

几何画板使用手册

版本 5.06



编者 唐家军

前 言

随着人们对学习认识的提升，现代技术融入学习过程成为必然趋势，使用电脑软件进行学习已经成为常态。对于数学学习者来说，有众多的软件可以选择，笔者认为，《几何画板》是首选。

《几何画板》(The Geometer's Sketchpad) 软件，是美国 Key Curriculum Press 公司制作并发行的优秀教育软件，它的全名是《几何画板-21 世纪的动态几何》。1996 年，该公司授权人民教育出版社在中国发行该软件的中文版，同年，全国中小学计算机教育研究中心开始大力推广《几何画板》软件。因为软件小巧玲珑，数理性极强，且简单易学，十几年来，国内大量数学教师和画板爱好者投入到软件的使用开发中去。到目前，高中数学教材中的“信息技术在本章节的运用”多是使用几何画板课例，可见几何画板对我国十年课改影响之大。而随着“电子云”和“电子书包”的到来，几何画板软件在信息技术与学科学习的深度融合过程中，又开始发挥新的作用。

从欧几里德几何到解析几何，再到分形学，几何有了突破性发展。而《几何画板》遵循尺规作图公法，又引入了动态的解析几何，将几何的魅力充分展现在我们面前。“万变的图形证明一个不变的道理”这是几何的精髓，但传统的板书教学却难以完美展现。《几何画板》从对象关系出发的动态效果，能轻而易举地解决这一问题。数学学习需要生活基础，学“习”就是学会“实践”和“生活”。《几何画板》能给学习者提供实践数学的机会，能培养学习者独立思考能力和创新精神，它不仅是教师教学的帮手，更是学习者理解数学的工具。在学习组织中，学习者学会了使用几何画板，就是拥有了自主学习的工具。

《几何画板》进入中国以来，已经推出了多个版本，全国的板友极多。大家多为一线教师，高手甚多，并有许多教程在网上流传。我阅读多人的培训文档和教学视频，颇感受益。在网上也经常看到爱好者提出画板问题，但许多不是技巧和技能的问题，而是没有看教程或教程内容不细致的问题。加上画板版本不断更新，许多新功能没有及时介绍给板友，有的功能介绍详尽，却因过时而不能用或者不必用了。5.03 版本问世以前，李玉强老师的教程惠及大量板友；5.03 版本，梁宝同老师倾情奉献随机教程，补充了许多新功能讲解和课例。自陈发铨老师建立 gspggb 实验室，“板友间，心无间……津津乐道”就一直萦绕在心，斗胆将自己学习所得，汇集为一个“手册”，抛砖引玉，企及共享。

本手册依据的是 2014 年 8 月 9 日推出的“几何画板 5.06 最强中文版”，是集软件 readme 文档、李玉强老师多个版本培训教程、梁宝同老师 5.03 版教程的精华，加上全国众多板友学习体会所编辑。原来教程中的许多插图和实例都保留下来，也有多种版本操作系统的文档案例截图，有画板基础的板友不会有突兀之感，初学者也能轻松上手。因试图涵盖画板的所有基本功能，故名“手册”。

几何画板功能强大，几乎“没有做不到，只有想不到”。凭一己之力将画板的功能介绍完整是不可能的，其中的遗漏和错误之处必然存在，请板友海涵。

画板交流论坛(gspggb.com)由陈发铨老师奉献，李玉强老师的教程还有甘志高、朱宇刚、张景胜等老师参与编写，5.03 的教程由梁宝同老师编写，对几位老师的工作表示诚挚的敬意和由衷的感谢！特别感谢“几何画板★研究者(11521676)”和“数学实验室(48415029)”活跃群友的鼎力相助！

唐家军

目 录

第一部分 基础篇

前 言.....	0
第一章 软件简介.....	5
第一节 软件起源.....	5
第二节 5.x 版特性.....	7
第三节 5.06 版特色.....	8
第四节 几何画板 5.06 的获得与安装.....	9
第五节 更新日志.....	12
第二章 用工具箱工具作图.....	16
第一节 几何画板的启动和绘图工具的介绍.....	16
第二节 用工具箱工具构造简单的组合图形.....	18
第三节 对象的选定、删除、拖动.....	21
第四节 对象的标签.....	24
第五节 其他工具的使用.....	28
一、多边形工具.....	28
二、文本工具.....	29
三、标识工具.....	30
四、信息工具.....	32
五、自定义工具.....	32
第三章 用构造菜单作图.....	40
第一节 点的构造.....	40
第二节 线的构造.....	41
第三节 圆型线的构造(圆、圆弧).....	43
一、圆的构造.....	43
二、弧的构造.....	44
第四节 构造图形内部.....	44
第五节 对象轨迹的构造.....	46
第六节 利用构造菜单绘图实例.....	50
第四章 用变换菜单作图.....	52
第一节 旋转对象.....	52
第二节 平移对象.....	54
第三节 缩放对象.....	57
第四节 反射对象.....	58
第五节 迭代与深度迭代.....	60
第六节 自定义变换.....	62
第五章 操作类按钮的制作.....	65
第一节 “隐藏/显示”按钮的制作.....	65
第二节 “动画”按钮的制作.....	66
第三节 “移动”按钮的制作.....	68
第四节 “系列”按钮的制作.....	70
第五节 “声音”按钮的制作.....	72
第六节 “链接”按钮的制作.....	73
第七节 “滚动”按钮的制作.....	74
第六章 文件菜单.....	76
第一节 文件菜单.....	76
第二节 文档选项.....	77

一、页面视图	78
二、工具视图	79
第七章 编辑菜单	81
第一节 基本命令	81
第二节 玩转图片	82
第三节 分离/合并	83
第四节 参数选项	85
第八章 显示菜单	89
第一节 对象外观	89
第二节 标签显示	91
第三节 运动显示	92
第四节 控制显示	93
第九章 度量菜单	94
第一节 常用度量	94
第二节 点的值	96
第十章 数据菜单	100
第一节 参数与计算	100
第二节 表操作	102
第三节 函数操作	103
第十一章 绘图菜单	105
第一节 系统坐标系	105
第二节 根据数值绘制对象	106
第十二章 窗口菜单	110
第十三章 帮助菜单	111
第一节 学习中心	111
第二节 画板实例	111
第三节 在线资源	112
第四节 打包机	114
第十四章 奇妙的参数	116
第一节 参数属性	116
第二节 参数使用实例	117
一、用参数构造动态图形	117
二、用参数控制对象颜色	118
三、用参数构造动态解析式	118
四、参数在计算与变换中的应用	119
五、用于自定义工具	120
六、动画彩轮	120
第十五章 迭代	122
第一节 迭代的概念	122
第二节 迭代命令操作	122
第三节 迭代实例	126
一、谢尔宾斯基三角形	126
二、深度迭代的运用—构造“奇妙的勾股树”	127
三、非自由点的迭代实现—构造 \sqrt{n}	129
四、正方形渐开线的构造	129
第十六章 键盘技术与控件	131
第一节 键盘技术	131
第二节 鼠标右键与滚轮	133
第三节 几何画板控件	137
第四节 几何画板与 GeoGebra、Cabri 3D、inRm3D（英壬画板）软件	139

第二部分 实例附录篇

第十七章 综合实例篇	141
第一节 基本实例	141
例 17.1.1 修正点值跳跃构造两点稳定随动	141
例 17.1.2 彩色同闪三角形	142
例 17.1.3 利用自定义变换表示任意角	142
例 17.1.4 绘制反函数	144
例 17.1.5 绘制函数切线	145
例 17.1.6 函数的嵌套(复合函数)	145
例 17.1.7 根据绘制函数图象求函数的单调区间和极值	145
例 17.1.8 彩色笛卡尔之心	146
例 17.1.9 构造自定义大小的函数图象	146
例 17.1.10 还原作品制作过程	148
例 17.1.11 函数图象局部放大器	149
例 17.1.12 利用系列按钮巧设画板 if 命令	150
例 17.1.13 网格(格点)图的绘制	151
例 17.1.14 轨迹填充法构造封闭区间内部	151
例 17.1.15 轨迹扫描法确定路径上的点	152
例 17.1.16 轨迹上的点值法确定路径上的极值点	154
例 17.1.17 自定义坐标系的用法介绍	155
例 17.1.18 利用灰度颜色构造质感立体图形	164
第二节 综合实例	165
例 17.2.1 轨迹法构造正多边形	165
例 17.2.2 制作轨迹法正 n 边形工具	166
例 17.2.3 三角形内部的点	167
例 17.2.4 环形跑道	167
例 17.2.5 橡皮筋遇钉子	169
例 17.2.6 2011 年安徽省中考题	172
例 17.2.7 绘制分段函数	175
例 17.2.8 圆在线段上的滚动	176
例 17.2.9 n 等分线段	177
例 17.2.10 杨辉三角	178
例 17.2.11 抛豆实验估算圆周率 π	180
例 17.2.12 列表描点连线法绘制函数图象	181
例 17.2.13 自定义图片到封闭区间	182
例 17.2.14 “阴阳鱼”封闭图形和图层遮罩的实现	183
例 17.2.15 多图形重叠部分面积的构造以及课件美化	185
第十八章 附录	195
第一节 平面几何的几个著名定理	195
第二节 几种常用的曲线	198
第三节 三个著名的尺规作图不能问题	199
第四节 自定义工具列表	200
第五节 几何画板在其他学科中的应用实例	209
后 记	212

第一章 软件简介

第一节 软件起源



图1.1 几何画板logo

《几何画板》软件(The Geometer's Sketchpad)是由美国 Key Curriculum Press 公司制作并发行的优秀教育软件。正如其名“21 世纪动态几何”，它能动态地展现出几何对象的位置关系、运行变化规律，是教师组织学生学习数学和物理的好帮手。

《几何画板》是美国“直观几何计划”的一部分。该计划是美国宾夕法尼亚斯沃斯莫大学的尤金·克洛兹博士和莫拉维恩大学的朵丽丝·斯凯尼德博士共同主持下的美国国家自然科学基金项目。

1982 年，国际教育成绩评估组织在美国做的一次调查中发现，高中学生最不喜欢的数学题是证明题，而且有超过 50% 的学生认为证明题并不象老师所说的那样重要。此项调查在美国引起了强烈反响，专家、教师纷纷撰文呼吁对数学教学进行改革。

1985 年，美国教育发展中心率先开发了具有划时代意义的教学软件模块《几何探索》，让教师和学生开始使用计算机作为教学工具。他们应用苹果 II 型计算机鼓励学生发挥创造力，利用软件做出简单的几何图形并推测图形的性质。由此，学习几何成为对几何图形内在联系的一系列探索，而不是一遍遍地重复那些被学生认为是想当然的定理的证明。

1988 年，尼古拉·杰克拉斯开始进行《几何画板》程序设计。从一开始，《几何画板》就在一个开放式的学术环境中进行设计。在程序开发过程中，许多专家、教师纷纷提出意见和建议，并提供各种数据，许多学校对画板软件表现出空前的兴趣和热情。

1989 年，美国基本课程出版社推出了米歇尔·塞拉研发的《发现几何》教学软件，进一步推动了数学课程的改革。该软件主张学生应该创造自己的几何作图方法，并用公式表现出来，以描述他们所发现的图形之间的关系。根据其要求，学生分组合作进行研究，尝试用尺规作图来发现几何性质，并用归纳法合理地作出猜想。

