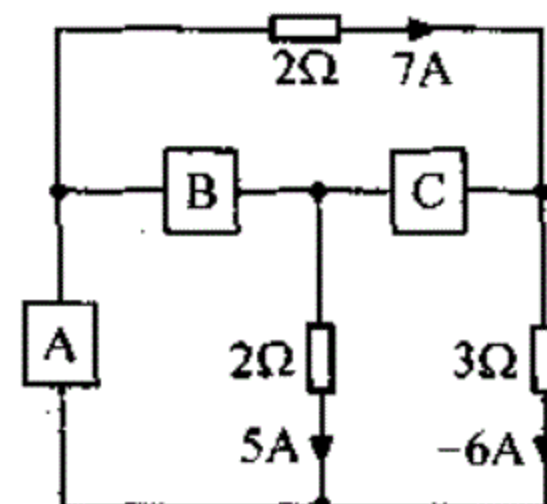
题图 1-11

1-12 在题图 1-12 中, 已知  $I = -2A$ ,  $U_{AB} = 6V$ , 试求电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。

1-13 试求题图 1-13 所示电路中各元件的电压、电流, 并判断 A、B、C 中哪个元件必定是电源?



题图 1-12



题图 1-13



## 第2章 电路分析中的等效变换

由独立电源、电阻及受控电源组成的电路称为电阻电路。

电路分析的依据是基尔霍夫定律和组成电路各元件自身的 VCR。本章在简单电阻电路分析的基础上,运用电路的等效变换方法简化电路,使之易于分析计算。等效变换是电路理论中的重要概念,是电路分析中常用的分析方法。

在电阻电路中,由于各元件的约束方程都是代数方程,即各元件都是无记忆元件,因此,作为电路激励的独立源,无论是直流,还是随时间作任何规律变化,其分析计算方法并无区别。

由于理想运算放大器的等效电路是受控源电路,故本章最后介绍一些简单的含运算放大器的电路的分析计算方法。

### 2.1 单回路电路及单节偶电路分析

本节分析的电路是只需列一个方程就可以求解的简单电路,即单回路电路和单节偶(一对节点)电路。下面通过具体例子来说明这类简单电路的分析方法。

**【例 2-1】** 图 2-1 所示直流电路是单回路电路,电路中各元件参数均已给定,试求流经各元件的电流及电源的功率。

解 (1) 由 KCL 可知,单回路电路的电流是同一个电流,设定图 2-1 中  $I$  为电流的参考方向。

(2) 为方便计,各电阻电压与电流采用关联参考方向。

(3) 对回路列写 KVL 方程,得  $U_{R_1} + U_{S_2} + U_{R_2} + U_{R_3} - U_{S_1} = 0$ 。

(4) 把各元件的 VCR 代入上式,得  $IR_1 + U_{S_2} + IR_2 + IR_3 - U_{S_1} = 0$ , 解得

$$I = \frac{U_{S_1} - U_{S_2}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 - 4}{1 + 2 + 3} = 1 \text{ A}$$

(5) 计算电源功率。

对于  $U_{S_1}$ , 其电压、电流为非关联参考方向,电源功率为

$$P_{U_{S_1}} = -U_{S_1} \cdot I = -10 \times 1 = -10 \text{ W} \quad (\text{负号表明 } U_{S_1} \text{ 供出功率})$$

对于  $U_{S_2}$ , 其电压、电流为关联参考方向,电源功率为

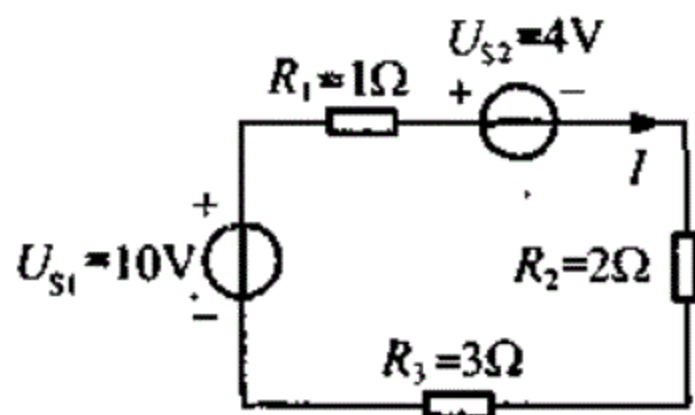


图 2-1 例 2-1 题图



$$P_{U_{S2}} = U_{S2} \cdot I = 4 \times 1 = 4\text{W} \quad (\text{正号表明 } U_{S2} \text{ 吸收功率})$$

进一步计算各电阻的吸收功率, 得

$$P_{R_1} = I^2 R_1 = 1\text{W}$$

$$P_{R_2} = I^2 R_2 = 2\text{W}$$

$$P_{R_3} = I^2 R_3 = 3\text{W}$$

可以发现, 电路中元件吸收的总功率等于元件供出的总功率, 即

$$\sum P_{\text{吸收}} = \sum P_{\text{供出}} \quad (2-1)$$

它是能量守恒定律在电路中的必然反映。式 (2-1) 称为电路的功率平衡方程, 也可表示为

$$\sum P = 0 \quad (2-2)$$

若电流、电压是随时间变化的变量, 则电路功率平衡方程可表示为

$$\sum p_{\text{吸收}} = \sum p_{\text{供出}} \quad \text{或} \quad \sum p = 0 \quad (2-3)$$

在电路分析中常用功率平衡来校验答案。

**【例 2-2】** 图 2-2 所示为单节偶电路。电流源某瞬时电流  $i_{S1} = 6\text{A}$ ,  $i_{S2} = 3\text{A}$ , 电路中电阻参数已给定。试求该瞬时各元件的电压和电流值。

解 (1) 由 KVL 可知, 单节偶电路各元件的端电压是相同的。设定图 2-2 中  $u$  为电压的参考方向。

(2) 为方便计, 各电阻电流与电压采用关联参考方向。

(3) 对电路任一节点列写 KCL 方程, 得

$$-i_{S1} + i_{S2} + i_{R_1} + i_{R_2} = 0$$

(4) 把各元件的 VCR 代入上式, 得

$$-6 + 3 + \frac{u}{2} + \frac{u}{1} = 0$$

解得

$$u = 2\text{V}$$

$$i_{R_1} = \frac{u}{R_1} = 1\text{A}$$

$$i_{R_2} = \frac{u}{R_2} = 2\text{A}$$

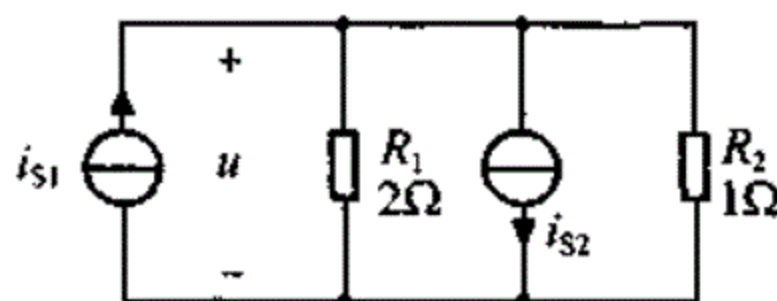


图 2-2 例 2-2 题图

## 2.2 等效二端网络

上节介绍的单回路、单节偶电路是简单的电阻电路, 应用 KCL、KVL 和欧姆定律 (元件的 VCR) 可方便地求取电路的响应。实际遇到的电路大多比上述电路复杂, 但某些电路通过对其中局部电路的等效变换即可化简成为上述单回路或单节偶电路, 从而给电路分析带来方便。

电路的等效变换就是把电路的一部分用结构不同但端子数和端子上电压、电流关系相同的另一部分电路代换。因为代换部分电路与被代换部分电路的电压、电流关系相同, 对电路



没有变换的部分（外接电路，简称外电路）来说，它们具有完全相同的影响，没有丝毫区别。像这样的两部分电路互相称为等效电路。当电路的一部分用它的等效电路代换后，往往可以简化电路，有利于未变换部分（外电路）的分析计算。需要强调指出的是，等效电路的“等效”只意味对没有变换的部分电路（外电路）等效，但已被等效代换后的那部分和原电路的工作状况一般是不相同的（称对内部并不等效）。下面讨论二端网络的等效变换。

如果两个二端网络（也称单端口网络、单口网络） $N_1$  和  $N_2$  的端口伏安特性（外特性）完全相同，那么这两个二端网络  $N_1$  和  $N_2$  等效。尽管这两个网络具有不同的内部结构，但对任一外电路来说它们具有完全相同的作用。

最简单的例子如图 2-3 所示， $N_1$  由两个电阻串联而成， $N_2$  只有一个电阻。显然  $N_1$  和  $N_2$  内部结构不同，由欧姆定律和 KVL，网络  $N_1$  端口电压电流关系为

$$u = R_1 i_1 + R_2 i_2 = (R_1 + R_2) i$$

网络  $N_2$  端口电压电流关系为

$$u = R_{eq} i$$

如果

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (2-4)$$

则二端网络  $N_1$  和  $N_2$  端口伏安关系完全相同。 $N_1$  和  $N_2$  互为等效二端网络。式 (2-4) 为这两个网络的等效条件。

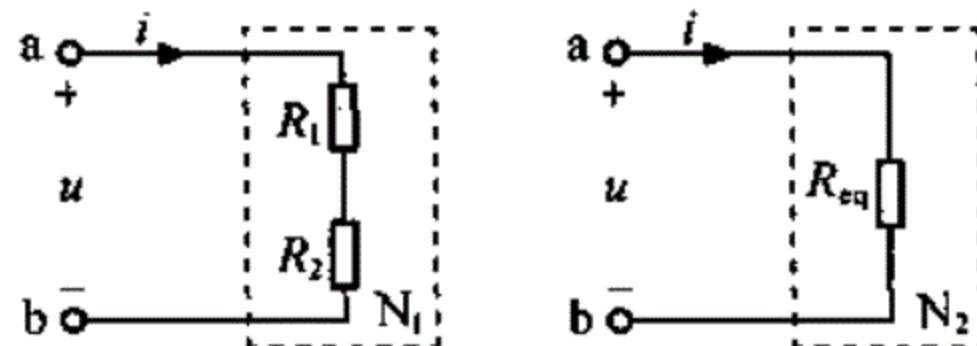


图 2-3 二端网络的等效概念

### 2.2.1 电阻串联

电阻串联的基本特征是通过各电阻的电流是同一电流。如将  $n$  个电阻串联，其等效电阻为

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (2-5)$$

若电压、电流取关联参考方向，则每个电阻上的电压为

$$u_k = R_k i = \frac{R_k}{R_{eq}} u \quad (k = 1, 2, \cdots, n) \quad (2-6)$$

式 (2-6) 为串联电阻的分压公式。它表明电阻串联电路中，总电压  $u$  按电阻大小成正比分配；电阻值越大，分配到的电压越大。

当只有两个电阻相串联的情况（参见图 2-3），有

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

将式 (2-5) 两边同乘  $i^2$ ，得

$$R_{eq} i^2 = R_1 i^2 + R_2 i^2 + \cdots + R_n i^2$$

即

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n \quad (2-7)$$



式 (2-7) 表明  $n$  个电阻串联, 等效电阻上消耗的功率等于每个串联电阻消耗功率之和。电阻值越大, 消耗的功率越大。

【例 2-3】 图 2-4 所示为电阻分压电路。已知  $R_1 = R_2 = 0.5\text{k}\Omega$ ,  $R_w$  为  $1\text{k}\Omega$  的电位器 (具有 3 个端钮的可变电阻)。若输入电压  $u_1 = 100\text{V}$ , 试求输出电压  $u_2$  的变化范围。

解 当电位器滑动触头在最下端时, 输出电压  $u_2$  最小, 为

$$u_{2\min} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_w} \cdot u_1 = \frac{0.5}{0.5 + 1 + 0.5} \times 100 = 25\text{V}$$

当电位器滑动触头在最上端时, 输出电压  $u_2$  最大, 为

$$\begin{aligned} u_{2\max} &= \frac{R_2 + R_w}{R_1 + R_w + R_2} \cdot u_1 \\ &= \frac{0.5 + 1}{0.5 + 1 + 0.5} \times 100 = 75\text{V} \end{aligned}$$

所以, 调节电位器  $R_w$  时, 输出电压  $u_2$  可在  $25\text{V} \sim 75\text{V}$  范围内连续变化。

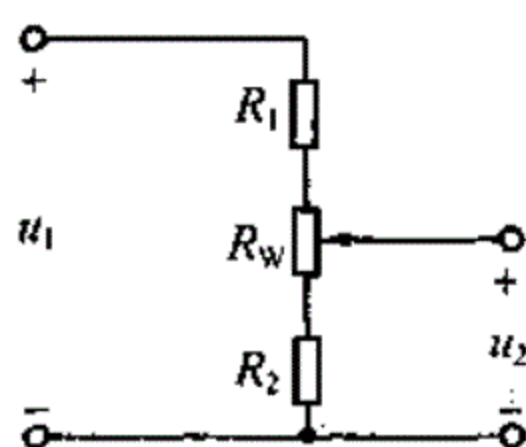


图 2-4 例 2-3 题图

## 2.2.2 电阻并联

电阻并联的基本特征是各电阻的端电压是同一电压。如果将  $n$  个电阻并联, 其等效电导为

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k \quad (2-8)$$

若电压、电流取关联参考方向, 则每一个电导 (电阻) 上的电流为

$$i_k = G_k u = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}} i \quad (k = 1, 2, \cdots, n) \quad (2-9)$$