1991 年，《几何画板》第一个正式版本 1.0 版，由基本课程出版社发行。为让学校更有效地使用《几何画板》，基本课程出版社继续进行研究，并于 1992 年春季发行了 2.0 版。

在此期间，荷兰的数学教育家皮埃尔·黑利和迪娜·黑利在大量的课堂观察中发现，学生能够对几何问题进行直观分析、非正式推理、正式的推理等一系列思考。但过去的几何教材往往要求学生一开始就使用正式的演绎方法，这样做既不能使问题直观化，也不能鼓励学生积极地做出猜想。《几何探索》以及《发现几何》的共同思想，就是通过前面三个步骤来突出体现一个数学学习者发现几何规律的过程，即先使问题直观化，然后分析做出猜想，再试图证明它。《几何画板》应运而生。

1993 年 3 月，《几何画板》发行了 3.0 版。该版本更趋于完善，增加了度量、变换、记录脚本、作轨迹、分析以及画函数图象等多种功能。在不断的测试和改进中，《几何画板》成为更为实用、更受欢迎的教学软件。作为新一代的教学软件，《几何画板》引发了数学教学的一场革命。它除了具有《几何探索》和《发现几何》的优点之外，还能让学生动态地探索图形内在的联系，在自己的操作过程中了解几何图形的变化。不仅如此，学生利用《几何画板》还能分析自己测量的数据，并与同学进行交流和研讨。《几何画板》的这些突破，连同其构造、变换、分析功能的完备，把运用几何软件处理问题的范围扩展到前所未有的高度，把探索几何的规律和奥秘变成一种艺术的享受。

1995 年，Key Curriculum Press 公司授权人民教育出版社在中国发行该软件的中文版(3.0)。

1996 年，全国中小学计算机教育研究中心开始推广《几何画板》软件。

1997 年，由全国中小学计算机教育研究中心组织开展“CAI 在数学课堂中的应用”。

1998年5月,随着“几何画板”实验的推进,全国中小学计算机教育研究中心提出了“课程整合”的概念,力争与国际接轨。

1998年6月至12月,全国中小学计算机教育研究中心开展“计算机与学科课程整合”课题研究。

2001年,《几何画板》升级到4.0版本,从4.0开始,各版本开始非官方汉化,由网友汉化。

2009年3月,发布“几何画板4.07最强中文版”最终版。

2009年,官方网站发布5.0版本。

2010年1月,发布“几何画板5.0最强中文版”第一版。

2012年9月,国家提出教育信息化发展的核心理念为“信息技术与教学深度融合”,开启“几何画板+电子白板”数学课堂学习模式。

金狐工作室从网上收集、整理并制作了中文版,于2012年8月8日开始推出5.05最强中文版,到2013年6月,5.05版本更加完善,形成最终版。同时推出5.06汉化版。

5.06版本主要是修改了原来5.05版的某些漏洞,软件主要功能同于5.05版本。5.06最强中文版含有的1433个课件实例、814个自定义工具、5份详细的图文教程。整合3D几何画板自定义工具,弥补了几何画板遇到立体几何问题就无能为力的缺陷。整合最新几何画板控件,更加方便地在Office办公文档和网页里无缝嵌入几何画板文件。新控件可以将几何画板文档方便地嵌入到“WPS文字”和“WPS演示”中,这不仅是几何画板功能的延伸,同时是对国产办公软件的又一次肯定与支持。

新加坡的数学教育因为在1996年的国际数学与科学教育调查中,位居世界第一而备受国际数学教育界的关注。2002年开始启用的新加坡初中数学教材,使用了大量的几何画板作品,彩色印刷配备清晰的图案,学习兴趣跃然纸上。

比较而言,发达国家的教育技术比中国领先至少20年,而国内的几何画板发展从2000年以后,都是爱好者和各地有识之士在进行推广,政府动作甚少。其中有一个重要原因是国家对教育投入不足,课堂学习不具备计算机环境。但自2013年开始,教育管理部门表示:“硬件不是问题”。随着教育均衡发展的投入,许多地方开始了以电子白板结合软件技术为代表的交互学习方式。

几何画板在国内推广中,陶维林、江玉军、李玉强、梁宝同等的教程在不同时期起到很大作用。周传高的画板论坛培养了一批画板精英。Stgl109、yhxiang、一线天、周传高等制作了多个汉化版本。

谢辅炬制作了很详细的迭代教程;霍焰、李任之、欧阳耀斌分别制作了三维平台,使几何画板也可以用于立体几何的教学和研究;Dianlinchen制作了解析几何平台,使应用几何画板学习圆锥曲线更方便;金卫良等制作了可以使几何画板变成单个可执行文件的几何画板打包机;在5.06中,打包机由金正祥老师提供。将几何画板文档嵌入办公软件(office和wps)的控件,可以选择金正祥和叶良国的版本,且功能更加完善。

蚂蚁、巷老师、飞狐等众多网友,提供了数以千计的自定义工具,更是丰富了画板的基本功能,为画板使用者提供了极大的方便。

几何画板能提供一个通用的数学、物理学习环境,提供丰富而方便的创造功能,用户可以随心所欲地编写出需要的教学课件。教学课例所体现的并不是编者的计算机软件技术水平,而是数学思想和思维水平。因为几何画板为使用者提升思维、主动参与学习提供了可能,所以,在提倡现代信息技术与学习深度融合的今天,几何画板软件直接走到了数学、物理、地理等学科学习者中间。

软件对系统要求很低:PC486以上兼容机、4M以上内存、Windows3.X或Windows95简体中文版即可。在win8操作系统下也运行流畅。主程序大约2兆,包括控件、各种课例、自定义工具和帮助文件在内,压缩安装包大约40兆,安装后大约占用90兆空间(视操作系统情况而不同)。

即使各种汉化版使用同一个英文版进行,其中的菜单和各种名称的翻译也不尽相同。在同一个版本中的不同地方,同一个动作的名称也可能不同。本文叙述尽量统一使用相同描述,以求手册规范。“选中”对象都统一为“选定”对象、“画”图都统一为“绘”图、“曲线/函数族”统一为“曲线/函数系”、“文字工具栏”统一为“文本工具栏”、“作圆”统一为“绘圆”、“横坐标&纵坐标”统一为“横&纵坐标”等等。快捷键“Shift+Ctrl+字符”与“Ctrl+Shift+字符”、“标记工具”与“标识工具”、“框

选”与“圈选”等效等等。除了“点”以外的对象，“构造”对象和“绘制”对象等效。因为本手册经常更新，而且涉及到 Xp、Win7 和 win8 等不同操作系统，故使用截图的风格也略有不同，但画板功能内涵相同。软件的众多功能窗口中，多数是看文字提示就能继续操作，故本手册没有将所有对话窗口一一列出。尽管是画板技术手册，但也加注了一些笔者对数学的理解，以提升数学理性和可读性。

第二节 5. x 版特性

1、增强的表现力

- (1) 点有四种大小供选择，对线或是轨迹等路径可选的有 4 种线径和 3 种外形的任意组合；
- (2) 可以通过标识工具创建角标识，标识相等的角度或是直角，以及选定角标识进行角度度量；
- (3) 可以通过标识工具创建标识来识别路径，标识相等的线段或是相互平行的线；
- (4) 根据自己的喜好，创建显示边界的多边形或者隐藏多边形内部；
- (5) 能对图片、内部或轨迹以及他们的迭代象进行透明度的设定；
- (6) 函数显示的方式可选择“ $y=$ ”、“ $f(x)=$ ”等，可以通过选择“编辑”-“参数选项”-“文本”来设定新函数的默认显示方式，或是通过使用计算器的“方程”弹出菜单选择；
- (7) 以弧度作为默认单位时显示角度可以表示为多少分之 π 或是以小数表示；
- (8) 通过任意两个点（一个点驱动另一个点）自定义一个变换，作为一个范例，几乎可以将这个变换应用到其他任何对象。

2、便捷的操作

- (1) 通过使点更大或更有磁性让点更容易被选定；
- (2) 使用关联菜单方便地选定特定对象的属性命令，包括更改对象层级、更改参数值、更改图片透明参数、构造轨迹的分辨率以及更改迭代深度；
- (3) 可直接通过键盘快捷键“Alt+=”调入计算器，在计算器中可以“Ctrl+Shift+P”创建参数且直接引入计算解析式中；
- (4) 参数具有编辑框，可以直接编辑参数数值；
- (5) 设置参数精度，并更容易通过键盘增减调整参数；
- (6) 可一次创建两个单独的按钮。一个是隐藏按钮和一个显示按钮：选定对象后，在按 Shift 键的同时选择“编辑”-“操作类按钮”-“隐藏&显示”。

3、强大的文本特征

- (1) 将所创建文件中标签、数值、对象等热字化，更便捷也更容易将说明文本的表达数学格式化；
- (2) 显示的计算、函数和对象的标签统一使用数学排版最常见的斜体；
- (3) 文本的风格可为粗体、斜体或下划线，对应快捷键 Ctrl+B、Ctrl+I、Ctrl+U(同于 Windows)；
- (4) 使用包括数学符号的 Unicode^①，并能实现多语言文本。对输入希腊字母等使用快捷方式（详见对象的标签有关内容）；
- (5) 设置默认的文本样式，更容易设置标签、标题（文本）、数值、操作按钮、表格及轴刻度标注；
- (6) 点上附着的文本可以跟随点一起迭代。

4、更多、更好的工具

- (1) 使用多边形工具可构建有芯无边框、有芯有边框或无芯有边框的多边形；
- (2) 使用标识工具可构造角标识和线标识，甚至可以用徒手绘图并由图片定义一个函数；
- (3) 使用信息工具可以显示构件间关系或探索对象的属性；
- (4) 通过选择恰当的对象可制作一个自定义命令工具，并可以将自定义工具组件管理；

^① Unicode（统一码、万国码、单一码）是一种在计算机上使用的字符编码。它为每种语言中的每个字符设定了统一并且唯一的二进制编码，以满足跨语言、跨平台进行文本转换、处理的要求。

(5)更容易选择工具文件夹，打开画板软件时，工具会自动加载。

5、更多、更好的对象

- (1)对图片可以旋转、缩放，并能对图片执行自定义变换；
- (2)图片可以附加到一个、两个或三个点上，可做一般仿射变换；
- (3)通过剪裁图片到多边形，只显示图片的特定部分。改变裁剪形状和大小可实现图片的“遮罩”；
- (4)使用了高效率图片压缩技术，使带有图片的几何画板文件更小；
- (5)能使用点的值绘制轨迹上的位点；
- (6)可以构造基于变化参数的轨迹；
- (7)可以使用操作类按钮（移动或者动画）来改变参数值；
- (8)可以创建声音播放按钮来播放声波函数。

6、更简便、更强大的图象

- (1)通过参数变化探究显示函数系（曲线系）图象；
- (2)可以度量出路径或轨迹上点的值以及绘制路径或轨迹上的特定比值的点；
- (3)轻松构造线、圆与方程轨迹的交叉点；
- (4)可以使用三角标号(x轴刻度标注中含有 π)坐标轴的坐标系统；
- (5)可以使用“手写笔”功能或是导入图片来定义一个图片函数；
- (6)选定一个或者多个点，按住 Shift 键的同时选择“度量”-“横&纵坐标”，可以同时度量点的横坐标和纵坐标，并分别列放；
- (7)“绘图”-“参数曲线”，可以绘制多种效果的参数曲线。

7、画板 Java

- (1)导出画板文件为交互式网页文件，纳入更多的功能，包括方程以及方程上的点；
- (1)输出画板为网页文档时复制文件 jsp5.jar，以支持网页上打开画板文档。

第三节 5.06 版特色

与 5.05 比较，本版主程序主要是修改一些设计漏洞。比如手绘图函数不再因为手绘图过度旋转而与图片最大高度不匹配、用匹配假设去构造对象上点的自定义工具不再产生偶尔匹配错误、软件注册与注销错误、软件与 win8 平板和电子白板配套兼容应用、苹果操作系统产品兼容性漏洞等。

一、几何画板最强中文版特色

- 1、主程序完美汉化；
- 2、自动安装，免系统设置；
- 3、无需手动设置，自动防乱码（自动勾选对“GSP3/4 文档的语言支持”）；
- 4、无需手动设置，自动加载工具集（346 个常用工具，最全 814 个工具需要手动添加），并作了分类，用起来很方便；
- 5、整合 5 份几何画板详细图文教程，助您从入门到精通；
- 6、整合精心收集整理的 1433 个几何画板课件实例，让您直接与画板高手接触；
- 7、可选安装新版几何画板 5 控件，安装后可将画板无缝嵌入到 PPT、Word 和网页（含教程）；
- 8、整合 3D 工具集（需手动选择工具目录），用于解决立体几何问题，含详细使用教程；
- 9、整合几何画板 5.05 打包机，GSP 画板文档打包后无需安装几何画板即可运行；
- 10、画板手册、实例目录、打包机、官方帮助等的链接可从帮助菜单或开始菜单打开。

二、新版打包机特色

- 1、打包 gsp 文件为 exe 格式，防修改，高压缩率，在没安装几何画板软件的电脑中可直接运行；
- 2、高度可自定义模式，满足板友多种需求；
- 3、全屏模式效果同幻灯片，鼠标移至窗口顶部右侧会有下滑控制菜单，效果前所未有的；

- 4、显示菜单模式，点标题栏最前边的程序图标可“隐藏或显示”画板菜单；
- 5、去除自动写注册表关联文件功能，运行后不影响原几何画板的关联；
- 6、可同时运行多个打包后的课件；
- 7、打包时支持以拖曳方式把 gsp 文档拖到打包对象框；
- 8、支持热键显示和隐藏菜单栏 (Ctrl+Alt+F4) 及工具条 (Ctrl+Alt+F5)，页面切换 (PgUp、PgDn)；
- 9、支持自定义选择打包后的 exe 文件图标，前所未有；
- 10、在打包课件中使用工具集的简便方法：打包后的 exe 文件、工具文件夹 Tool Folder 放在同一目录；

打包机使用方法详解，可浏览 <http://www.Gspggb.com/2012-6/24/1623152614.html>。

第四节 几何画板 5.06 的获得与安装

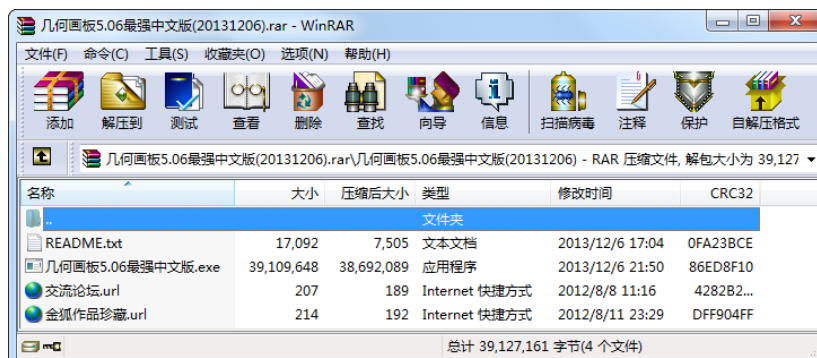
网上有多个几何画板 5.06 的汉化版本。“中文精简版”没有携带画板实例，有 18 个基本自定义工具，可选安装 2 个控件，随机帮助中只有几何画板手册、控件教程、官方帮助、打包机和论坛交流。“迷你增强版”只有主程序和 18 个基本自定义工具，帮助中只有一个网络链接，软件小巧，不到 1.5 兆。“最强中文版”携带了 5 份帮助文档、更多的自定义工具、1400 多个案例、可选安装 2 个控件和更多的帮助选项，是编写本手册的蓝本。对于画板主要功能介绍，本手册通用于几何画板 5.x 版本。

查看更新：<http://www.jinhu.me/article.asp?id=232>

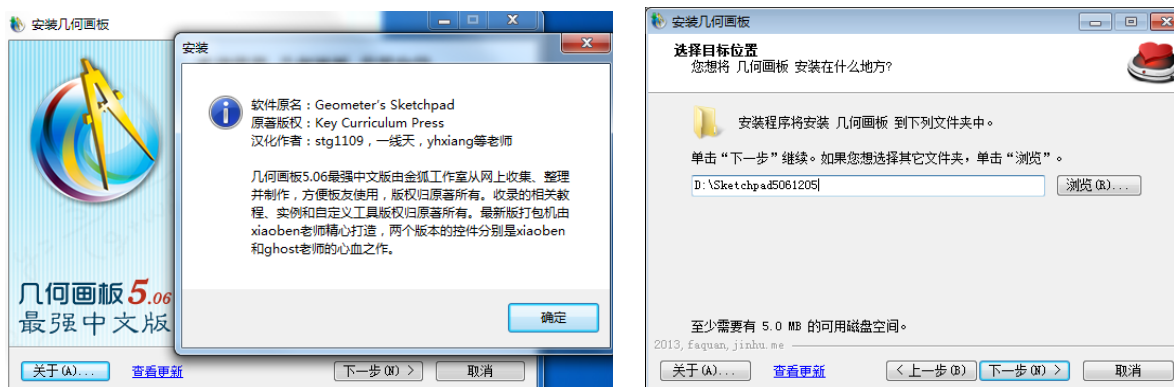
下载地址：<http://www.kejianyuan.com/Soft/201005/20100519163238.html>

软件安装：当电脑中有解压缩软件时，双击下载的软件压缩包，选择安装路径，默认安装就可以。为了方便在软件中选择自定义工具文件夹，建议记住安装路径。最全自定义工具需要手动选择文件夹。

一、双击压缩文件，会出现以下解压画面。



其中的“README.txt”文件对画板进行了简要的介绍，特别对于不同的操作系统安装画板软件进行了指导。“金狐作品珍藏.url”进入到一个软件资源界面。“交流论坛.url”进入到“GspGgb 实验室”。



打开“几何画板 5.06 最强中文版.exe”就进入了安装界面。有电脑安全软件提示因为安装画板引

起的安全问题时，都选择放行、信任或者忽略。

在安装画面中，有一个“关于(A)”按钮，点击，进入画板的版权信息。对画板主程序和一些附加产品的版权进行了描述。点击“查看更新”，就会进入金狐工作室网站，这是数学教师乐园！

二、点击安装向导中的“下一步(N)”按钮，进入了选择安装路径对话框。选择路径后，系统将几何画板的主程序都安装在这个路径下，并在C盘下产生一个“C:\Program Files\Gspertools”文件夹，将画板的一些最常用自定义工具存放在这里并在软件开启时加载。

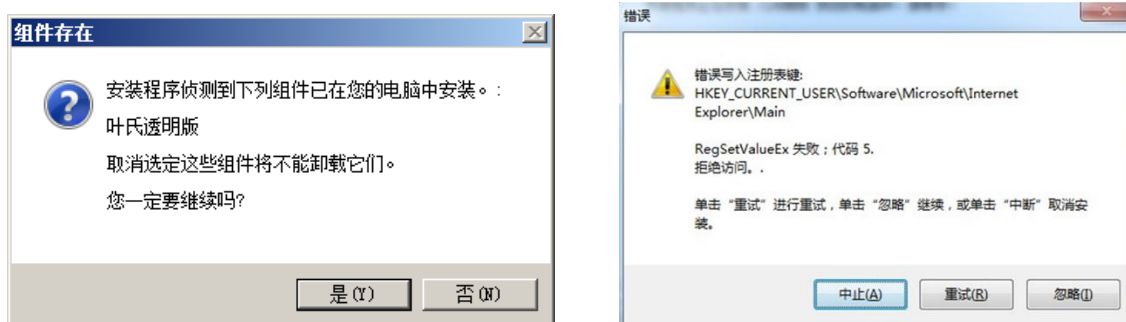
三、选择完了安装路径后，会进入安装组件的对话框。可以选择的安装模式有：最小安装、推荐安装、完整安装（默认）、自定义安装等。根据自己的需要可以选择安装方式。因为是最强中文版，故默认语言就是简体中文。如果想使用英文版或者繁体中文，请寻找其他安装包。



如果工具集的组件都不勾选，画板安装后，软件启动速度很快，但自定义工具图标下没有自定义工具。因为多年来的积淀，软件随机携带的、公认的能够给使用者带来方便的自定义工具有 814 个。软件设定了常用工具和最全工具，建议将这两项都勾选，以备不时之需。

几何画板在中国发行十几年了，全国的爱好者甚多，大家用画板做了很多精品，经过作者同意和汉化作者的努力，将这些精品随画板安装时一起安装在安装路径下了。从 5.03 版本开始，汉化作者又做了具体的分类，将实例分为了不同版本的实例。其中包括各种经典问题、数学学习题、物理课件和杂类，还有根据作者进行的分类。而分形艺术之根基—分形几何作为现代几何学的一个分支，更是让人们看到了几何的五彩缤纷。这些实例占据了几何画板软件空间的绝大部分，可以根据需要选择安装。

“打包机”可以将几何画板的文件（类型为.gsp）打包为可以脱离几何画板程序软件的“.exe”文件，打包后的.exe文档，可以在没有安装几何画板软件的电脑中运行。但 32 位系统打包的文档不能在 64 位系统中运行。

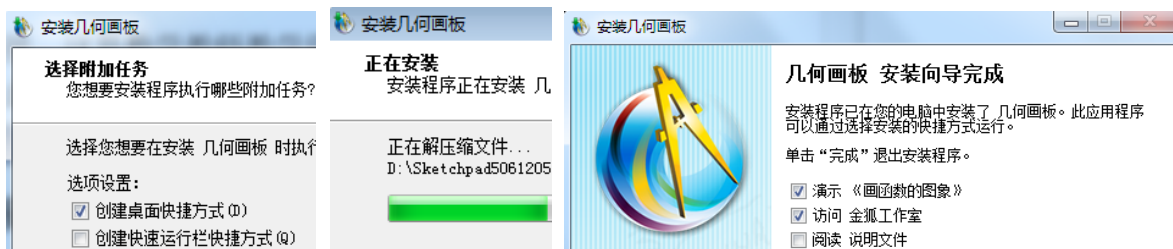


“控件”是将几何画板文档嵌入到 Word、PPT、WPS 和网页中的组件，是几何画板与这些软件的媒介。通过控件，可以实现在这些软件中运行画板文档，故称为在其他软件中“嵌入”几何画板。叶氏版本是经典版本，金氏版本为较新版本。如果两次安装选不同的控件，画板会出现下左图提示。检查

office 中其他控件名称可知金氏版控件为“GspForPPT Control”；叶氏控件为“GspControl.gsp”。

“最佳导航”是把“kejianyuan.com”添加到默认浏览器中。如果系统有安全系统，会出现上右图提示写入注册表错误提示，选“忽略”后继续安装就可以了，不影响使用。