式 (2-9) 为并联电阻的分流公式。它表明电阻并联电路中, 总电流  $i$  按各个并联电导值成正比分配。电导值越大 (电阻值越小), 分配到的电流越大。

当只有两个电阻相并联的情况 (参见图 2-5), 有

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \\ i_2 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \end{aligned}$$

将式 (2-8) 两边同乘  $u^2$ , 得

$$G_{\text{eq}} u^2 = G_1 u^2 + G_2 u^2 + \cdots + G_n u^2$$

即

$$P = P_1 + P_2 + \cdots + P_n \quad (2-10)$$

式 (2-10) 表明  $n$  个电阻并联, 等效电导上消耗的功率等于每个并联电导 (电阻) 消耗功率之和。电导值越大 (电阻值越小), 消耗功率越大。

【例 2-4】 一个测量直流电流的磁电式表头, 其满偏电流  $I_g = 50\mu\text{A}$ , 表头内阻  $R_g = 2\text{k}\Omega$ , 为使量程扩大为  $5\text{mA}$  和  $50\text{mA}$ , 可采用图 2-6 所示并联电阻电路, 试分别求出分流电阻  $R_1$  和  $R_2$  的值。



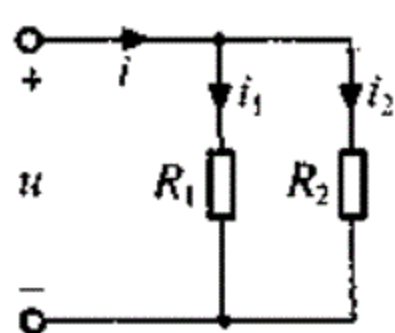


图 2-5 两个电阻并联

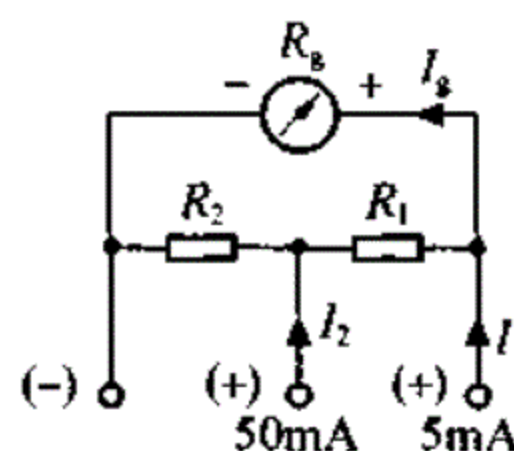


图 2-6 例 2-4 题图

解 由题意可知, 当  $I_1 = 5\text{mA}$  时,  $I_g = 50\mu\text{A} = 0.05\text{mA}$ , 流经  $R_1$  和  $R_2$  的电流为  $5 - 0.05 = 4.95\text{mA}$ , 由于并联支路端电压相等, 故得

$$(R_1 + R_2)(I_1 - I_g) = I_g R_g$$

$$R_1 + R_2 = \frac{I_g R_g}{I_1 - I_g} = \frac{0.05 \times 2 \times 10^3}{4.95} = 20\Omega$$

当电流表量程为  $50\text{mA}$  时, 则流经  $R_2$  的电流  $I_2$  为  $(50 - I_g)$ , 得

$$R_2(50 - I_g) = (R_g + R_1)I_g$$

$$R_2 = \frac{(R_g + R_1)I_g}{50 - I_g} = \frac{(20 + 2 \times 10^3) \times 0.05}{50} = 2\Omega$$

$$R_1 = 20 - 2 = 18\Omega$$

### 2.2.3 电阻的混联

既有串联又有并联的电路称为混联电路, 逐个运用串联等效和并联等效, 以及分压、分流公式可以很方便地解决混联电路的计算问题。

【例 2-5】 试求图 2-7 (a) 所示电阻混联电路中的电流  $i_{cd}$ 。

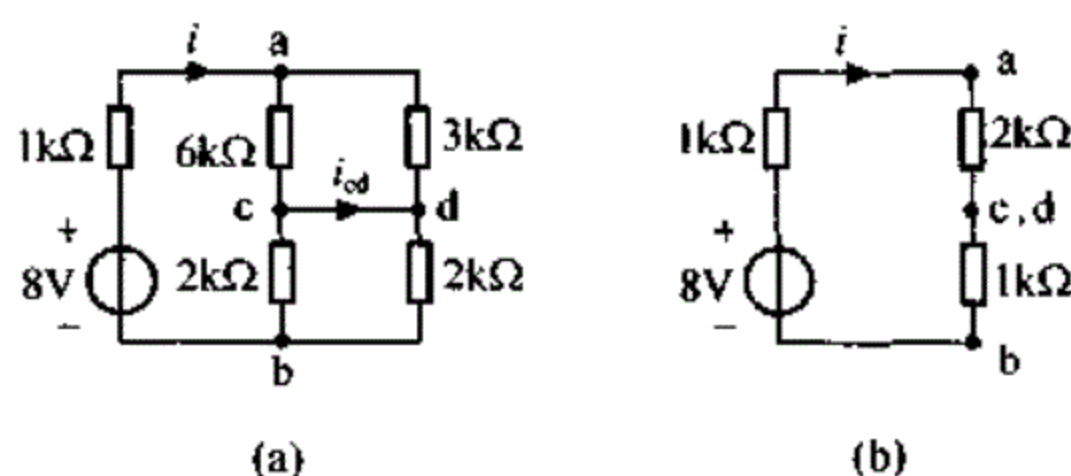


图 2-7 例 2-5 题图

解 由于直接计算短路线电流有困难, 故利用等效概念首先计算电流  $i$ 。将图 2-7 (a) 简化为图 2-7 (b), 其中

$$6\text{k}\Omega // 3\text{k}\Omega = 2\text{k}\Omega, \quad 2\text{k}\Omega // 2\text{k}\Omega = 1\text{k}\Omega$$

图 2-7 (b) 为单回路电路, 电流  $i$  为

$$i = \frac{8}{(1 + 2 + 1) \cdot 10^3} = 2\text{mA}$$

返回原电路, 即图 2-7 (a), 计算  $i_{cd}$ , 由分流公式得

$$i_{ac} = \frac{3}{6 + 3} \times i = \frac{2}{3}\text{mA}$$



$$i_{cb} = \frac{2}{2+2} \times i = 1\text{mA}$$

最后, 对节点 c 列写 KCL 方程, 得

$$i_{cd} = i_{ac} - i_{cb} = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}\text{mA}$$

此例描述了求解短路线电流的方法。下面介绍两种特殊情况下的混联电路的计算问题。

【例 2-6】 试求图 2-8 (a) 所示桥式电路中的电流  $i$ 。

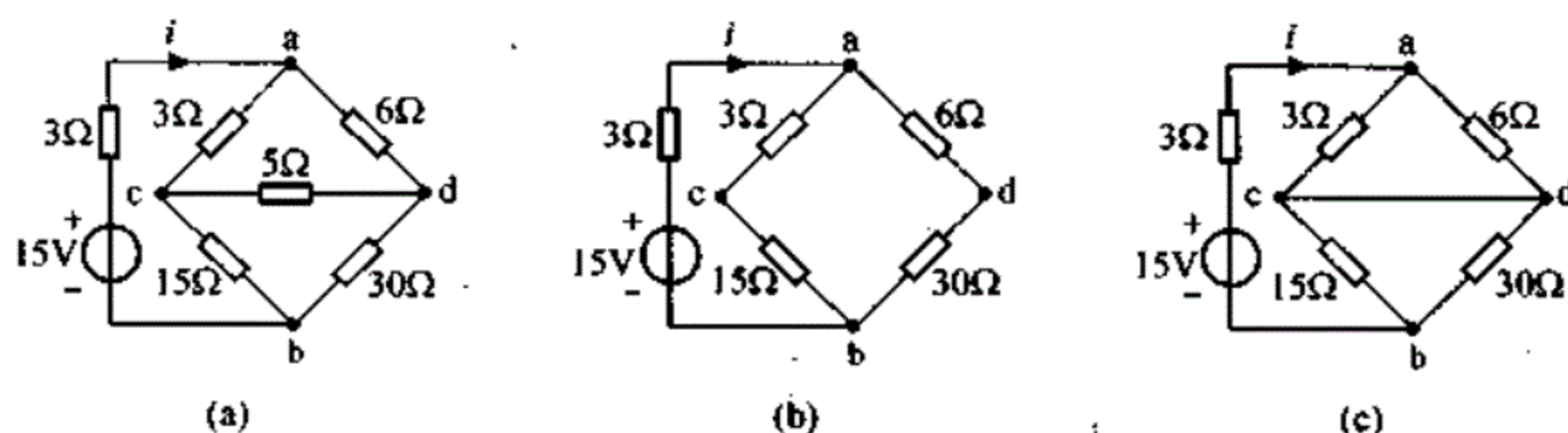


图 2-8 例 2-6 题图

解 桥式电路, 既非串联也非并联。但当电桥平衡时,  $5\Omega$  支路无电流流过, 可以把它视作开路, 如图 2-8 (b) 所示; 又因电压  $u_{cd}$  为零, 节点 c、d 等电位, 可以把它视作短路, 如图 2-8 (c) 所示。上述两种情况均是一般的混联电路。图 (b) 和图 (c) 中节点 a、b 间的等效电阻为

$$R_{ab} = (3 + 15) // (6 + 30) = 12\Omega$$

或

$$R_{ab} = 3 // 6 + 15 // 30 = 12\Omega$$

故

$$i = \frac{15}{3 + 12} = 1\text{A}$$

【例 2-7】 试求图 2-9 (a) 所示对称电路 a、b 端的等效电阻。

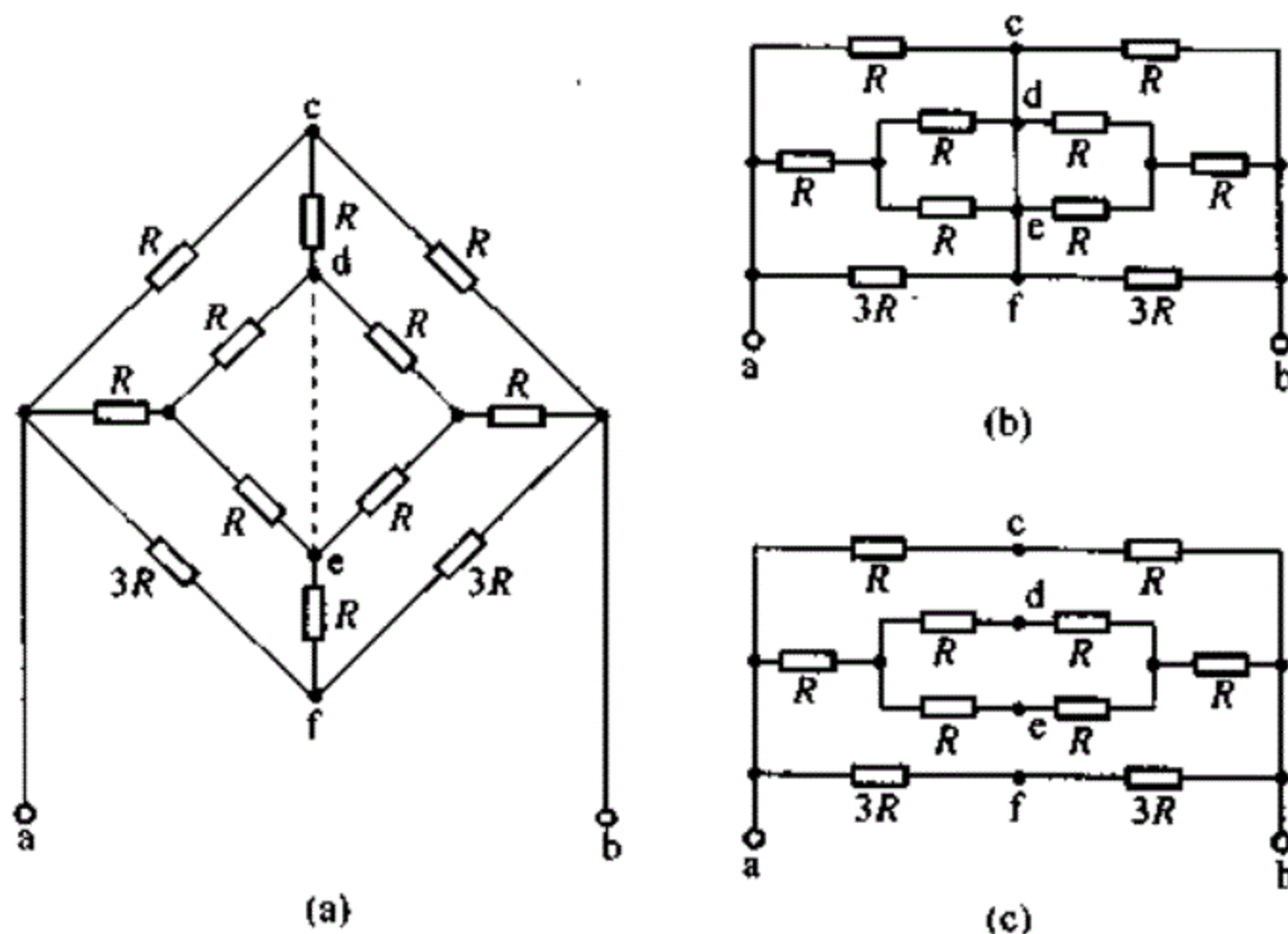


图 2-9 例 2-7 题图

解 所谓对称电路是在几何结构上和电气 (参数) 上对称于端口中分线 (称为对称线) 的电路。对于对称线上任意的点 x, 根据电路的对称特性, 显然有  $u_{ax} = u_{xb} = \frac{1}{2}u_{ab}$ 。即对称