连续点击“下一步”，选择开始菜单和快捷方式，画板安装成功。

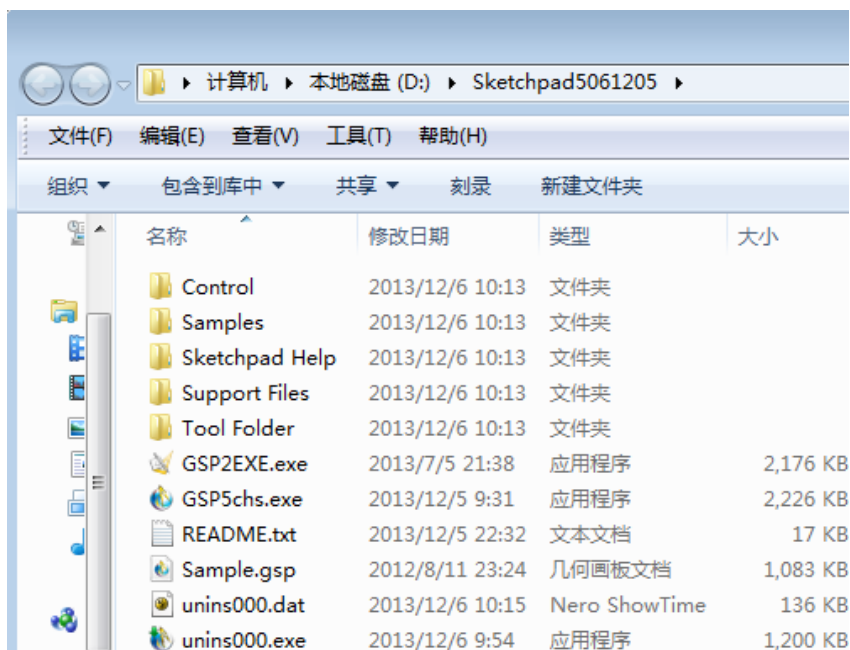


“演示 《画函数的图象》”就是打开安装文件夹下的 sample.gsp 文档。此文档是陈发铨老师精心制作的课件，技术含量很高。

“访问 金狐工作室”就是进入到金狐工作室网站的链接。这是数学教师教学资源的乐园。

“阅读 说明文件”就是打开“README.txt”文件。此文档有对几何画板的简要介绍和安装指导。

四、安装后的路径文件夹如图。



“Control”是控件专用文件夹，不可改变；“Samples”是课例文件夹，内含 1433 个画板实例；“Sketchpad Help”是帮助文件夹，内含 5 份教程（包括本手册、控件教程、迭代教程、3d 画板工具教程和分形几何教程）；“Support Files”是程序支持文件，包括 jsp5.jar 文档，不可改变；“Tool Folder”是自定义工具文件夹，有 44 个工具文档，814 个工具；“Gsp2exe.exe”是打包机执行文件，将几何画板文档打包为 exe 文件；“Gsp5chs.exe”是几何画板 5 的执行主程序；“README.txt”是自叙文件，简介软件和一些安装要求；“Sample.gsp”是“画函数图象”课件的源文件；“unins000.dat”和“unins000.exe”是卸载系统中已经安装几何画板文件的。

其他注意事项：

1、第一次运行画板程序，改变窗口为最大或者还原状态，关闭后重新运行，会记忆上次窗口。

2、为了加快画板程序启动速度，系统默认加载的工具不含以下几个工具：[3d]基本工具、[3d]着色工具、[3d]旋转、算法框图等 26 个工具组。如需使用最全工具，请手动选择工具文件夹。默认安装常用工具文件夹是 C:\Program Files\gsptools，最全的工具文件夹在安装路径下的 Tool Folder 文件夹下。加载方法：打开画板文件，鼠标左键按住工具箱中自定义工具按钮不放，右移鼠标，向下

到“选择工具文件夹”，指向安装路径下的 Tool Folder 文件夹，确定，忽略提示，自定义工具加载成功。

3、如果系统是 Windows7 或 Vista，请启用最高管理员账户 Administrator 后再安装几何画板，并且 Office 要使用完整版或无损精简版，不然运行控件会出现：“运行时错误‘52’：错误的文件名或数”。（各版本金狐 Win7 和 Vista 默认已启用，无需再设置，建议下载使用。）非 Administrator 用户则必须以管理员身份或用 XP 兼容模式运行 PPT。

开启 Administrator 用户的方法：

A. 右键“计算机”-“管理”，双击“本地用户和组”-“用户”，在右边列出的帐号中右键单击“Administrator”-“属性”，在弹出的界面中取消勾选的“帐号已禁用”；

B. 控制面板-管理工具-计算机管理-选择到本地用户-选择 administrator-右击-选择属性-该帐户禁用的勾去掉，保存退出；

C. 以管理员权限运行 cmd，输入 net user administrator /active:yes

开启 Administrator 高级管理员账号后，注销系统，然后选择 Administrator 登录即可，并且安装系统时建立的账号也可删除了，只保留 Administrator 和 Guest 即可。

4、用 Nvidia（英伟达）显卡的电脑，因显卡中视频控制台的热键与几何画板控件热键冲突，所以在 PPT 里可能不能隐藏菜单栏和工具栏，出现此现象请尝试在系统启动项中勾去显卡视频控制程序，或在系统托盘中退出，也可以重新安装不带控制程序的显卡驱动。

5、因为电脑显示分辨率设置的原因，画板打开后，绘制的圆可能“不圆”，此时，调整电脑显示器的分辨率，总有一个分辨率能显示“正”圆的。比如 16:10 的宽屏显示器，调整分辨率为 1440:900，就能显示“正”圆。横宽比为 16:9 和 4:3 的显示器，调整分辨率分别为 1920:1080 和 800:600 等。

6、杀毒软件会判断某些可疑软件，有时会误报画板软件有毒，以下链接是主程序 GSP5chs.exe 的扫描报告。<http://r.virscan.org/report/8cd1abe5a80759fd28f19b24ad8a7b87>。

7、单机版安装在网络环境下，作为客户端的电脑不能进行选择工具文件夹和在 PPT 中嵌入几何画板文档等操作。

8、如果在画板中使用“Ctrl+C”复制图片，画板卡死，多是因为开启了迅雷等使用了剪贴板程序的软件，与系统剪贴板兼容性有问题，关闭其他应用程序，就能解决问题。

9、画板显示计算表达式默认调用系统的 Symbol 字体，当系统中字体不全时，比如缺少 Symbol.ttf 字体，就出现形如“电话机”等乱码符号。从其他机器复制安装 Symbol.ttf 字体即可解决。

第五节 更新日志

2014. 08. 09 (1)更新石岩迷你坐标系系列工具；

(2)迭代教程更新为《几何画板 5 由浅入深说迭代》（贺基旭作品）；

(3)更新《几何画板 5 使用手册》（唐家军作品）；

(4)更新部分画板实例；

2013. 12. 05-07 (1)调整更新自定义工具集；

(2)更新叶氏透明版控件（叶良国作品）；

(3)更新《使用手册》、《迭代全解》及《控件教程》；

(4)新增数十个精品课件实例；

2013. 07. 18 (1)更新主程序，解决自定义工具脚本视图打印问题；

(2)更新打包机和金氏控件简洁版（金正祥作品）；

(3)新增“新新坐标系”工具集（常新德作品）；

(4)更新《几何画板 5 使用手册》（唐家军作品）；

2013. 06. 23-25 (1)升级到 5. 06 版本并汉化；

- (2)更新《几何画板 5 使用手册》;
- 2013.06.20 优化调整自定义工具组;
- 2013.06.12 (1)更新石岩坐标系、京京坐标系和飞狐坐标系并重组;
(2)删除部分“过时”工具,调整默认加载的工具组;
(3)优化安装程序,避免覆盖安装时产生垃圾;
(4)更新《几何画板 5 使用手册》;
- 2013.05.18 (1)新增京京坐标系工具组(孙禄京作品);
(2)新增页面模版系列工具(陈发铨作品);
(3)更新调整石岩坐标系、飞狐坐标系及其它工具组;
(4)更新《几何画板 5 使用手册》(唐家军作品);
- 2013.05.05 (1)更新《几何画板 5 使用手册》;
(2)新增近 200 个最新的精品课件实例,移除部分 4.x 版本实例;
(3)5.x 版本实例重新分类,部分活跃板友的作品独立成集;
(4)工具新增线段长度标记工具、京京坐标系参数版、石岩简易坐标系等;
- 2013.01.09 (1)修正和完善汉化数十处(感谢唐家军老师提供汉化建议);
(2)精简和调整默认加载的工具集;
(3)更新《几何画板 5 使用手册》(感谢唐家军老师编写修订);
- 2012.09.27 (1)两个版本的控件均有重要更新(兼容性通用性有较大突破);
(2)更新《几何画板 5 控件教程》;
(3)调整工具集,更新飞狐坐标系,新增 inRm 坐标系(12 函数工具);
- 2012.09.16 (1)控件使用二选一安装方式(感谢金正祥和叶良国老师的心血之作);
(2)打包机升级到 V2.8,增加分辨率设置选项,修正 bug 等;
(3)更新《使用手册》、《迭代全解》、《3D 几何画板使用教程》;
(4)部分自定义工具更新与调整;
(5)新增 36 个精品课件实例;
- 2012.08.23 打包机更新至 V2.5,控件更新至 V2.3(修复可能闪屏的 BUG,建议更新);
- 2012.08.22 细节调整和完善;
- 2012.08.21 (1)主程序做了汉化细节调整和一些修正;
(2)打包机更新至 V2.4,增加“保存”功能自定义,有效改善闪动问题;
(3)PPT 控件全新升级(金正祥作品),完美至极,教程也已更新;
(4)新增一独立安装的精简版(14.4mb,含打包机、控件、工具集和 2 份常用教程);
- 2012.08.12 打包机更新至 5.05 版(V2.3)(再次感谢金正祥老师);
- 2012.08.08 (1)程序升级到 5.05 版本,完善汉化;
(2)打包机更换为武汉金正祥老师精心制作的最新版本,效果完美;
(3)新增《几何画板 5 使用手册》(197 页 pdf 文档,哈尔滨唐家军老师倾力奉献);
(4)更新《几何画板迭代全解》与《3D 几何画板使用教程》(唐家军老师修订);
(5)新增安装结束页面可选演示成品课件《画函数的图象》,并提供源文件;
(6)更新老巷工具集,调整工具顺序加快工具集加载速度;
(7)新增数十个精品课件实例;
- 2012.02.28 修正汉化 BUG
- 2012.02.16 升级到 5.04 版本
- 2012.01.25 在“其它工具”里增精品测量工具(飞狐);
- 2012.01.21 (1)在帮助菜单加入“官方帮助”链接;
(2)新增飞狐坐标系工具集;