电路对称线上所有节点都是等电位点。

图 2-9 (a) 所示电路对称线上 c、d、e、f 等电位，等电位点可以短接，电路简化为如图 2-9 (b) 所示，其 a、b 端等效电阻为

$$\begin{aligned} R_{ab} &= \{R // 3R // [R + (R // R)]\} + \{R // 3R // [R + (R // R)]\} \\ &= 2 \left[ R // 3R // \frac{3}{2}R \right] = R \end{aligned}$$

由于 c、d、e、f 等电位，得  $i_{cd}=0$ ， $i_{ef}=0$ 。电流为零的支路可以开断。电路简化如图 2-9 (c) 所示，其 a、b 端等效电阻也可用下式求取：

$$\begin{aligned} R_{ab} &= (R + R) // (3R + 3R) // [R + R + (R + R) // (R + R)] \\ &= 2R // 6R // 3R = R \end{aligned}$$

两者计算结果一致。

与对称线相交各点等电位的结论可适用于一切对称电路。

### 2.3 电阻星形连接与三角形连接的等效互换

本节讨论三端网络的等效问题。设两个三端网络  $N_1$  和  $N_2$ ，如图 2-10 所示。根据 KCL，3 个端子电流仅有两个是独立的；根据 KVL，3 个端对电压也仅有两个是独立的。因此，两个三端网络对应的  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $u_{13}$ 、 $u_{23}$  的关系完全相同，则这两个三端网络等效。

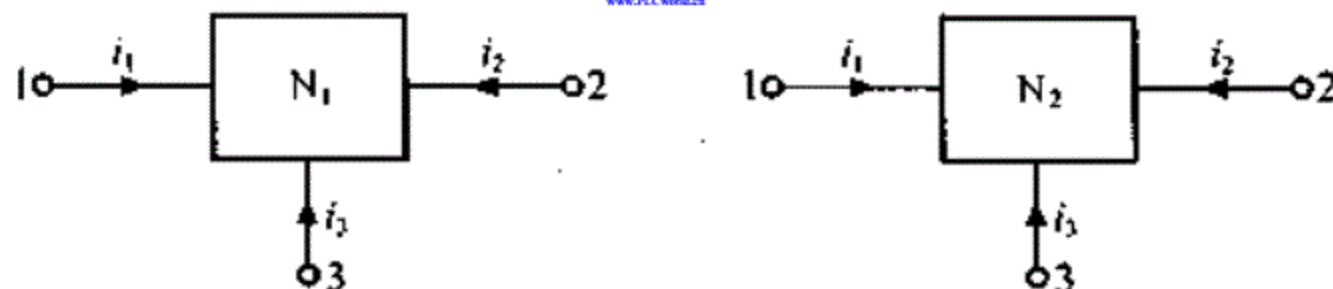


图 2-10 三端网络的等效

三端网络的最简单的形式便是电阻的星形连接和三角形连接网络。

在电路分析中，有时会遇到电阻既非串联又非并联的电路。如图 2-11 (a) 所示一般桥式电路，其中电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  为 Y 连接或星形连接；电阻  $R_4$ 、 $R_5$ 、 $R_6$  为  $\Delta$  连接或三角形连接，此类电路无法用串并联方法计算 a、b 端的等效电阻。但若能将  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  星形连接等效变换成图 2-11 (b) 所示的由  $R_a$ 、 $R_b$ 、 $R_c$  三角形连接，或将  $R_4$ 、 $R_5$ 、 $R_6$  三角形连接等效变换成图 2-11 (c) 所示的由  $R_x$ 、 $R_y$ 、 $R_z$  星形连接，则 a、b 端等效电路就可方便地用串、并联方法求得。下面来确定两者之间的等效条件。

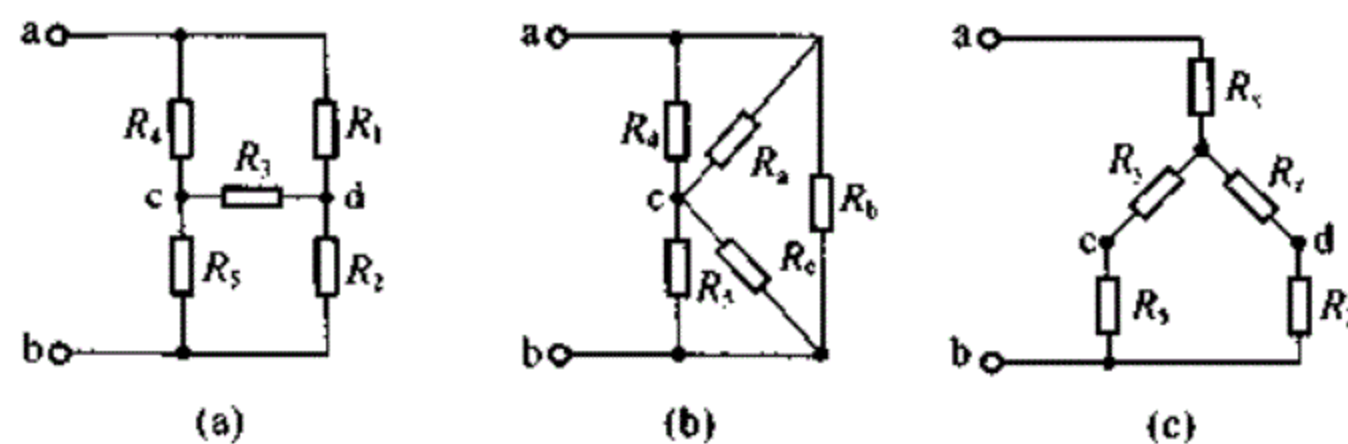


图 2-11 桥式电路的等效变换

图 2-12 (a) 和图 2-12 (b) 分别是星形电阻电路和三角形电阻电路。



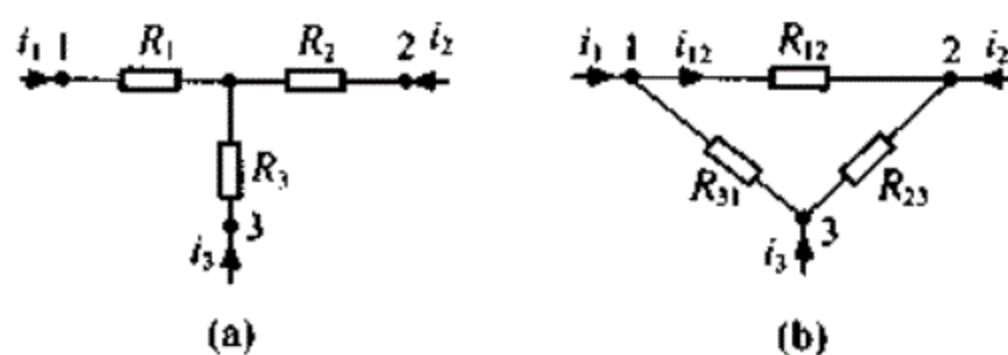


图 2-12 星形电阻电路和三角形电阻电路

对于图 2-12 (a), 有

$$\left. \begin{aligned} u_{13} &= R_1 i_1 + R_3 (i_1 + i_2) = (R_1 + R_3) i_1 + R_3 i_2 \\ u_{23} &= R_2 i_2 + R_3 (i_1 + i_2) = R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

对于图 2-12 (b), 对  $R_{12}$ 、 $R_{23}$ 、 $R_{31}$  组成的回路列写 KVL 方程, 得

$$-(i_1 - i_{12}) R_{31} + R_{12} i_{12} + (i_2 + i_{12}) R_{23} = 0$$

得

$$i_{12} = \frac{R_{31} i_1 - R_{23} i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{31} i_1}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} - \frac{R_{23} i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

计算  $u_{13}$  和  $u_{23}$ , 即

$$\left. \begin{aligned} u_{13} &= (i_1 - i_{12}) R_{31} = \frac{R_{31} (R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} i_1 + \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} i_2 \\ u_{23} &= (i_2 + i_{12}) R_{23} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} i_1 + \frac{R_{23} (R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} i_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

若图 2-12 (a)、图 2-2 (b) 电路等效, 则两组相应电压表达式应该相等, 即式 (2-11)、式 (2-12) 相等, 为

$$\left. \begin{aligned} R_1 + R_3 &= \frac{R_{31} (R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 + R_3 &= \frac{R_{23} (R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (2-13)$$

由式 (2-13) 可解得

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

这就是由三角形连接等效变换为星形连接的公式。式 (2-14) 三式可概括为



$$Y_{\text{形}} R_i = \frac{\Delta_{\text{形}} \text{端子 } i \text{ 所连两电阻乘积}}{\Delta_{\text{形}} \text{三电阻之和}} \quad (2-15)$$

由式 (2-13) 又可解得

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

这就是由星形连接等效变换为三角形连接的公式。式 (2-16) 三式可概括为

$$\Delta_{\text{形}} R_{jk} = \frac{Y_{\text{形}} \text{电阻两两相乘之和}}{\text{接在与 } R_{jk} \text{ 相对端子的 } Y_{\text{形}} \text{ 电阻}} \quad (2-17)$$

若星形连接的 3 个电阻都相等, 即  $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$  时, 则等效的三角形连接的 3 个电阻也相等, 有  $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta}$ , 并有如下关系:

$$R_{\Delta} = 3R_Y \quad (2-18)$$

$$R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta} \quad (2-19)$$

【例 2-8】 计算图 2-13 (a) 所示电路的电流  $i$ 、 $i_1$  和  $i_2$ 。

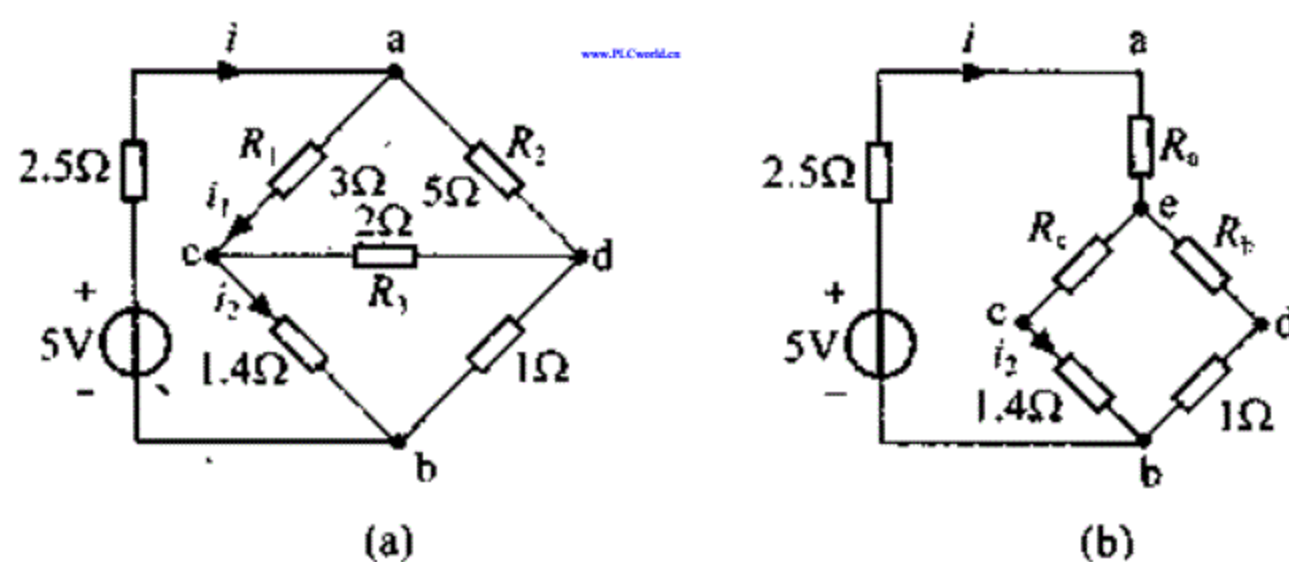


图 2-13 例 2-8 题图

解 将图 2-13 (a) 中  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  组成的三角形电路等效转换成图 2-13 (b) 中  $R_a$ 、 $R_b$ 、 $R_c$  组成的星形电路。由式 (2-13), 得