- (3)更新老巷工具集；
 - (4)新增精品画板实例数十个；
 - (5)安装包采用组件多样性选择模式以便按需选择；
- 2011.08.31 安装包更新。
- 2011.08.17 (1)新增几何画板 5.x 培训教程（梁宝同老师倾力奉献）；
- (2)更新几何画板 4.x 培训教程（ybb 老师 2011 整理完善版）；
 - (3)调整部分自定义工具；
 - (4)新增精品画板实例 50 个；
- 2011.05.22 (1)调整更新部分自定义工具；
- (2)新增精品画板实例 22 个；
 - (3)对 700 个 5.x 实例进行分类整理；
- 2011.05.01 (1)修正几处汉化；
- (2)更新繁体中文版；
 - (3)重新整理默认加载的工具集及新增部分工具；
 - (4)新增精品画板实例 90 个；
- 2011.03.08 (1)完善汉化，精益求精；
- (2)新增和更新部分自定义工具；
 - (3)新增精品画板实例 62 个；
- 2011.02.11 (1)更新老巷工具集；
- (2)新增 changxde 老师的多线合一工具；
 - (3)新增 zcy 老师提供的“圆锥曲线 C”工具集；
 - (4)新增其它类工具数个；
 - (5)新增画板实例 37 个；
- 2011.01.09 (1)程序升级并汉化；
- (2)修正之前版本已知的几处汉化问题；
 - (3)新增“巷老师原创工具集”和数个实用工具；
 - (4)新增画板实例 65 个；
- 2010.12.19 (1)程序升级并汉化；
- (2)改善属性小字问题，完善部分汉化；
 - (3)正多边形工具更换为更实用的参数版；
 - (4)新增巷老师的坐标类工具和分形工具集；
 - (5)新增画板实例 47 个；
- 2010.12.12 (1)更新蚂蚁坐标系工具；
- (2)新增 CV 曲线工具（艺术工具，瓷都张老师提供）；
 - (3)新增飞狐坐标系和王老师的坐标系工具；
 - (4)新增物理课件集（张怀华作品）；
 - (5)新增画板实例 125 个；
 - (6)对常用工具进行重新归类、合并和调序等整理；
 - (7)画板教程 doc 格式转成 pdf 格式；
- 2010.08.23 (1)新增王老师的坐标工具（含数轴与坐标系）；
- (2)调整默认加载的工具集和工具排列顺序等；
 - (3)新增画板实例 33 个；
- 2010.08.14 (1)新增几何画板控件图文教程；
- (2)新增可调数轴、可调表格、频数分布图、n 等份线段、不等式组解集和三点二

- 次函数 6 个实用工具；
(3) 新增画板实例 26 个；
2010. 08. 04 (1) 完善部分汉化；
(2) 控件更新，可用于 PPT、Word 和 ie，趋于完美；
(3) 新增复数工具和 234 次方程求根工具；
(4) 新增画板实例 75 个；
(5) 新增几何画板 5. x 经验集；
2010. 06. 22 (1) 修正一处对话框的汉化问题；
(2) 新增算法框图工具和复系数一元三次方程求根工具（感谢作者分享）；
(3) 新增画板实例 73 个；
2010. 06. 10 (1) （二次）修正几处汉化问题；
(2) 新增蚂蚁坐标系工具；
(3) 新增画板实例 70 个；
2010. 05. 30 (1) 修正和完善简体及繁体中文版的部分汉化；
(2) 新增画板实例 40 个；
2010. 05. 19 (1) 主程序（简体、繁体、英文）均已升级至 5. 01 版本；
(2) 无需手动设置，自动防乱码；
(3) 无需手动设置，简体中文版自动加载工具集（533 个常用工具）；
(4) 免注册，无限制；
(5) 新增颇受欢迎的分形教程“分形艺术设计. pdf”；
(6) 新增画板实例 57 个；
2010. 04. 06 (1) 主程序新增繁体中文版(全球首发)和英文版，去除简体中文注册版；
(2) 简体版和英文版默认支持简体中文，繁体版默认支持繁体，防乱码；
(3) 新增实例 154 个，其中包含大师级画板前辈台湾官长寿老师作品 82 个，内容涵盖平几、立几、物理、地理等，并已全部转为简体中文；
(4) 打包机更新为 2 月 11 日的版本，解决乱码问题；
(5) 新增霍焰老师的立体几何平台第四版，去除不常用的造型工具；
2010. 01. 23 修正两处会造成程序崩溃的 BUG，完善部分汉化，新增 28 个新版实例；
2010. 01. 05 修正一处 BUG，完善部分细节；
2010. 01. 03 发布“几何画板 5. 0 最强中文版”第一版；
2009. 03. 29 发布“几何画板 4. 07 最强中文版”最终版；

第二章 用工具箱工具作图

第一节 几何画板的启动和绘图工具的介绍

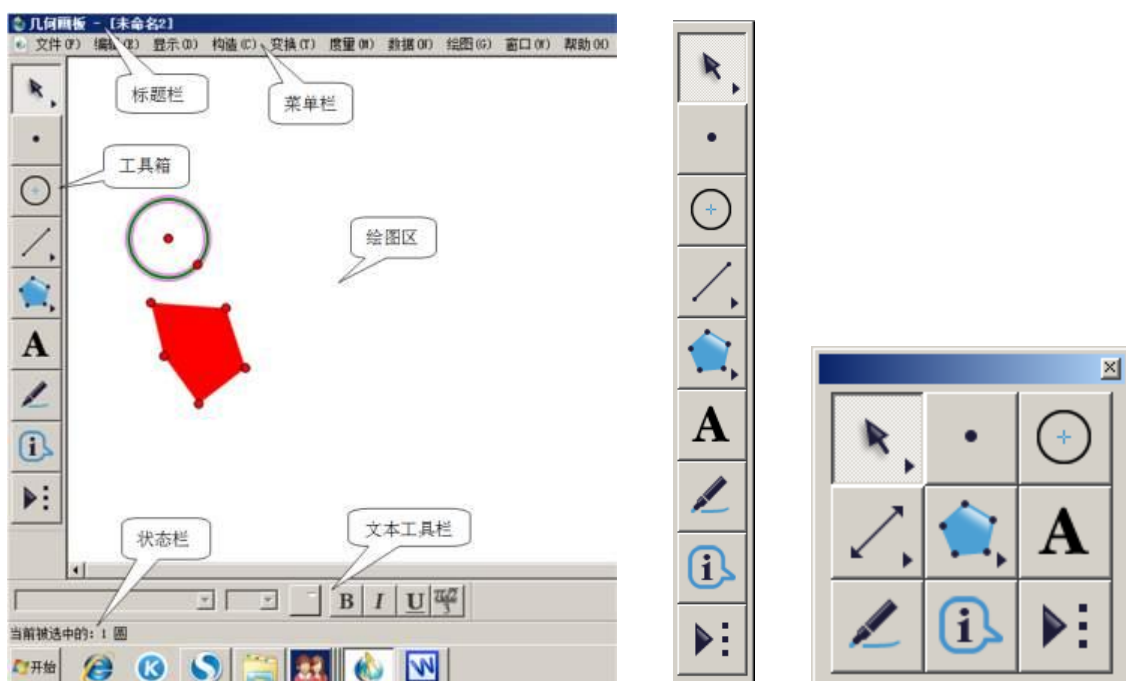
1、启动几何画板

(1)单击桌面左下角任务栏的“开始”按钮，选择“程序”-选择“几何画板 5.06 最强中文版”，单击即可启动几何画板。

(2)直接双击桌面上几何画板的快捷方式图标，即可启动几何画板。

(3)双击任意一个已有的几何画板文档（已经关联几何画板软件）。

进入几何画板系统后的屏幕画面如图所示。如果没有见到“工具箱”或者“文本工具栏”，可以在“显示”菜单中设置显示。



几何画板的窗口和其它 Windows 应用程序窗口类似，有系统菜单、最大化、最小化按钮以及标题栏。画板窗口的左侧是工具箱，画板的右边和下边有滚动条可以使小画板能处理更大的图形。在几何画板中，容易被忽视的是状态栏，当画面中有重叠对象时，它能具体显示当前选定对象或者工作状态。

画板的左侧是画板工具箱，把光标悬停到工具图标上面，就会显示工具的名称。它们分别是“移动箭头工具”、“点工具”、“圆工具”、“线段直尺工具”、“多边形工具”、“文本工具”、“标识工具”、“信息工具”和“自定义工具”。

和一般的绘图软件相比，几何画板的工具比较少。几何画板的主要用途之一是用来绘制几何图形，而几何图形的绘制，通常是用直尺和圆规，它们的配合几乎可以绘制所有的欧氏几何图形。因为任何欧氏几何图形最后都可归结为“点”、“线”、“圆”。这种公理化^②的作图思想，因为“三大经典作图难题”^③引

^② 公理化方法：尽可能少地选取原始概念和一组不加证明的原始命题（公理、公设），以此为出发点，应用演绎推理，推出尽可能多的结论的方法。欧几里得的《原本》就是典型的演绎系统。而尺规作图公法包括：尺规可以构造直线、直线与直线交点、圆、圆与圆交点、直线和圆交点。

^③ 三等分角、立方体倍积问题、化圆为方。



起无数数学爱好者的极大兴趣，从而在数学历史上影响重大，源远流长。从某种意义上讲几何画板绘图是欧氏几何“尺规作图”的一种现代延伸。几何画板把所有绘图建立在基本元素上的做法和数学作图思维中公理化思想是一脉相承的。

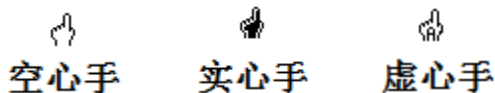
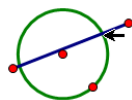
按住工具箱的边缘空白处，可将工具箱拖动到视觉窗口的任何位置。还可以调整工具箱边界改变工具箱的形状，如上右图。凡是工具图标的右边有小三角的，表示本工具是“一套”工具，还有下一级工具。工具箱从上到下 9 个工具依次是：

1、“移动箭头工具”。包括移动箭头、缩放箭头和旋转箭头三个工具。使用不同的“箭头”工具可以移动、缩放和旋转对象。

2、“点工具”。可以在绘图区任意空白地方或“路径”^④上构造点。“路径”可以是线段、射线、圆、多边形边界（所有边形成闭合折线）、扇形边界（两条半径和一段弧）、弓形边界（一段弦和弧）、轨迹、函数图象（不能是迭代的象）等。在空白区域构造的点，没有依赖于任何已有对象，故被称为自由点。路径上构造的点只能在路径上移动，故称为半自由点。一个对象依赖已有的对象构造，这个对象就是已有对象的“子对象”，已有对象就是新构造对象的“父对象”。

构造点：单击“点工具”，然后将鼠标移动到指定位置单击一下，就会出现一个点。

构造交点：单击“移动箭头工具”，然后拖动鼠标将光标移动到线段和圆相交处（光标由  变成横向 ，状态栏显示的是“点击构造交点”）单击一下，就会出现交点。如果没有指向两个对象的重叠处，单击则是选定一个对象。构造交点如下左图。



交点可以由线段（包括直线、射线）间、圆间、线段（包括直线、射线）与圆之间点击构造，还可以在线段（包括直线、射线）、圆与函数图象或轨迹之间形成。

3、“圆工具”。以圆心和半径另一个端点构造正圆。本工具不能构造椭圆。

绘制圆：单击“圆工具”，然后将光标移动到画板窗口中按住左键确定圆心（或单击），并移动到另一位置（起点和终点间的距离就是圆半径）再单击一下，就会出现一个圆。


4、“线段直尺工具”。包括构造线段、射线和直线三个工具。

绘制线段：单击“线段直尺工具”，然后将光标移动到绘图区域中按住左键（或单击），拖动鼠标到另一位置松开鼠标，就会出现一条线段。

5、“多边形工具”。可以构造有芯无边框、有芯有边框和无芯有边框 3 种多边形。多边形都有边界，但边界不等于边框，边框是指使用线段连接的边框。

构造多边形：单击“多边形工具”，就可以通过在绘图区构造多边形的顶点，绘制多边形，最后的一个顶点，需要双击（或者在多边形的第一个点上再单击一下）才能完成构造并释放多边形工具。

6、“文本工具”。可以输入文本、加标注（即说明性的文字）或给对象加标签。

几何画板绘制的图形非常容易加上标签。单击文本工具 ，光标由箭头变为空心手形，然后移动鼠标，当光标移到对象上方，会变为实心的手形，单击对象，可以显隐对象标签。双击对象或者标签可以修改对象标签。在几何画板中的每个几何对象都对应一个“标签”。当在画板中构造几何对象时，系统会自动给构造的对象配标签，文本工具就是一个标签显示与否的开关。

当鼠标处于移动箭头或者文本工具状态时，点住已有标签，光标变为虚心手形，可以拖动标签位置。如果标签在多个重叠对象中，使用文本工具状态的“虚心”小手（手心上有一个 A），更容易选定标签。

输入文本：单击“文本工具”，会出现一个空心手形，在绘图区双击鼠标左键，或者按住左键直接在绘图区拖出虚线框，就可以在里面输入文字了。点击文本工具后，“空心手”用于拖出文本输入框；“实心手”用于点击绘图对象显隐对象标签，双击对象可以修改标签；“虚心手”用于拖动对象标签，双击标签后可修改标签。

^④ 因为绘制的点可以在对象上运动，故称对象为“路径”。

7、“标识工具”。给绘制对象（包括轨迹和图象）加标注或者直接在绘图区写画。

8、“信息工具”。用来查看对象的属性和关系。


9、“自定义工具”。根据实际需要，使用画板制作的一些工具。5.06 版本“自定义工具”中包含了 814 个自定义工具。下级菜单包括：创建新工具、工具选项（制作自定义工具时设置选项）、显示脚本视图（了解工具的制作过程和使用方法）、工具列表、选择工具文件夹（设定工具来源）等选项。使用时，点住三角图标 2 秒以上，右移鼠标，选择工具，然后在绘图区域中就可以使用选择的工具了。当第二次还想使用这个工具时，只点击一次自定义工具图标即可，不必再找子工具了。如果将鼠标点到新的自定义工具选项，此时，鼠标自动释放前一个被选定的自定义工具，而携带新的自定义工具功能。

在“移动箭头工具”、“线段直尺工具”和“多边形工具”图标的右下角都有一个小三角，说明还有下一级工具，鼠标按住图标约一秒，下一级工具就展开，点击选定哪个，默认工具图标就变为哪个。

“移动箭头工具”展开，有三个工具，分别是：“移动”、“旋转”、“缩放”选定对象。分别可以选定对象移动、按照标记的中心旋转和按照标记的中心缩放。

“线段直尺工具”展开，有三个工具，分别是：“线段”、“射线”和“直线”。可以有方向性地构造三种线。两个关键点决定了线的方向（有向线段和直线）。



构造射线：移动光标到“线段直尺工具”上，按住鼠标不放，待“线段直尺工具”展开后，不要松开鼠标，继续移动光标到射线工具上，松开鼠标，线段直尺工具变为,（移动光标到“线段直尺工具”上，还可以通过按压鼠标滚轮^⑤来切换这三个工具；或者按住 Shift 键，再按键盘上的“→”切换这三个工具）。然后在画板绘图区单击或按住鼠标拖动，到适当位置松开，就构造出一条射线，如下图：



构造线段和直线的方法相同，射线与直线都是无限延伸的，所以见不到终点，但复制到 word 中，在线的画板视觉终点自动加上了方向箭头，表示线的无限性和方向性。

用几何画板构造出的线段、直线、射线和圆，都有两个关键点。一方面构造它们只要 2 个关键点就够了，另一方面，可以通过它们改变对象。如，单击“移动箭头工具”，移动光标到线段的端点处（注意光标会变水平箭头）拖动鼠标，线段的长短和方向就会改变；正因为多出了“点”，才使它们有被改变的可能。如果隐藏了这 2 个关键点，这 4 种对象就不会被改变了。但这 2 个关键点，不属于绘制对象的一部分，比如，绘制线段的两个点并不是线段上的点，是线段的父对象。线段的端点是在线段上点值为 0 和 1 的两个点（详见点的值章节）。但为了方便描述，我们仍然称这两个点为线段的“端点”。

移动光标到线段的两个端点之间任何地方（光标成水平箭头）左键选定线段，拖动鼠标，就可以平移线段。选定直线和射线的两个关键点以外的任意部分，也可以平移它们。

构造圆和移动圆的方法与线段的相同，圆的大小和位置也可以改变。圆是由两个点来决定的，鼠标按下去的第一个点即为圆心，松开鼠标的点就是半径的另一个端点，即为圆上的一点。使用“移动箭头工具”改变这两个点中的任意一点位置都可以改变圆。选定圆的其他位置，拖动圆周，可移动圆。

第二节 用工具箱工具构造简单的组合图形

下面用工具箱工具来构造一些组合图形，熟悉工具的基本功能和一些相关技巧。

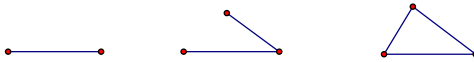
例 2.2.1 三角形(一)

一、制作结果:如图所示，拖动三角形的顶点，可改变三角形的形状、大小。这个三角形是形状可变的任意三角形，它可以被拖成右边 3 个三角形之一。

^⑤ 携带中间滚轮的鼠标有左键、右键和中键，按击滚轮就是按下鼠标的中键，拨动滚轮是改变页面竖直滚动条位置。




二、要点思路：熟悉“线段直尺工具”的使用，拖动图中的点改变其形状。



三、操作步骤：观察上图，三角形就是用“线段直尺工具”绘制三条首尾相接的线段所组成的图形。

1、打开几何画板，新建文件。

单击“线段直尺工具”按钮，在绘图区单击并按住鼠标拖动，松开鼠标，构造一条线段。

2、在第一条线段的端点单击鼠标并按住拖动，构造出另一条线段，松开鼠标。（注意移动方向）

3、在一条线段的端点处单击鼠标并按住向另一条线段端点拖动，构造出第三条线段，光标移到端点处松开鼠标。（点重合时，起点会变色）

也可以将光标移到绘图区，单击并松开鼠标拖动，绘制一条线段，单击鼠标。在原处再单击鼠标并松开拖动，绘制出另一条线段，单击鼠标。在原处单击鼠标并松开拖动，绘制第三条线段，光标移到起点处单击鼠标。

例 2.2.2 三角形(二)


一、制作结果：三角形三边所在的线分别是直线、射线和线段，拖动三角形的顶点可以改变三角形的大小和形状。




二、知识要点：使用“线段直尺工具”、“直线直尺工具”、“射线直尺工具”以及它们相互之间的切换。（可以按击鼠标的滚动轮来进行切换）

三、操作步骤

1、打开几何画板，新建文件。


2、选择构造直线工具。将光标移动到“直线直尺工具”上按住鼠标键不放，移动光标到“直线直尺工具”上，松开鼠标。如上右图。

构造直线。将鼠标移动到绘图区域中，按下鼠标左键，向右拖曳鼠标后松开鼠标键。

3、选择射线工具。将光标移动到“直线直尺工具”，按下鼠标左键并拖曳到“射线直尺工具”处松开鼠标。



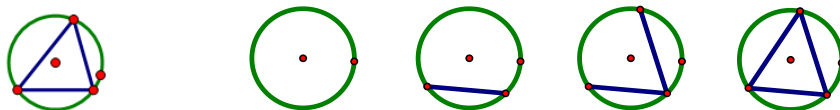
构造射线。将鼠标对准定义直线的左边关键点（在按下鼠标左键之前，请注意窗口左下角状态栏的提示），按下鼠标左键，向右上方拖曳鼠标后松开鼠标左键。

4、选择构造线段工具。将光标移动到“直线直尺工具”，按下鼠标左键并拖曳到线段工具处松开鼠标。

构造线段。将鼠标对准定义射线的右上一一点C（注意窗口左下角的状态栏提示信息），按下鼠标左键，向定义直线的右边一点B拖动（注意提示），匹配上这一点后松开鼠标。

例 2.2.3 圆内接三角形

一、制作结果：拖动三角形的任一个顶点，三角形的形状会发生改变，但始终与圆内接。



二、要点思路：使用线工具在几何对象上构造线段

三、操作步骤

1、打开几何画板，建立新文件，构造圆。单击“圆工具”，然后移动鼠标，将光标移动到绘图区域中，单击一下按住并拖动到另一位置，松开鼠标，就会出现一个圆。

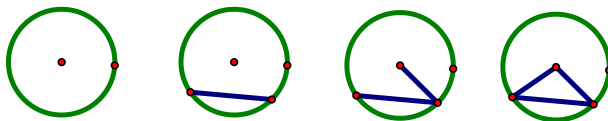
2、构造三角形。单击“线段直尺工具”，移动光标到圆周上（圆会变成红色）单击并按住鼠标向右移到圆周上松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左上方移动，到圆周上（圆会变成红色）松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左下方移动到圆周上，到线段起点处松开鼠标。

构造线段时，起点不要与圆周上的决定圆半径大小的关键点重合；光标移动到圆上时，圆会变成红色，注意状态栏的提示。

例 2.2.4 等腰三角形（画法一）

一、制作结果：拖动三角形的顶点，三角形形状和大小会发生改变，但始终是等腰三角形，这就是几何的不变规律。

二、要点思路：利用“同圆半径相等”来构造等腰。



三、操作步骤

1、打开几何画板，建立新文件。

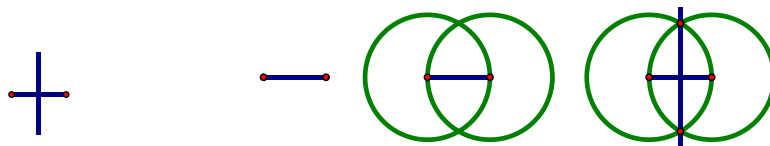
2、构造圆。

3、构造三角形。单击“线段直尺工具”，移动光标到圆周上的关键点处（即构造圆时的终点，此时点会变大），单击并按住鼠标向右移动到圆周上（圆会变成红色）松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左上方移动到圆心处松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左下方移动到线段起点处松开鼠标。

4、隐藏圆。按“Esc”键（取消构造线段状态）单击圆周后，按“Ctrl+H”

例 2.2.5 线段的垂直平分线

一、制作结果：如下左图所示，无论怎样拖动线段，垂直平分线始终保持垂直与平分此线段。



二、要点思路：学会使用“线段直尺工具”构造线段和直线，学会等圆的构造技巧。

三、操作步骤

1、打开几何画板，建立新文件，构造线段。

2、构造等圆。单击“圆工具”，然后拖动鼠标，将光标移动到线段的左端点单击一下，按住并拖动鼠标到线段的右端点，松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左拖动到起点（第一个圆心点）松开鼠标。