$$R_a = \frac{3 \times 5}{3 + 5 + 2} = 1.5 \Omega$$

$$R_b = \frac{2 \times 5}{3 + 5 + 2} = 1 \Omega$$

$$R_c = \frac{2 \times 3}{3 + 5 + 2} = 0.6 \Omega$$

运用串、并联公式可求得 a、b 端的等效电阻  $R$  为

$$R_{\text{eq}} = 1.5 + (0.6 + 1.4) // (1 + 1) = 2.5 \Omega$$

则可在图 2-13 (b) 中计算出  $i$ 、 $i_2$  和  $u_{ac}$  为



$$i = \frac{5}{2.5 + 2.5} = 1 \text{ A}$$

$$i_2 = 1 \times \frac{1 + 1}{(0.6 + 1.4) + (1 + 1)} = 0.5 \text{ A}$$

$$u_{ac} = 1.5 \times 1 + 0.6 \times 0.5 = 1.8 \text{ V}$$

返回图 2-13 (a) 原电路, 求得  $i_1$  为

$$i_1 = \frac{u_{ac}}{R_1} = \frac{1.8}{3} = 0.6 \text{ A}$$

## 2.4 含独立电源网络的等效变换

### 2.4.1 独立源的串联和并联

#### 1. 电压源的串联

设有  $n$  个电压源串联, 如图 2-14 (a) 所示。根据 KVL, 此含源二端网络的端电压为

$$u = u_{S1} + u_{S2} + (-u_{S3}) + \cdots + u_{Sn} = \sum_{k=1}^n u_{Sk}$$

$$u_{Seq} = \sum_{k=1}^n u_{Sk} \quad (2-20)$$

此二端网络的端电流  $i$  由外电路决定, 其等效电路如图 2-14 (b) 所示。

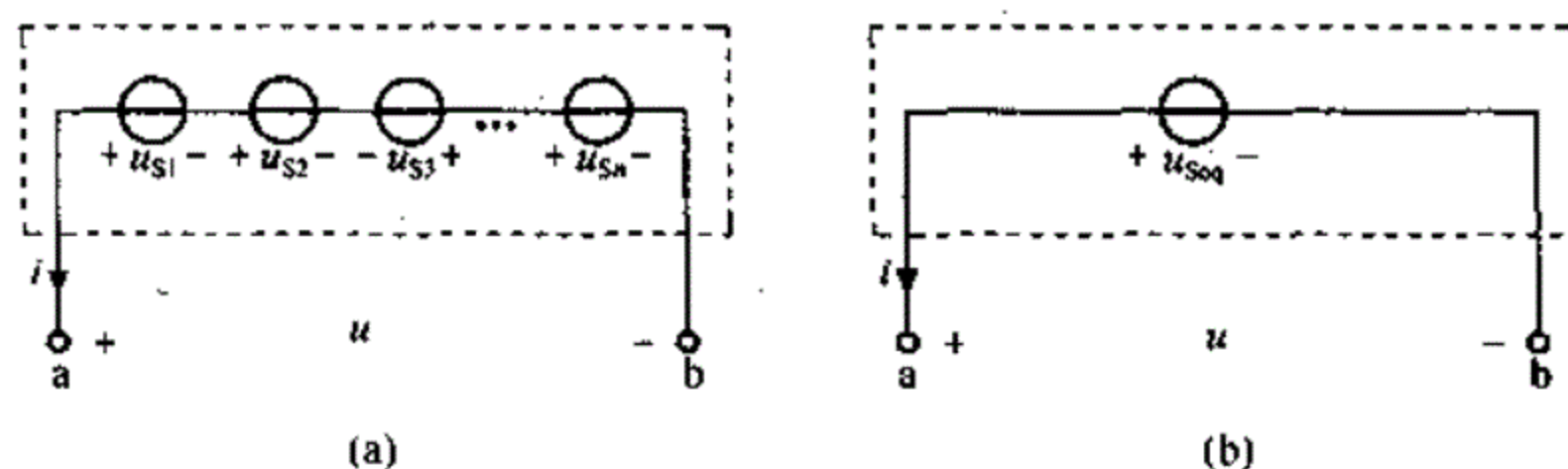


图 2-14 电压源的串联及其等效电路

#### 2. 电流源的并联

当  $n$  个电流源并联, 如图 2-15 (a) 所示。根据 KCL, 此含源二端网络的端口电流为

$$i = i_{S1} + i_{S2} + (-i_{S3}) + \cdots + i_{Sn} = \sum_{k=1}^n i_{Sk}$$

$$i_{Seq} = \sum_{k=1}^n i_{Sk} \quad (2-21)$$

此二端网络的端电压  $u$  由外电路决定, 其等效电路如图 2-15 (b) 所示。

#### 3. 电压源的并联

只有电压相等且极性一致的电压源才允许并联, 否则将违反 KVL。此时, 等效电压源即并联电压源中的一个, 如图 2-16 所示。



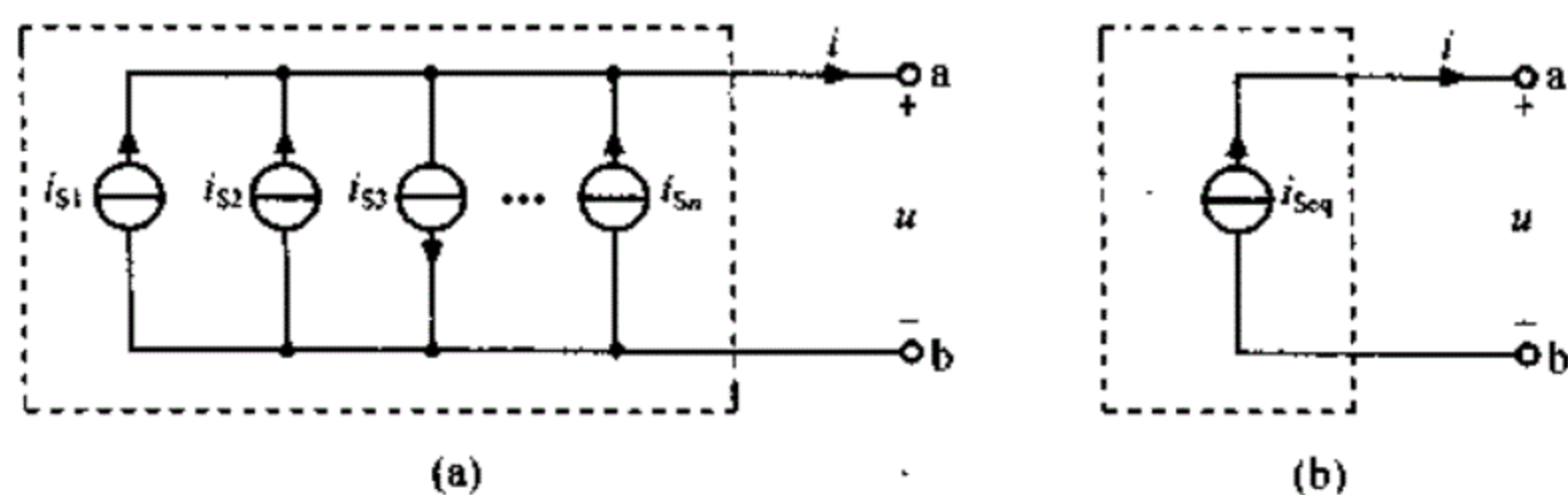


图 2-15 电流源的并联及其等效电路

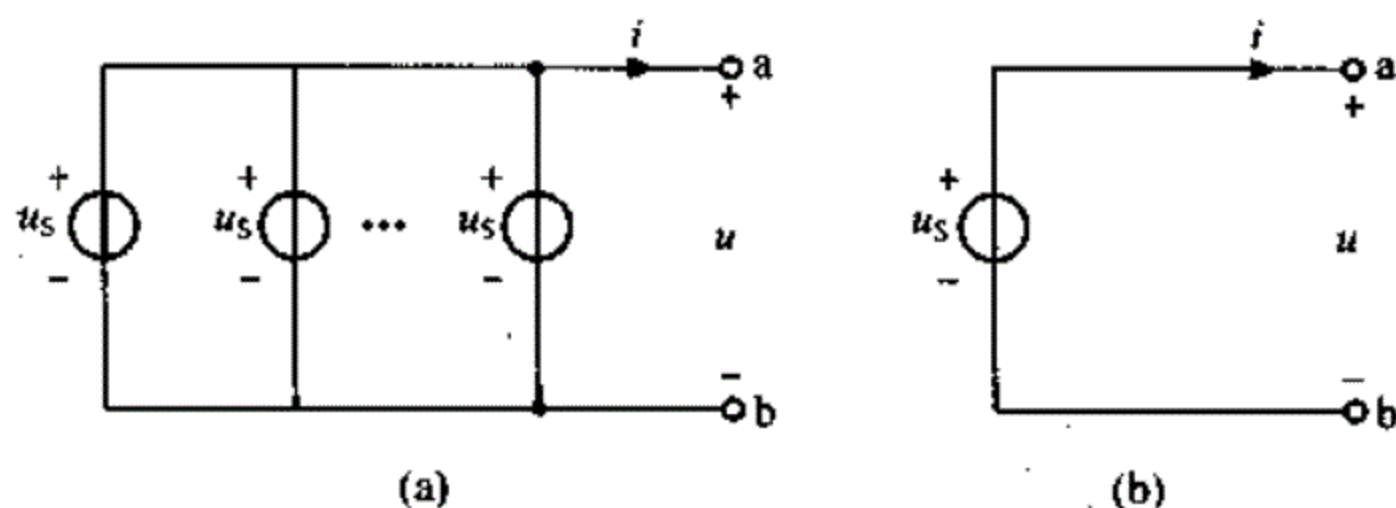


图 2-16 电压源的并联及其等效电路

#### 4. 电流源的串联

只有电流相等且流向一致的电流源才允许串联，否则将违反 KCL。此时，等效电流源即串联电流源中的一个，如图 2-17 所示。

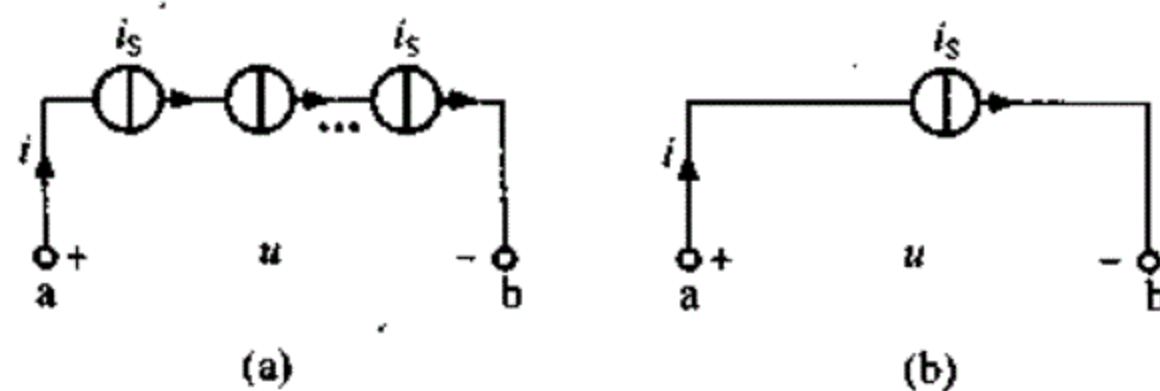


图 2-17 电流源的串联及其等效电路

#### 5. 电压源与电流源的串联和并联

设有电压源与电流源串联，如图 2-18 (a) 所示。根据 KCL，串联元件中的电流相等，即为电流源的电流，而端电压由外电路决定，其等效电路如图 2-18 (b) 所示。

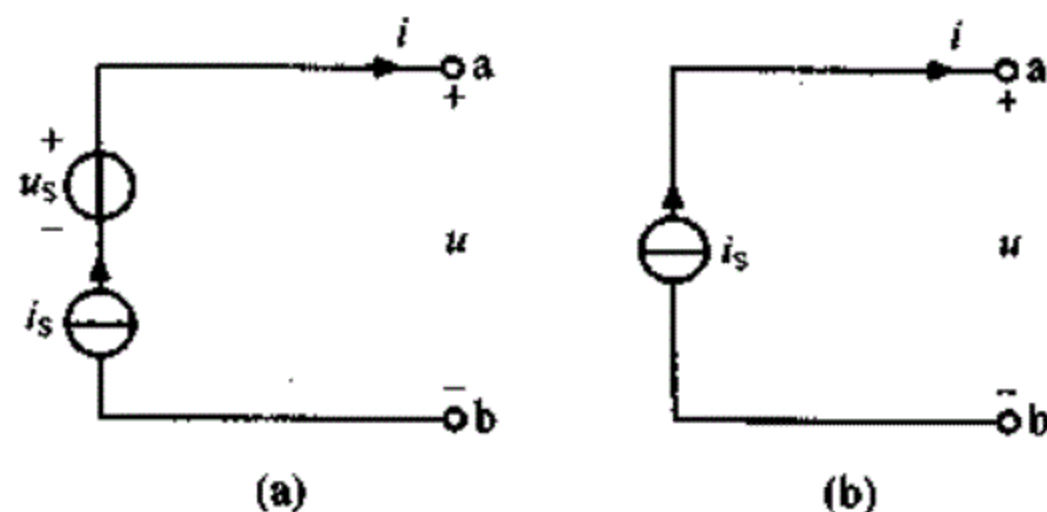


图 2-18 电压源与电流源串联及其等效电路

当电压源与电流源并联时，如图 2-19 (a) 所示。根据 KVL，并联元件的电压相等，即



为电压源的电压, 而端电流由外电路决定, 其等效电路如图 2-19 (b) 所示。

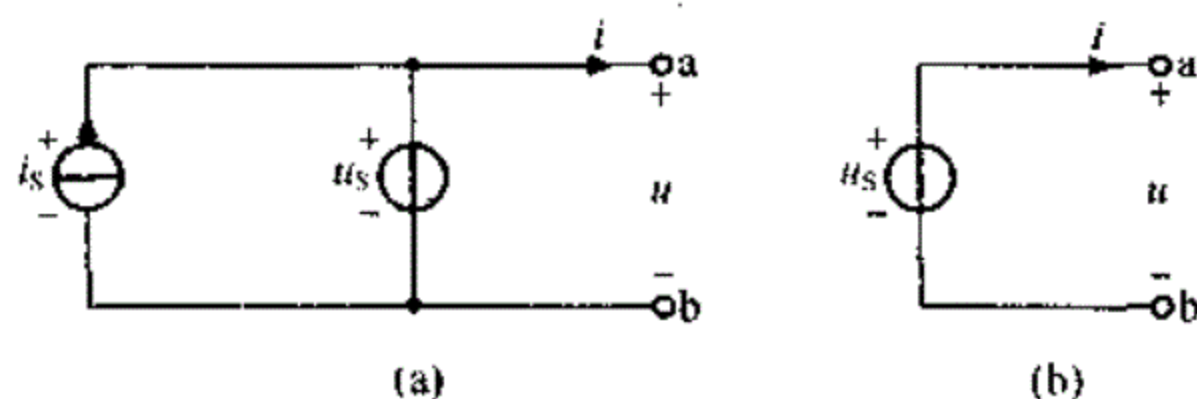


图 2-19 电压源与电流源并联及其等效电路

这里再一次强调: 电路的等效变换只改变电路内部结构而保持其端口上电压和电流关系不变, 因而不影响外接电路的工作情况, 即对外等效。但已被简化或等效变换后的那一部分电路与原电路的工作情况一般是不相同的, 即对内不等效。例如图 2-18 (b) 中电流源  $i_s$  的端电压并不等于图 2-18 (a) 电流源  $i_s$  的端电压; 图 2-19 (b) 中流经电压源  $u_s$  的电流并不等于流经图 2-19 (a) 中电压源  $u_s$  的电流。

作为推广, 电压源  $u_s$  与电阻或任意二端电路  $N_1$  相并联, 其等效电路为电压源  $u_s$ , 如图 2-20 所示。电流源  $i_s$  与电阻或任意二端电路  $N_2$  相串联, 其等效电路为电流源  $i_s$ , 如图 2-21 所示。

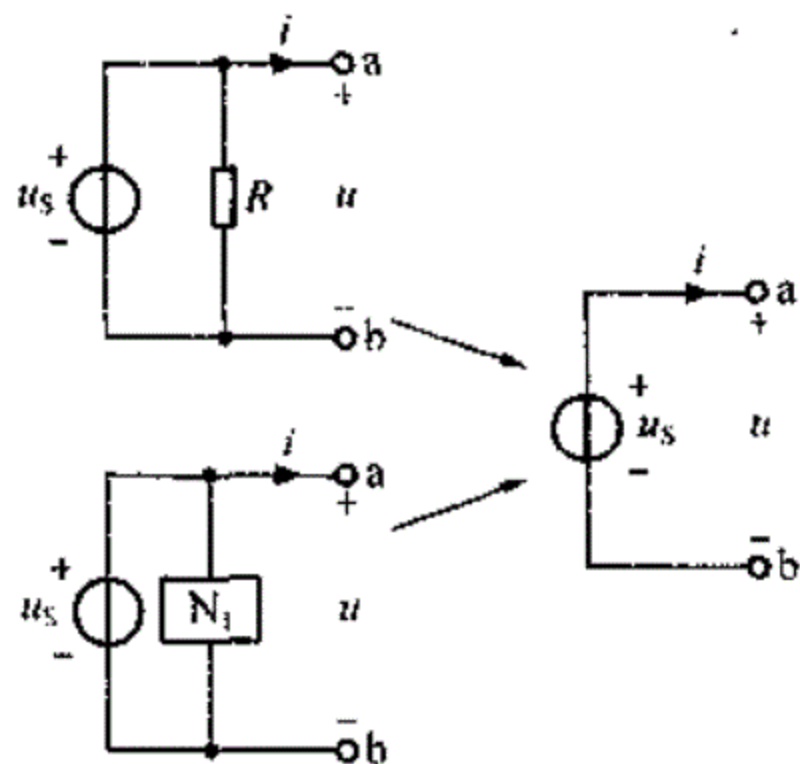


图 2-20 电压源与任意二端电路并联及其等效电路

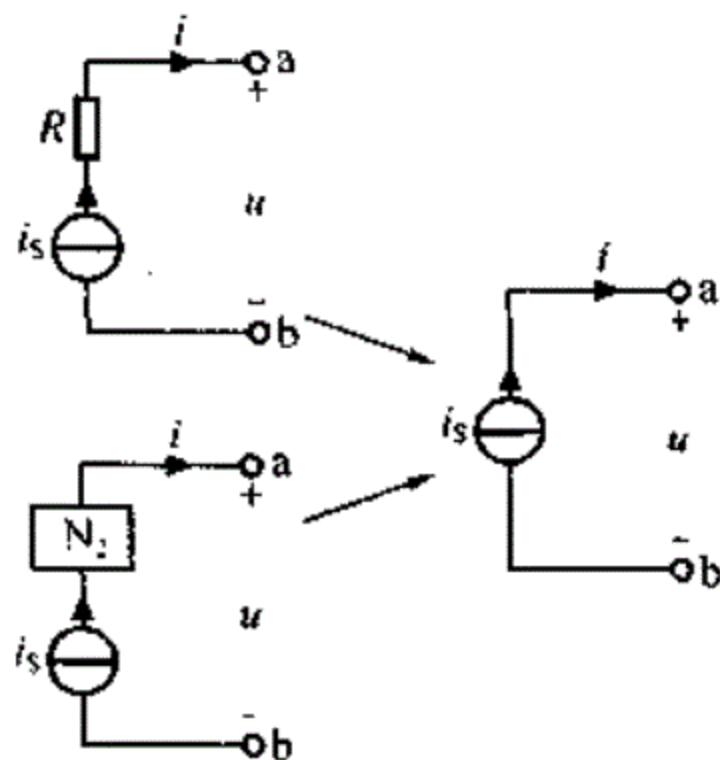


图 2-21 电流源与任意二端电路串联及其等效电路

**【例 2-9】** 将图 2-22 (a) 所示电路等效简化为一个电压源或电流源。

**解** 在图 2-22 (a) 中,  $u_s$  和  $R_1$ 、 $i_{s1}$  支路并联, 故可等效为电压源  $u_s$ ;  $i_{s2}$  和  $i_{s3}$  并联可简化为电流源  $i_{Seq}' = 3 - 1 = 2A$ ;  $i_{s4}$  和  $R_2$  串联等效为电流源  $i_{s4}$ , 如图 2-22 (b) 所示。

在图 2-22 (b) 中,  $i_{Seq}'$  和  $u_s$  串联, 等效为电流源  $i_{Seq}'$ , 如图 2-22 (c) 所示。

在图 2-22 (c) 中, 两个电流源并联, 故可等效简化为如图 2-22 (d) 所示的一个电流源, 即

$$i_{Seq} = 6 - 2 = 4A$$

**【例 2-10】** 求图 2-23 (a) 所示电路中各元件的功率。

**解** 在图 2-23 (a) 中, 对  $R_L$  来说 a、b 端可等效为  $u_s = 2V$  的电压源, 如图 2-23 (b) 所示。由图 2-23 (b) 可求得  $1\Omega$  支路电流  $i = 2A$ , 故  $R_L$  吸收功率为

$$p_{R_L} = i^2 \cdot R_L = 2^2 \times 1 = 4W$$

电路等效仅对外部电路而言, 对内部并不等效, 故电压源  $u_s$  的功率必须返回原电路求取, 在图 2-23 (a) 所示参考方向下, 由 KCL 可求得



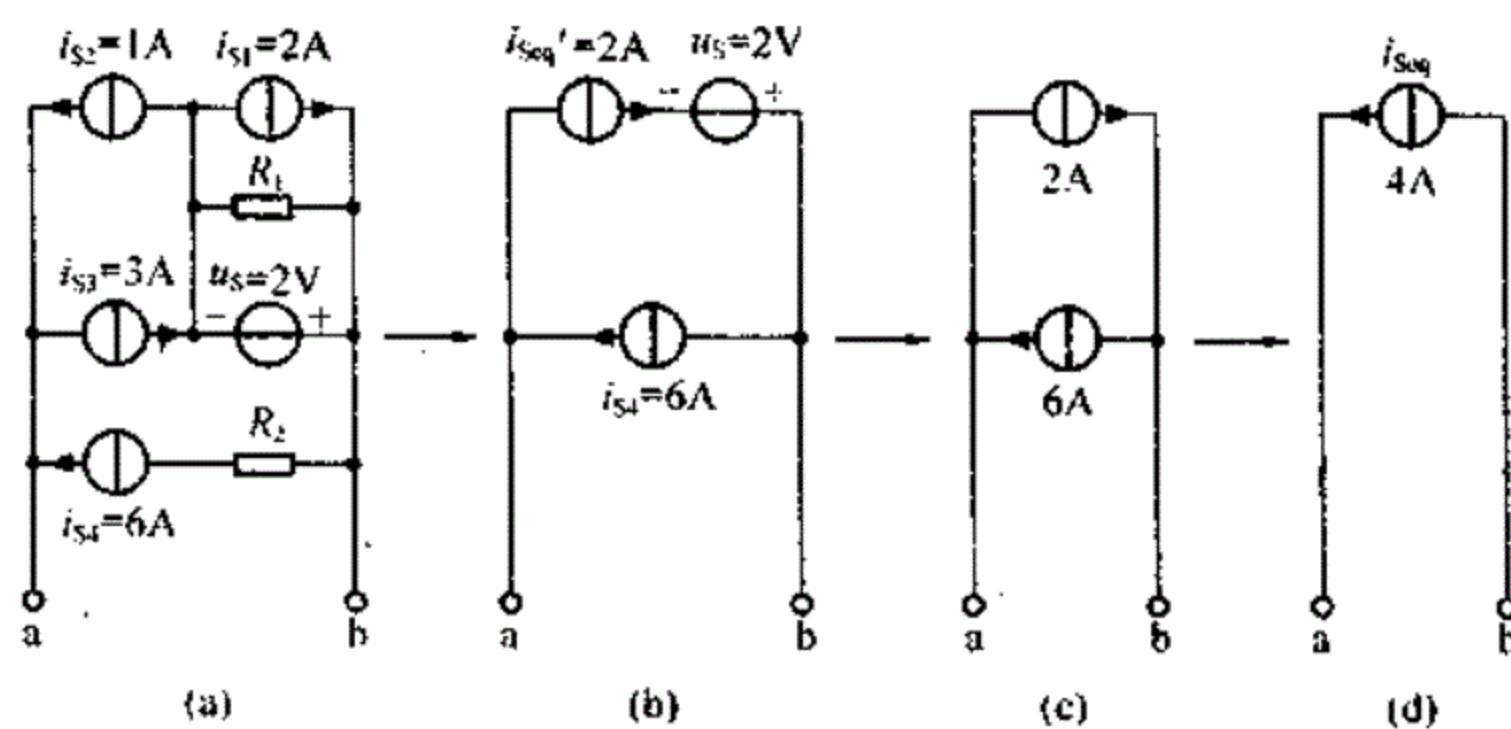


图 2-22 例 2-9 题图

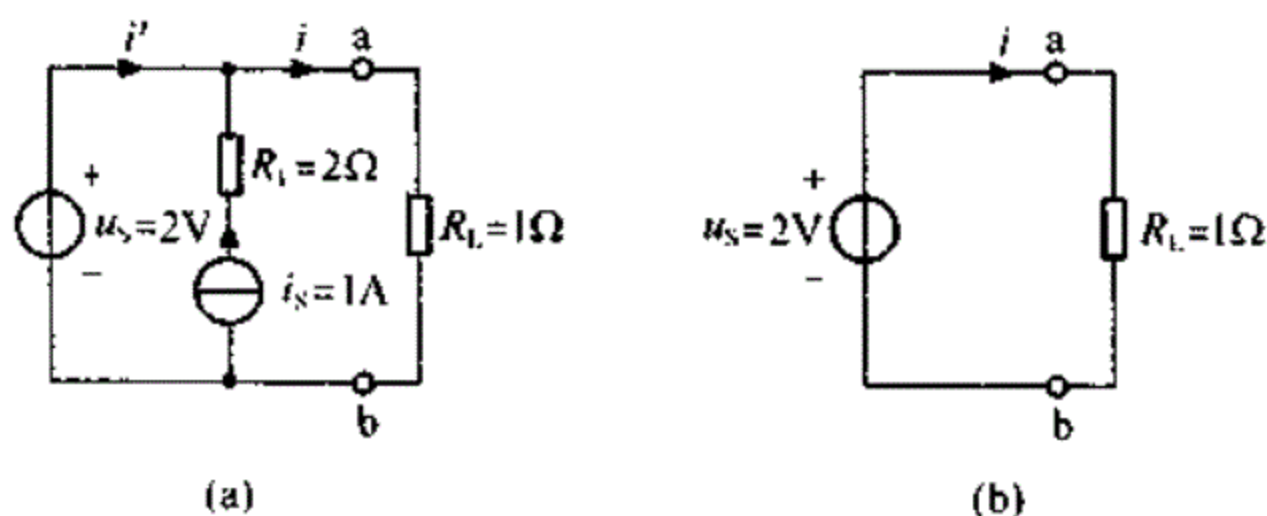


图 2-23 例 2-10 题图

$$i' = i - i_s = 2 - 1 = 1\text{A}$$

故电压源吸收功率为

$$p_{2V} = -u_s \cdot i' = -2 \times 1 = -2\text{W}$$

$R_1$  支路电流为 1A, 故  $R_1$  吸收功率为

$$p_{R_1} = i_s^2 R_1 = 1^2 \times 2 = 2\text{W}$$

由 KVL, 电流源  $i_s$  两端电压  $u_x = -4\text{V}$ , 故电流源吸收功率为

$$p_{1A} = u_x i_s = (-4) \times 1 = -4\text{W}$$

将电路各元件吸收功率加起来, 得

$$\sum P = p_{R_L} + p_{2V} + p_{R_1} + p_{1A} = 4 - 2 + 2 - 4 = 0$$

电路功率平衡, 说明计算正确。

### 2.4.2 实际电源的两种模型及其等效转换

第1章介绍的独立电压源和电流源, 它们都是理想电源元件。但事实上, 当实际电源接入电路时, 电源自身会有一定的损耗。实际电源有如下两种电路模型。

#### 1. 实际电源的戴维南 (Thevenin) 电路模型

实际电源可用一个电压源  $u_s$  和一个表征电源损耗的电阻  $R_s$  的串联电路来模拟, 如图 2-24 (a) 所示。它也称为实际电压源模型, 其中  $R_s$  为实际电源的内阻, 又叫电源的输出电阻。在图示电压、电流参考方向下, 其伏安关系可表示为