3、构造直线。选择“直线直尺工具”，移动光标到两圆相交处单击并按住鼠标，拖动到另一个两圆相交处单击后松开鼠标。（光标到两圆相交处，两圆会同时变为红色）

4、隐藏两圆及交点。按“Esc”键，取消构造线段状态，选定 2 个圆和交点，按“Ctrl+H”隐藏。

例 2.2.6 等边三角形的画法(一)

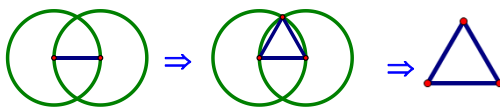
一、要点思路：学会等圆的构造方法，使用“同圆半径相等”构造等边。

二、操作步骤

1、打开几何画板，建立新文件。

2、构造等圆。单击“圆工具”，然后拖动鼠标，将光标移动到绘图区域中，单击一下按住并拖动鼠标到另一位置，松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向左拖动到起点（即开始构造圆的起点）松开鼠标。

3、构造三角形。在构造线段时，光标移到两圆相交处，两圆同时变成红色才可单击鼠标，然后分别拖动线段到圆心，作为线段的另一个端点构造 2 条线段。



4、隐藏两圆。按“Esc”键，取消构造线段状态，选定圆后，按“Ctrl+H”。

例 2.2.7 直角三角形（画法一）

一、制作结果：拖动左边和上边的点可改变三角形的大小和形状，但始终是直角三角形；拖动右边的点和三边可改变直角三角形的位置。



二、要点思路：学会使用“射线直尺工具”；使用“移动箭头工具”构造交点；在圆上构造线段；搞清楚构造直角的原理是：在圆中，直径所对的圆周角是直角。

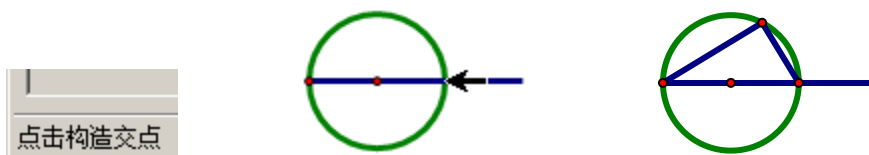
三、操作步骤

1、打开几何画板，建立新文件。

2、构造射线。移动光标到“线段直尺工具”上，按住鼠标不放，待“线段直尺工具”展开后，不要松开鼠标，继续移动光标到射线工具上，松开鼠标，线段直尺工具变为射线直尺工具(或者用前面介绍的按压鼠标滚动轮的方法来切换)。然后在绘图区单击鼠标并按住鼠标拖动，到适当位置松开，就构造出一条射线(如果按住 Shift 键，可使构造出来的射线保持水平。按住 Shift，射线第二个关键点可以使射线以 15° 步长跳动改变方向，进而构造出与水平线夹角成 15° 整数倍的射线)，如下图：



3、构造圆和射线的交点。使用“圆工具”在射线上构造一个圆，使用“移动箭头工具”到射线和圆的交点处，单击。注意：光标到射线和圆的交点处，状态栏的提示是：“点击构造交点”。



4、构造直角边。单击“线段直尺工具”，移动光标到射线的端点处（端点会变红色）单击并按住鼠标向右上移动到圆周上松开鼠标；在原处单击并按住鼠标向右下方移动到圆与射线的交点处松开鼠标。

5、隐藏射线、圆和圆心。连续单击圆、圆心、射线后选定这几个对象，“Ctrl+H”隐藏。

6、构造斜边。单击“线段直尺工具”，移动光标到左边点处单击并按住鼠标向右移动到右边点处松开鼠标。这个直角三角形，由于定义了几何关系，拖动任一顶点和边，能保证它始终是直角三角形。

由以上实例可知：

1) 用几何画板构造几何图形，首先得考虑对象间的几何关系，不是基本元素的简单堆积。

2) 点不仅可构造在画板的空白处，也可以作在几何对象（在“多边形的内部”构造的点是在边界上）上。线段和圆的起点和终点也如此，不仅可构造在画板的空白处，也可以构造在几何对象上，即构造“点”与“线”的几何关系。

3) “移动箭头工具”不仅用于选择并移动对象，还可用来构造交点

4) 在构造点（圆、直线、线段、射线）时，光标移到几何对象（点和线）处，几何对象会变为红色，此时单击鼠标才能保证“点”与“点”重合或“点”在“线”上。

5) 对于构造图形的辅助线，一般情况下不能删除，不然相关的子对象都被删除了，最好选定后，按快捷键“Ctrl+H”隐藏。

第三节 对象的选定、删除、拖动







前面的叙述已涉及到对象的选定、拖动。几何画板虽然是 Windows 软件，但它的有些选定对象的

选择方式，又与一般的 Windows 绘图软件不同。

一、选定

在进行所有选定（或不选定）之前，需要先单击画板工具箱中的“移动箭头工具”，使鼠标处于移动箭头状态。当鼠标悬停在对象的上方时，鼠标会变为向左横向的黑箭头，此时点击左键可选定对象。

1、选定一个对象。用鼠标对准画板中的一个点、一条线、一个圆或其它图形对象，单击鼠标就可以选定这个对象。图形对象被选定时，会加重表示出来。如下图所示：

选定对象	过程描述	选定前状态	选定后状态
一个点	用鼠标对准要选定的点，待光标变成横向时，单击鼠标左键。		
一条线段	用鼠标对准线段的端点之间部分（不是线段的端点），待鼠标变成横向的黑箭头时，单击鼠标左键。		
一个圆	用鼠标对准圆（不是圆心或圆上的点），待鼠标变成横向的黑箭头时，单击鼠标左键。		

2、选定多个对象。当一个对象被选定后，再用鼠标单击另一个对象（如果对象是操作类按钮，需要单击按钮背景处），新的对象被选定而原来被选定的对象仍被选定（选择另一对象的同时，此时鼠标不能在空白处单击。并且不需按住“Shift”键，与一般的 Windows 软件的选择习惯不同）。如果按住 Shift 键进行连续也是可以的，而且这样连选不会因为鼠标点击空白处，而使先前选定的对象被释放，因此，按住 Shift 键进行连选的时候，还可以进行“分片”框选。选定多个重合的点或者线，需要按住 shift 键选。或者选定一个点或者线后，使用键盘“Shift+Tab”组合键，选定附近的相同对象。

3、取消某一个。当选定多个对象后，想要取消某一个，只需再次单击这个对象，就取消了对这个对象的选择，其他的对象仍保留被选定的状态。

4、都不选定。如果在画板的空白处单击一下（或按“Esc”键），那么所有选定的标识就都没有了，相当于释放鼠标，没有对象被选定了。

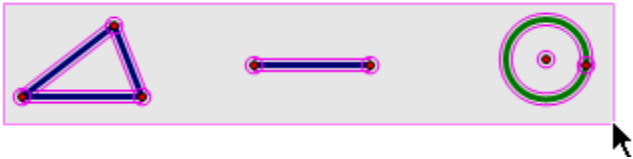
5、选定所有。如果选择了画板工具箱中的移动箭头工具，这时在编辑菜单中就会有一个“选择所有”的项；如果当前工具是构造点工具，编辑菜单中的这一项就变成选择“所有点”；如果是线工具、绘制圆工具、多边形工具、文本工具或者标识工具，这一项就变成“选择所有线段（射线、直线）”、“选择所有圆”、“选择所有多边形”、“选择所有文本”或“选择所有标识”。它的快捷键是“Ctrl+A”。

6、选择某对象的父对象和子对象。选定一些对象后，选择“编辑”菜单中的“选择父对象”，就可以把已选定对象的父对象选定。所谓“父对象”和“子对象”，是指对象之间的派生关系。如：线段是由两点派生出来的，因此这两点的“子对象”就是线段，而线段的“父对象”就是两个点，因为父对象不是线段的一部分，故这两个点并不是线段的端点。有的对象可以既没有父对象，也没有子对象。

画板最后构造对象，默认是处于选择状态。在选择其他对象之前，最好在画板的空白处单击一下（或按“Esc”键），释放这个对象。

如果有多个点重合在一起（不是合并），可以使用“移动箭头工具”，按住 shift 键后多次点击重合的点，选定多个重合的点。如果重合的点分别有标签，且标签不重叠，可以双击标签，确定后，就选定了某个特定的点。可以看状态栏提示，了解选定的点。多条线段或者弧重合，还可以多次点击对象，选定不同的线段或者弧。也可框选重合的对象，然后点放弃的对象，达到自己的选定目标。

小技巧：选择多个对象还可以用拖框的方式，（和一般的 Windows 软件相同）如下图：



如果按住 Shift 键，可以框选不同的区域对象。想要快捷绘图，最好熟悉这种选择方式。选择对象的目的是为了对这个对象进行操作。这是因为在 Windows 中，所有的操作都只能作用于选定的对象上，也就是说，必须先选定对象，然后才能进行有关的操作。在几何画板中，对选定的对象可以进行的操作有：删除、拖动、构造、度量、变换等。在这里，先介绍删除和拖动操作。

二、删除

删除就是把对象（点、线或圆等）从绘图区域中彻底清除出去。方法是：先选定要删除的对象，然后再选择“编辑”菜单中的“清除对象”项，或按键盘上的“Delete”键或“Backspace”键。请注意，这时该对象的所有子对象均会被删除，和一般的 Windows 软件又不同，和数学思想倒很相近，“皮之不存，毛将焉附”。

三、拖动

用鼠标可以选择一个或多个对象，当用鼠标拖动已经选定的对象在绘图区域中移动时，这些对象也会跟着移动。由于几何面板中的几何对象都是通过几何定义构造出来的，而且几何画板的精髓就在于“在运动中保持几何关系不变”，所以，一些相关的几何对象也会相应地移动。

当拖动画板中的图形时，可以感受到几何画板的动态功能。在拖动之前，请按“Esc”键或点击“移动箭头工具”后，释放鼠标，选定要移动的对象。

按下面的步骤进行拖动操作，图形会发生变化。

拖动前的图形	拖动操作	拖动后的图形	变化原因
	向下拖动点 B		线段受点 B 控制，所以要随着运动。
	拖动线段 AB		线段的方向不变，位置发生改变，点 A、B 是线段的父对象，所以两点也随动。
	拖动点 B		点 B 是圆的父对象，所以拖动点 B，圆的大小随动。由于点 A 是自由的，不受点 B 控制，所以点 A 位置保持不变。
	拖动点 A		点 A 是圆的父对象，所以圆的大小和圆心的位置随着点 A 的移动而变化。由于点 B 是自由点，不受 A 控制，圆总保持过点 B。
	圆由 AB 两点定义，C 为圆上另外一点，拖动点 C。		由于点 C 是圆的子对象，所以，只能在圆上运动。
	绘制两条相交线段，用移动箭头工具构造出它们的交点（请注意状态栏的提示）		当两端线段不相交时，交点就不存在了，此时，交点无数学意义。

如下图构造的过共同点的圆，但拖动任意一个圆，会失去“过同一点”这个性质。原因是没有给定几何关系，三个圆各自自由独立。圆是由两个点来决定的，改变这两个点中任意一点都可以改变圆。



上图所给的几何关系是：每个圆都是由两个完全自由的点来决定的（图中共 3 个圆，6 个自由点）。根据这样的几何关系，每个圆都可以随意地改变。这就表明：在几何画板中，不能象在黑板上那样，随手绘图来，而每时每刻都得考虑对象的几何关系。

如下操作，就能保证三个圆总是过同一个公共点。

- 1、选择圆工具，构造第一个圆：圆心为 A，圆上一点为 B。
- 2、构造第二个圆：在任意一点处按下鼠标左键即规定了圆 C，拖动鼠标，对准点 B（注意状态栏的提示），并在 B 点松开鼠标，即圆上的点为 B。
- 3、构造第三个圆：在任意一点处按下鼠标左键即规定了圆心 D，拖动鼠标，对准点 B（注意状态栏的提示），并在 B 点松开鼠标，即圆上的点为 B。



在这种做法中，由于在作图过程中三个圆上的第二个关键点都为点 B，因此不管如何拖动这三个圆，它们都会经过点 B。

第四节 对象的标签

在几何画板中的每个几何对象都对应一个“标签”。在画板中构造几何对象时，系统会自动给绘制的对象配标签。一般情况下，点的标签为从 A 开始的大写字母；线的标签是从 j 开始的小写字母；圆的标签是从 c₁ 开始。如果系统对象没有标签，则系统自动用序号命名，使用“#?” 方式，如上右图。

如何让对象显示标签呢？前面已介绍过用“文本工具”显示对象的标签，即用鼠标单击画板工具箱中的文本工具后，用鼠标（空心小手形状）对准某个对象，当空心小手变成实心小手形状后单击，如果该对象没有显示标签就会把标签显示出来，如果该对象的标签已经显示就会把这个标签隐藏起来。还可以使用菜单选项显示对象标签。

用鼠标选定一些没有显示标签的对象，单击菜单：“显示”-“显示标签（B）”，就可以显示这些对象的标签。如果所选定一些对象的标签都已经显示，那么单击这个菜单项后，这些对象的标签就会隐藏起来。（其快捷键“Ctrl+K”这是一个使用频率较高的快捷键）

还可以通过鼠标右键对象，来选择显示对象的标签。

标签的位置还可以适当移动：用鼠标选定“文本工具”（或“移动箭头工具”）后，用鼠标对准某个对象的标签，鼠标变成“虚心”的小手形状后，按下鼠标左键拖曳鼠标，可以改变标签的位置。

标签可以根据需要改变，如果用“虚心”的小手形状鼠标双击某一个标签，就会出现这个标签附着对象的属性框，可以在里面修改标签。



改变标签字母和下标。如果想让对象的标签有下标，用“虚心”小手形状鼠标双击对象的标签或者“显示”-“对象的标签”，就出现了对象的属性对话框。可以修改标签为需要的字母，确定后，对

象直接显示可以输入的字母或者数字。如果输入“E[2]”后按“确定”按钮，对象标签就显示为 E_2 。中括号内的字符就是显示的下标内容，可以是任意键盘能够输入的文字。比如上图。

从 5.05 开始，对象的标签可以包含计算机操作系统支持的 Unicode 字符或者符号，在标签的编辑框中输入下表所列的代码（含花括号，并注意大小写），几何画板会自动将之转换为相应的符号。

符号	代码	符号	代码
\rightarrow	{>}	\geq	{gte}
\Rightarrow	{=>}	$1/2$	{1/2}
\angle	{<}或{angle}	¹ (上标)	{^1}
\perp	{rightangle}	² (上标)	{^2}
$^\circ$	{degree}	³ (上标)	{^3}
\leq	{lte}	不支持其它数或字母上标显示	{^*}

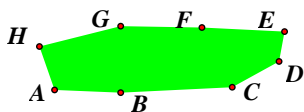
选用撇或者双撇为标签字母上标，直接用键盘在标签编辑框中输入半角的撇和撇撇就可以了。

在标签编辑框中输入下表所列代码(区分大小写)，会自动将之转换为相应的希腊或拉丁字母。当标签选用的字体不同，符号显示会有差异。

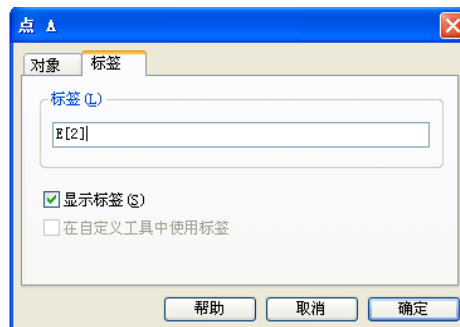
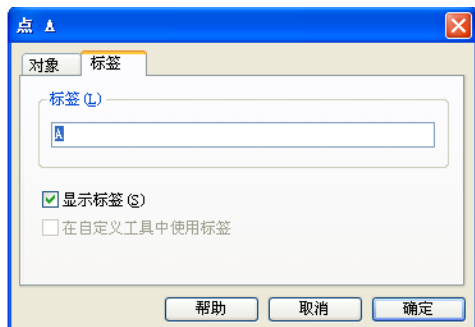
符号	代码	符号	代码	符号	代码	符号	代码
α	{alpha}	κ	{kappa}	υ	{upsilon}	Λ	{Lambda}
β	{beta}	λ	{lambda}	Φ	{phi}	Ξ	{Xi}
γ	{gamma}	μ	{mu}	χ	{chi}	Π	{Pi}
δ	{delta}	ξ	{xi}	ψ	{psi}	Σ	{Sigma}
ϵ	{epsilon}	\omicron	{omicron}	ω	{omega}	Υ	{Upsilon}
ζ	{zeta}	π	{pi}	ν	{nu}	Φ	{Phi}
η	{eta}	ρ	{rho}	Γ	{Gamma}	Ψ	{Psi}
θ	{theta}	σ	{sigma}	Δ	{Delta}	Ω	{Omega}
ι	{iota}	τ	{tau}	Θ	{Theta}	字符	=字符{...}

例 2.4.1 逐个对象的标签。(以任意八边形为例)

- 1、选择多边形工具，在绘图区域中点击 8 次，最后的 1 个点双击，构造任意八边形。
- 2、显示顶点标签。单击“文本工具”，再顺次单击八边形的每一个顶点。标签显示如图。
- 3、调整标签位置。如果用鼠标对准某个对象的标签，鼠标变成“虚心”小手形状后，按下鼠标左键拖曳标签，可以改变标签的位置。



- 4、修改标签名称。双击标签，进入标签编辑对话框，可以按照需要输入标签。输入“E[2]”后按“确定”按钮，对象标签就显示为 E_2 。



- 5、改变标签的字体。如：字体、颜色、大小、是否倾斜、加重等，先打开“显示”菜单，调出“显示文本工具栏”（或者用快捷键 Shift+Ctrl+T，来快速的调出文本工具栏），可以根据自己的需要修改

标签的颜色和字体等属性。如果选用了前边带有“@”的字体，往往在画板中会显示横向的字体。其中颜色可以进入“颜色选择器”或“色卡”选择。“颜色选择器”可以选择颜色 RGB 和 HSV 搭配和配比，“色卡”只能在系统设定的 16 种颜色中选择。详见第八章第一节。

例 2.4.2 批量改变对象的标签



1、快速隐藏线段的标签（如上左图）

选择所有线段：单击“线段直尺工具”，按快捷键“Ctrl+A”

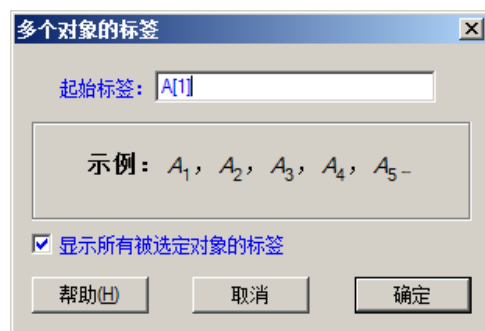
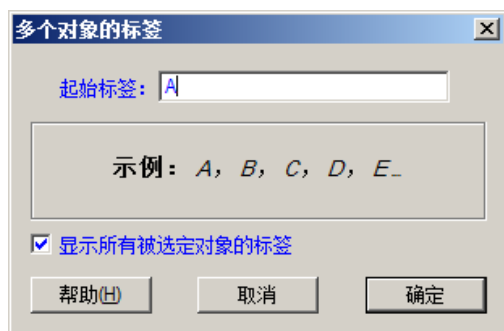
隐藏线段的标签：按快捷键“Ctrl+K”

2、快速显示点的标签

选择所有点：单击“点工具”，按快捷键“Ctrl+A”。显示点的标签按快捷键“Ctrl+K”。

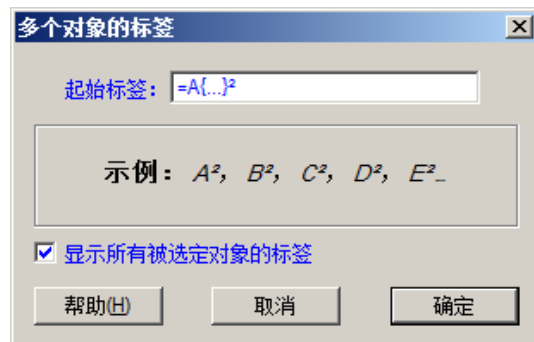
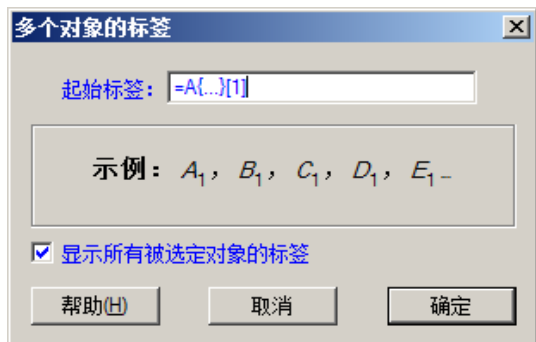
3、快速修改变系列对象的标签

依次选定要修改标签的对象，单击“显示”-“对象的标签”，此时可以输入起始标签，根据对象选定的顺序，对象的标签会按序添加。所有对象都可以这样添加或修改标签。例如，一系列的参数，可以依次选定，用快捷键“Alt+/”打开多个对象标签对话框，编辑输入系列标签的起始标签即可。如果输入起始标签是字母，后边参数的标签就会从这个字母开始，按照字母表顺序递加；如果输入的是数字，就从这个数开始，递加 1，依次添加每一个对象的标签。



假设有 5 个点，想要输入的 5 个标签是 A、B、C、D、E，输入上左图内容；想要输入的是 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 ，输入上右图内容；想要输入的是 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 、 E_1 ，输入下左图内容（包括等号）；想要输入的是 A^2 、 B^2 、 C^2 、 D^2 、 E^2 ，输入下右图内容。在最后一个的上标输入中，输入的“2”是属于上标字体，电脑中能输入的其他上标字体也可以，看输入法的丰富程度了。使用搜狗输入法，常用的上标字体有“°、′、″、°、¹、²、³”等，分别是“度、分、秒、0 次方、1 次方、2 次方、3 次方”。也可以使用画板中的方法加上系列上标，如“=A{...}{1}”（用等号开始，输入的字符等，都是英文半角）。在数学中常用的“A 撇”，使用半角英文输入“'”，点键盘上“Enter”键左边的键即可得到“A'”。

在一个标签编辑框中，可