$$u = u_s - R_s i \quad (2-22)$$



式(2-22)表明,当电源输出端开路,即 $i=0$ 时,电源的输出电压(即开路电压)等于电压源 $u_s$ 的电压,即 $u=u_{OC}=u_s$ ;当电源输出端短路,即 $u=0$ 时,则电源的输出电流(即短路电流)达到最大,即 $i=i_{SC}=u_s/R_s$ 。其伏安特性曲线如图2-24(b)所示,它是一条斜率为 $-R_s$ 的直线。电源内阻 $R_s$ 越小,伏安特性曲线越平坦, $i_{SC}$ 越大。理想情况下, $R_s=0$ ,则输出电压 $u=u_s$ 为定值,其伏安特性曲线如图2-24(b)中虚线所示,这时就为电压源。

在实际使用时电源不允许短路,因为过大的电流会使电源损坏。

## 2. 实际电源的诺顿(Norton)电路模型

实际电源也可用一个电流源 $i_s$ 和内阻 $R_s$ 的并联电路来模拟,如图2-25(a)所示,它也称为实际电流源模型。在图示电压、电流参考方向下,其伏安特性可表示为

$$i = i_s - G_s u = i_s - \frac{u}{R_s} \quad (2-23)$$

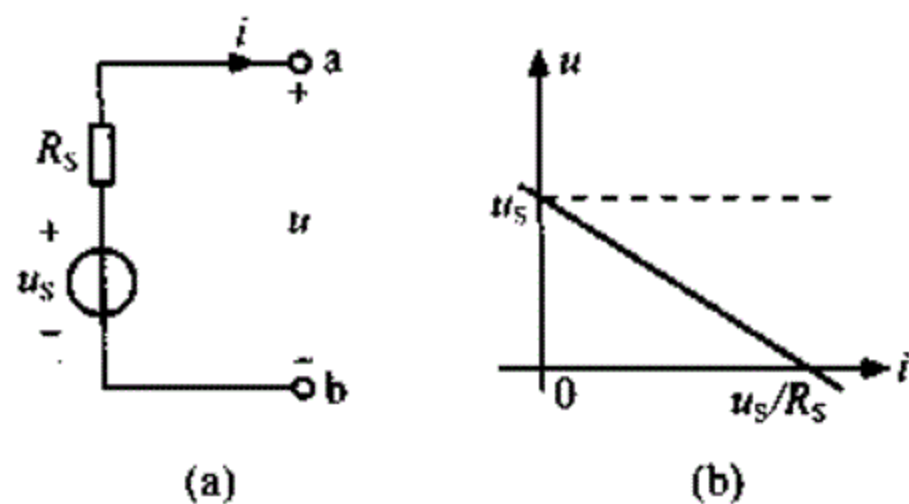


图 2-24 实际电压源模型及其伏安特性曲线

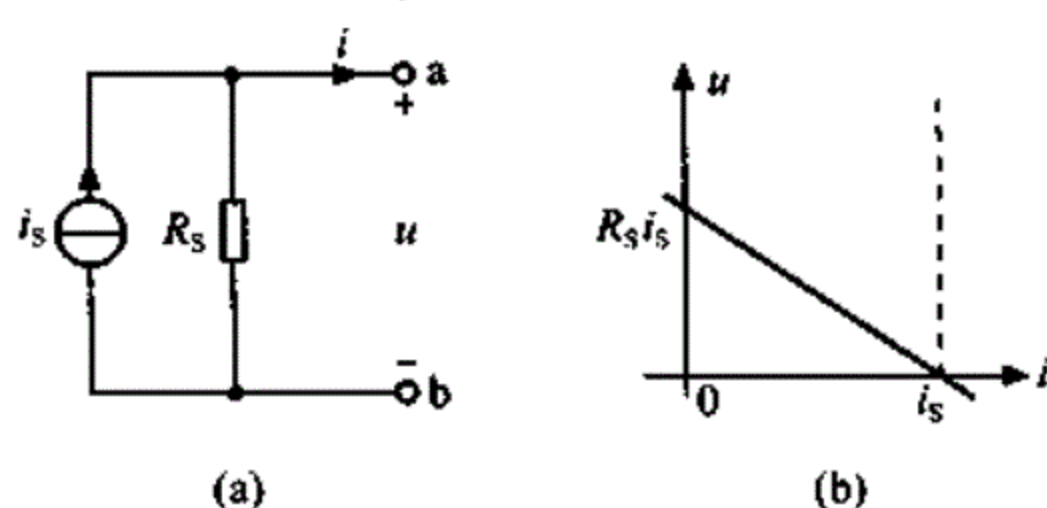


图 2-25 实际电流源模型及其伏安特性曲线

式(2-23)表明,当电源输出端开路,即 $i=0$ 时,电源的输出电压 $u=u_{OC}=R_s i_s$ ;当电源输出端短路,即 $u=0$ 时,电源的输出电流 $i=i_{SC}=i_s$ 。其伏安特性曲线如图2-25(b)所示,它是一条斜率为 $-R_s$ 的直线。电源内阻 $R_s$ 越大,分流作用越小,伏安特性曲线越陡峭。理想情况下 $R_s \rightarrow \infty$  ( $G_s = \frac{1}{R_s} = 0$ ),则输出电流 $i=i_s$ 为定值,其伏安特性曲线如图2-25(b)中虚线所示,这时就为电流源。

## 3. 两种电源模型的等效互换

前面介绍的两种电源模型,像化学电池这类实际电源可以用实际电压源模型来模拟;而光电池这类实际电源可以用实际电流源模型来模拟。但在电路分析中,关心的是电源的外特性而不是其内部的情况。根据等效概念,只要满足等效条件,即外特性完全相同,上述两种实际电源模型可以等效互换。

由实际电压源模型的伏安特性曲线和实际电流源模型的伏安特性曲线可知,两类实际电源等效互换的条件为这两条曲线完全相同,即它们的电压轴截距和电流轴截距分别相等,得

$$u_s = R_s i_s \quad (2-24)$$

$$i_s = \frac{u_s}{R_s} \quad (2-25)$$

若已知电流源模型,可用式(2-24)求得其等效的电压源模型的 $u_s$ ,并把 $R_s$ 和 $u_s$ 串联



即可。若已知电压源模型, 可用式 (2-25) 求得其等效的电流源模型的  $i_s$ , 并把  $R_s$  和  $i_s$  并联即可。要注意的是电压源  $u_s$  的极性和电流源  $i_s$  的方向。

应该指出, 上述两种电路的等效变换只是对外电路而言, 对其内部并不等效。

由图 2-24 (b) 和图 2-25 (b) 中虚线可知, 单个电压源和电流源其伏安特性曲线无法重合, 故不存在等效变换。

**【例 2-11】** 求图 2-26 (a) 所示电路的等效电流源模型及图 2-26 (c) 所示电路的等效电压源模型。

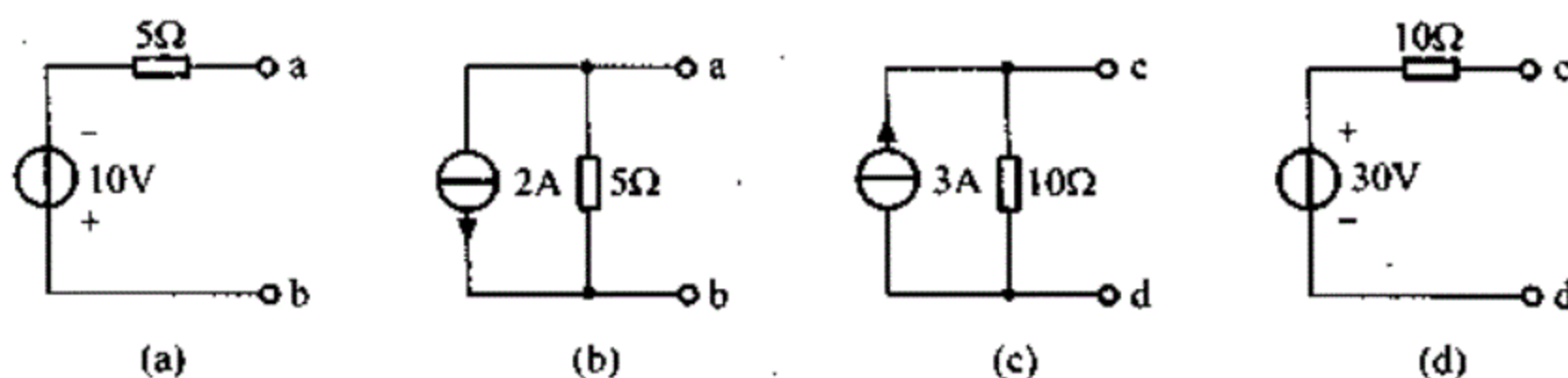


图 2-26 例 2-11 题图

解 由式 (2-25) 可求出图 2-26 (a) 的等效电流源参数为

$$i_s = \frac{u_s}{R_s} = 2A$$

其等效电路如图 2-26 (b) 所示。

由式 (2-24) 可求出图 2-26 (c) 的等效电压源参数为

$$u_s = R_s i_s = 30V$$

其等效电路如图 2-26 (d) 所示。

利用上述实际电源的两种等效转换和电压源、电流源的串并联等效转换方法, 可以化简或计算多种复杂电路。

**【例 2-12】** 计算图 2-27 (a) 所示电路中的电流  $i$ 。

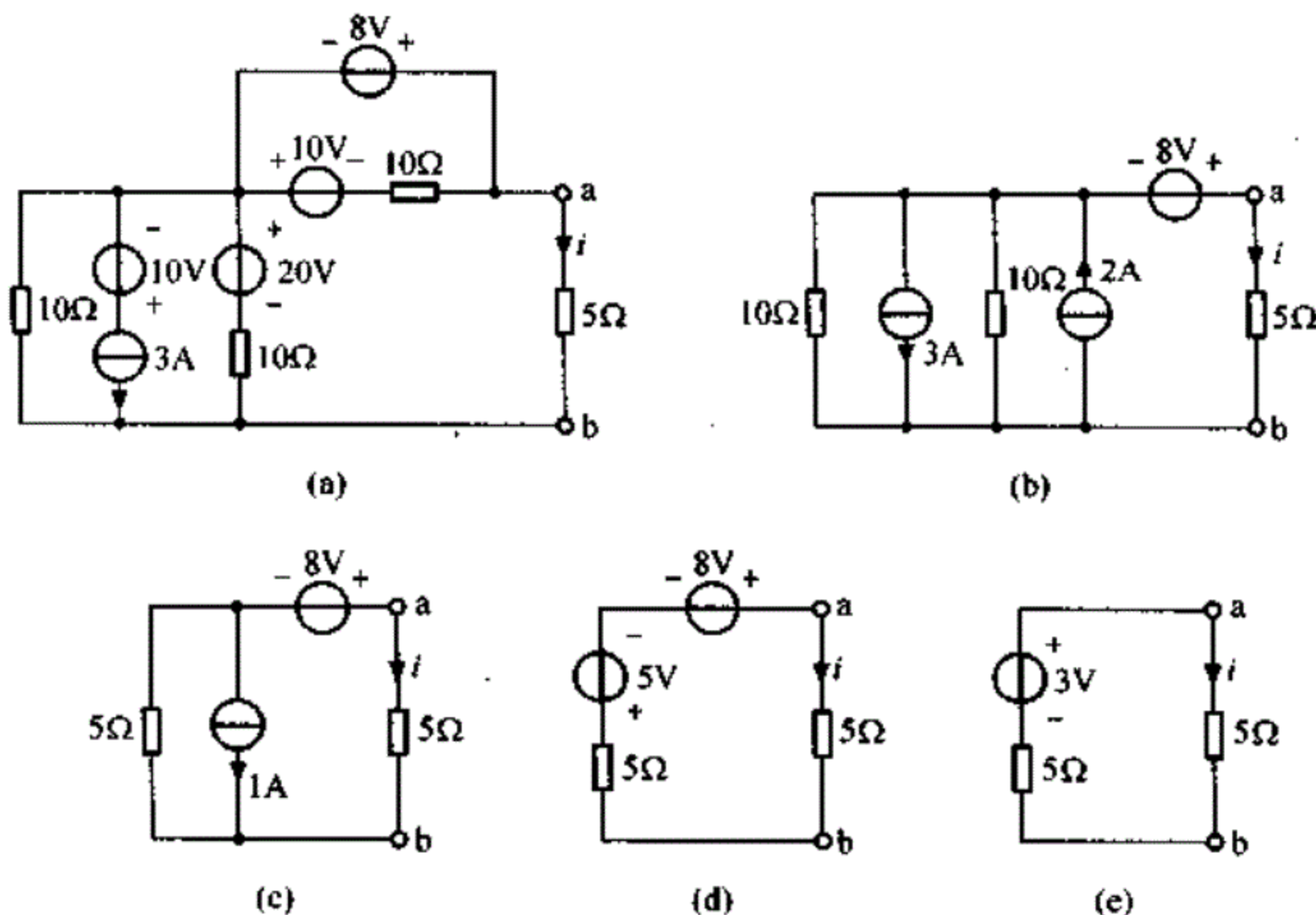


图 2-27 例 2-12 题图

解 将需求支路看成外电路, 等效化简 a、b 端含源电路。



在图 2-27 (a) 所示电路中, 8V 电压源与 10V-10Ω 支路并联, 等效为 8V 电压源; 10V 电压源与 3A 电流源串联, 等效为 3A 电流源; 20V 电压源和 10Ω 电阻串联等效转换为电流源模型, 等效后电路如图 2-27 (b) 所示。在图 2-27 (b) 中, 两电流源并联、两电阻并联, 等效为图 2-27 (c) 所示电路。再将电流源模型等效转换为电压源模型, 如图 2-27 (d) 所示; 最后得到图 2-27 (e) 所示简单电路, 电流  $i$  为

$$i = \frac{3}{5+5} = 0.3 \text{ A}$$

从例 2-12 可以看到, 作串、并联连接的有源二端网络经等效变换总能简化成戴维南电路或诺顿电路。

### 2.4.3 无伴电源的等效转移

电路中, 不与电阻串联的电压源和不与电阻并联的电流源称为无伴电源, 如图 2-28 中的  $u_{S1}$  和  $i_{S2}$ ; 否则称为有伴电源, 如图 2-28 中的  $u_{S2}$  和  $i_{S1}$ 。

无伴电源自身无法进行等效变换, 为此, 设法将无伴电源等效转移到相关的电阻支路中去, 使其成为有伴电源, 然后进行等效变换, 从而使电路易于化简。

无伴电压源等效转移的步骤如图 2-29 所示。图 2-29 (a) 为电路的一部分, 其中  $u_S$  为无伴电压源, 由于  $n$  个相同电压和极性的电压源并联与单个同样的电压源对外等效; 所以图 2-29 (a) 与图 2-29 (b) 等效。图 2-29 (b) 中 A'、A'' 两点间的短路线中没有电流, 原因是若断开这条短路线, A'、A'' 间的电压为零。因此可将图 2-29 (b) 中 A'、A'' 间的短路线移去, 图 2-29 (b) 与图 2-29 (c) 等效。在图 2-29 (c) 电路中无伴电压源已完成了等效转移。

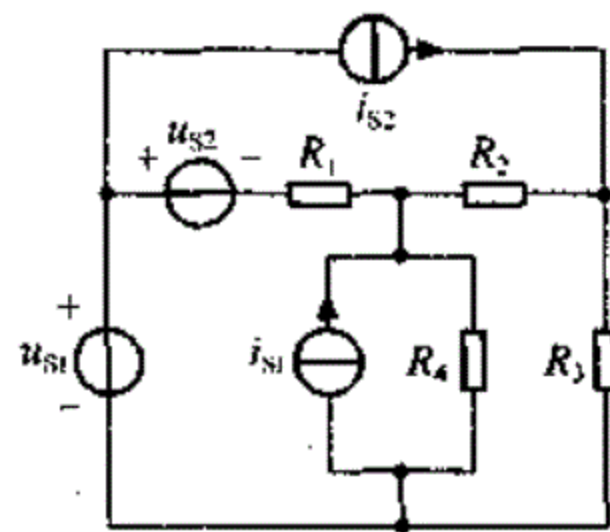


图 2-28 电路中的无伴电源  $u_{S1}$  和  $i_{S2}$

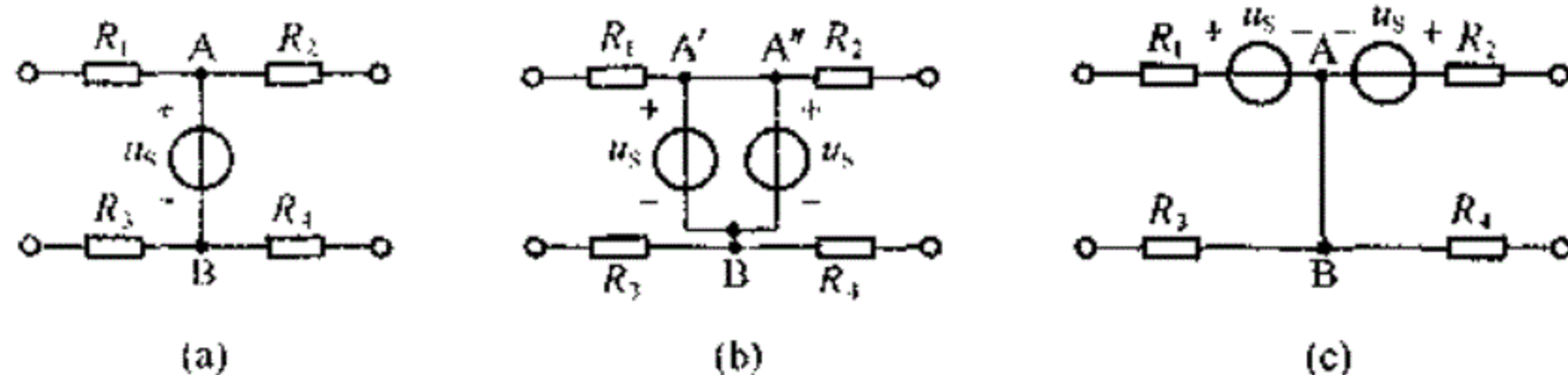


图 2-29 无伴电压源的等效转移

可见, 把无伴电压源“分裂”为多个同样的电压源, 并把这些电压源与同一节点的其余支路元件相串联, 即实现了无伴电压源的等效转移。

无伴电流源等效转移的步骤如图 2-30 所示。图 2-30 (a) 为电路的一部分, 其中  $i_S$  为无伴电流源。由于  $n$  个相同电流和流向的电流源串联与单个同样的电流源对外等效, 所以图 2-30 (a) 与图 2-30 (b) 等效。图 2-30 (b) 中若将 B'B、C'C 分别用短路线连接起来, 根据 KCL, 所联短路线中并没有电流, 因而短路线的连接与否对外是等效的。连接 B'B、C'C 得图 2-30 (c), 图 2-30 (b) 与图 2-30 (c) 等效。在图 2-30 (c) 电路中无伴电流源已完成了等效转移。

可见, 把无伴电流源“分裂”为多个同样的电流源, 并把这些电流源与同一回路的其余支路元件相并联, 即实现了无伴电流源的等效转移。



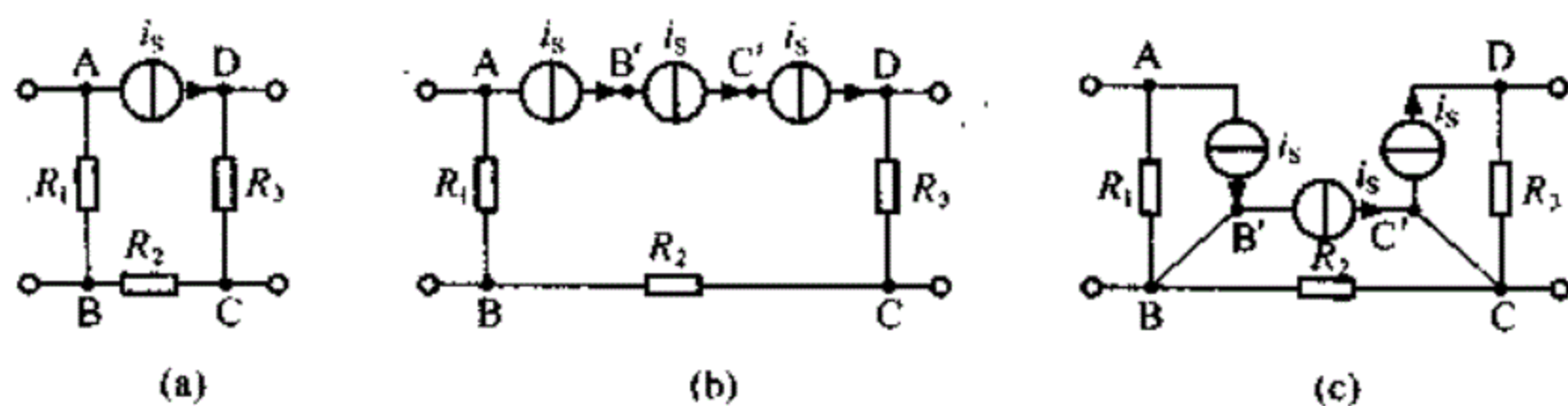


图 2-30 无伴电流源的等效转移

必须指出，以上无伴电源的转移方法对有伴电源同样适用。

【例 2-13】 求图 2-31 (a) 所示电路中的电流  $i$ 。

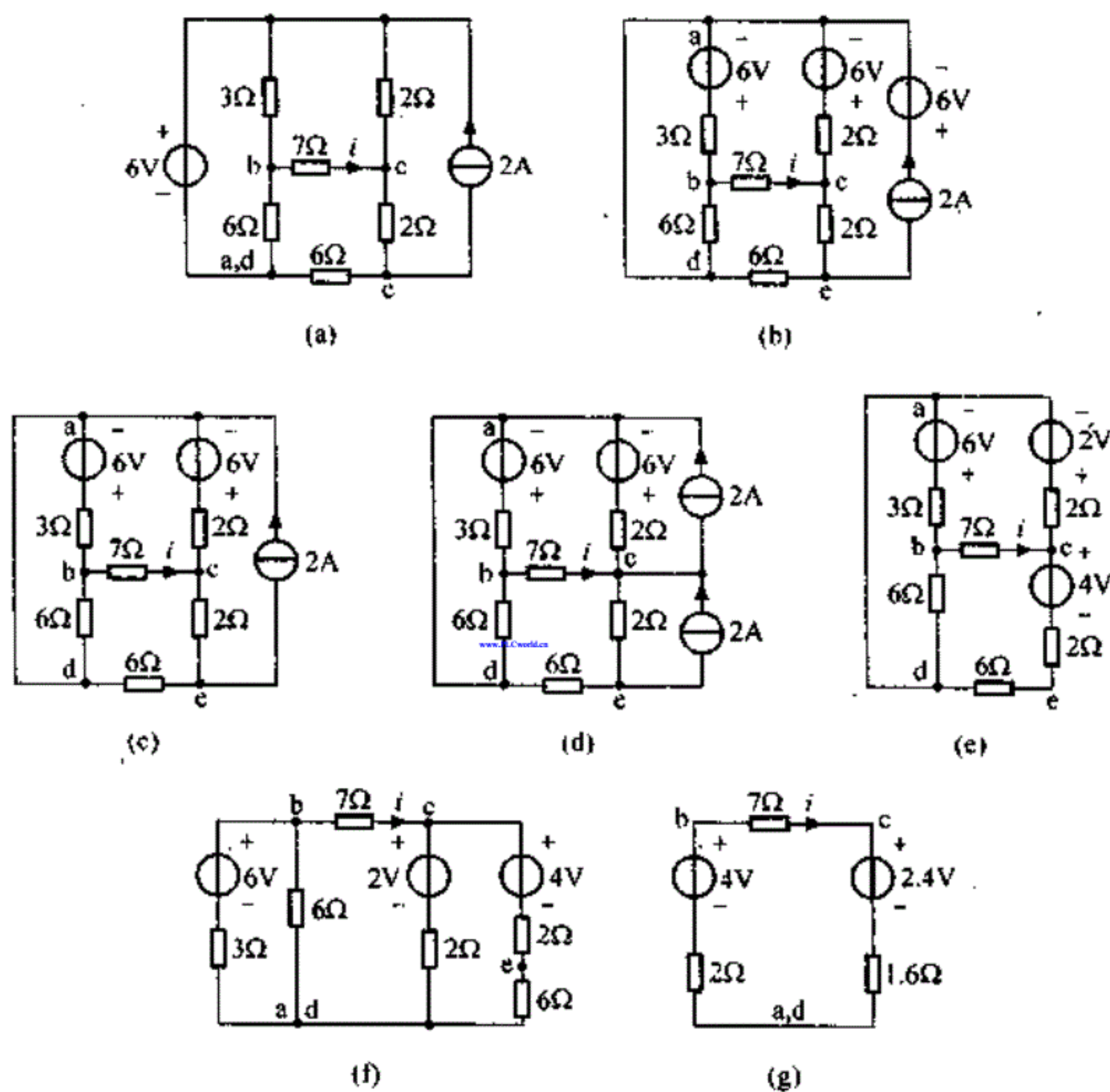


图 2-31 例 2-13 题图

解 图 2-31 (a) 电路中两个电源均是无伴电源。首先等效转移电压源如图 2-31 (b) 所示，进一步简化成图 2-31 (c)，然后等效转移无伴电流源如图 2-31 (d) 所示。

保持  $bc$  支路不变，应用 2.4.2 小节中介绍的方法等效变换成图 2-31 (e)、图 2-31 (f)，最后等效变换成单回路电路如图 2-31 (g) 所示，得

$$i = \frac{4 - 2.4}{7 + 2 + 1.6} = 0.1509 \text{ A}$$

## 2.5 含受控电源电路的等效变换

在分析受控源电路时，仅需注意下面两点：



- (1) 受控源可按独立源处理, 前述有关独立源的各种等效变换对受控源同样适用;  
 (2) 受控源是四端元件, 只要电路中受控源还存在, 受控源的控制量不能消失。

【例 2-14】 如图 2-32 (a) 所示含 CCCS 电路, 求电压  $u$  和各元件的功率。

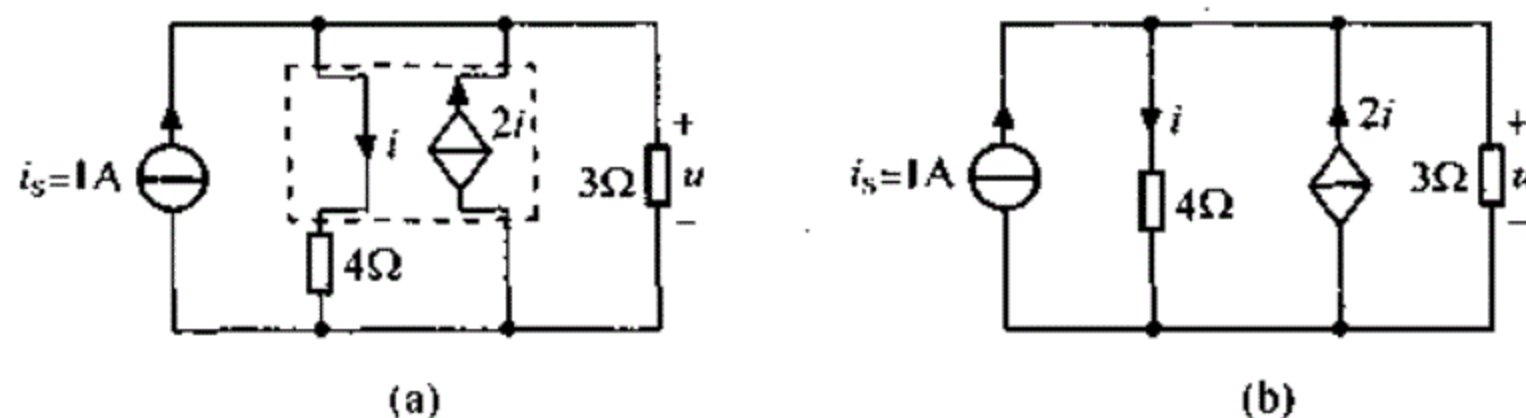


图 2-32 例 2-14 题图

解 为了方便, 图 2-32 (a) 受控源电路通常改画成图 2-32 (b) 所示电路。这是单节偶电路, 由 KCL 可得

$$\begin{cases} 1 + 2i = i + \frac{u}{3} \\ i \times 4 = u \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} u = 12\text{V} \\ i = 3\text{A} \end{cases}$$

$$p_{i_s} = -ui_s = -12 \times 1 = -12\text{W}$$

$$p_{4\Omega} = ui = 12 \times 3 = 36\text{W}$$

$$p_{3\Omega} = \frac{u^2}{3} = \frac{12^2}{3} = 48\text{W}$$

$$p_{\text{受}} = -u(2i) = -12 \times 6 = -72\text{W}$$

受控源在电路中供出功率, 表明受控源是有源元件, 体现了受控源的“有源性”。若将受控源端电压与流经受控源的电流取成关联参考方向, 其电压和电流之比为

$$R_{\text{受}} = \frac{u}{-2i} = \frac{12}{-2 \times 3} = -2\Omega$$

为一负常数, 受控源相当于一个  $2\Omega$  的负电阻, 在  $u-i$  平面上是一条位于 II、IV 象限通过原点的直线。

和独立源在电路中既可能向外电路供出能量, 也可能从外电路吸收能量一样, 受控源也可能处于吸收能量的状态。若图 2-32 中 CCCS 控制支路或受控支路电流是反方向的, 则这时受控源即等效为一个  $2\Omega$  的正电阻, 这时体现了受控源的“电阻性”。

受控源接入电路有各种形式, 体现了受控源具有“有源性”和“电阻性”的双重性质。

【例 2-15】 计算图 2-33 (a) 所示电路中的电流  $i$ 。

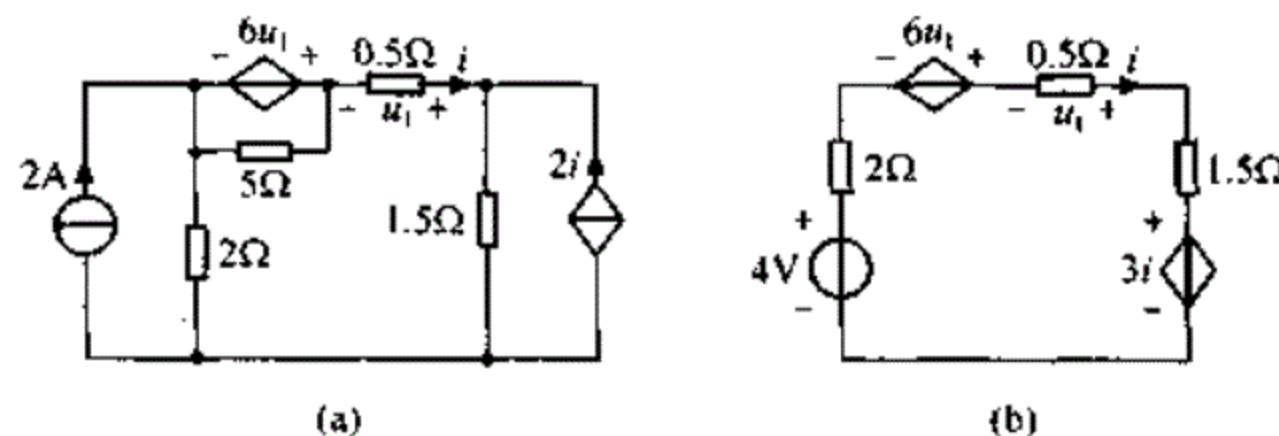


图 2-33 例 2-15 题图

解 应用等效变换把图 2-33 (a) 电路转换成图 2-33 (b) 所示单回路电路, 由 KVL,



可得

$$\begin{cases} 4 = 2i - 6u_1 + 0.5i + 1.5i + 3i \\ u_1 = -0.5i \end{cases}$$

得

$$4 = 2i + 3i + 0.5i + 1.5i + 3i = 10i$$

$$i = 0.4 \text{ A}$$

【例 2-16】 试将图 2-34 (a) 所示电路化简成实际电压源模型。

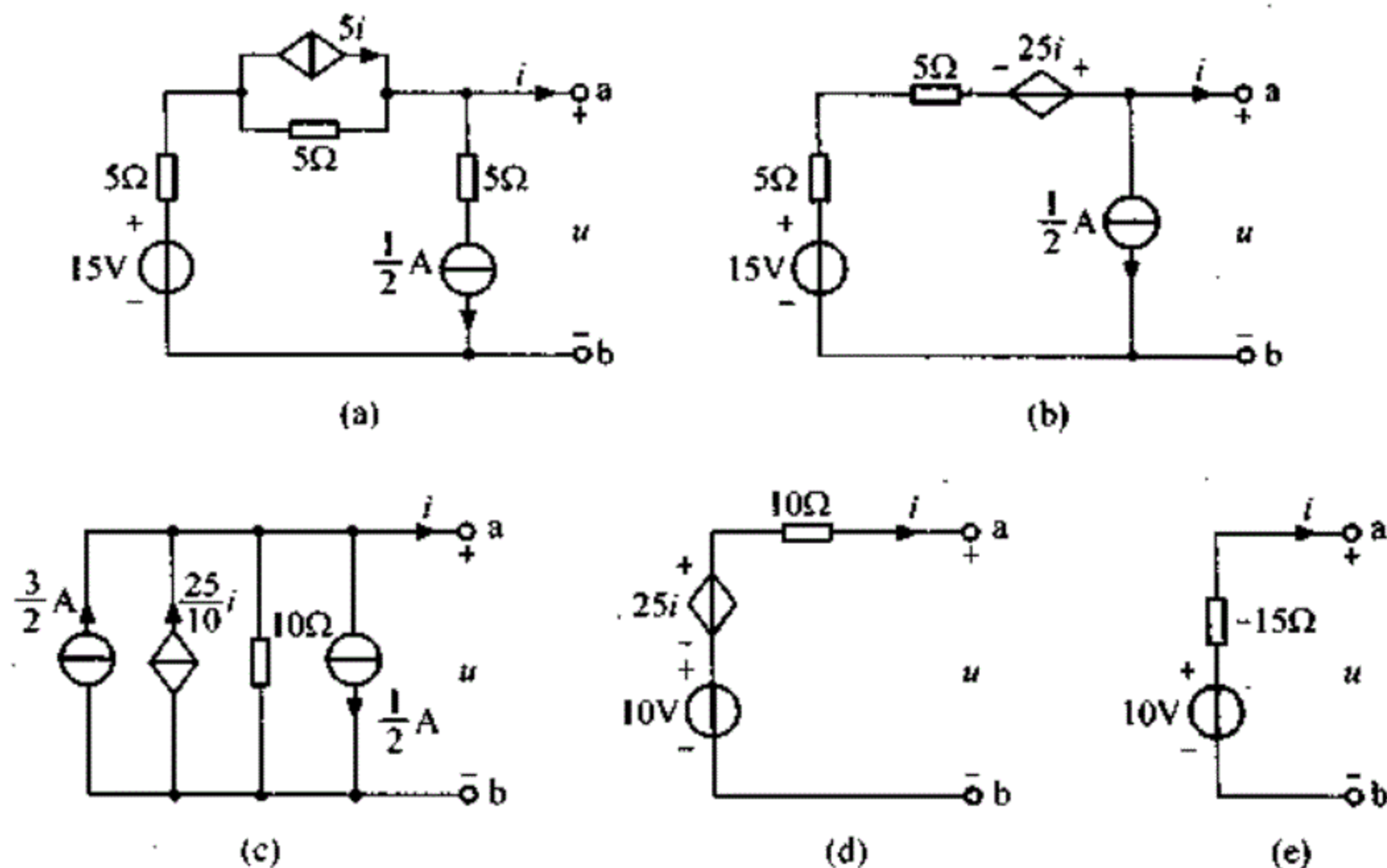


图 2-34 例 2-16 题图

解 一般情况下, 含受控源电路化简, 并非一定要先求取受控源自身的等效电阻  $R_{\text{受}}$ , 而是遇到局部串联电路可把它们等效转换为电压源模型, 遇到局部并联电路可把它们等效转换为电流源模型, 直至化简为单回路 (或单节偶) 电路。最后列写 KVL (或 KCL) 方程。其形式必然为

$$u = Ai + B$$

其中,  $A$ 、 $B$  为常数,  $u$ 、 $i$  为有源二端网络的端口电压和电流。

化简按图 2-34 所示依次进行。图 2-34 (d) 为单回路电路, 列写 KVL 方程为

$$u = -10i + 25i + 10$$

$$u = 15i + 10$$

最后得到图 2-34 (e) 最简电路。

需要说明的是在化简过程中, 受控源可与独立源一起参与等效变换, 如图 2-34 (b) 中  $25i$  的受控电压源与  $15\text{V}$  的独立电压源串联 (相加) 后等效变换为图 2-34 (c) 电流源模型。

图 2-34 (c) 中  $\frac{25}{10}i$  的受控电流源与  $1\text{A}$  的独立电流源并联 (相加) 后等效化简为图 2-34 (d) 电压源模型。

图 2-34 (e) 电路中电阻值的正负视化简结果结合参考方向来确定。

【例 2-17】 将图 2-35 (a) 电路化简成最简单的形式。

解 若仍按上例方法化简, 控制量  $i_1$  将会消失, 受控源将失去意义。列写 KCL、KVL 方程, 从而消去中间变量, 同样能得到端口的伏安特性。

首先, 设定端口电压、电流参考方向, 然后列写 KVL 方程如下: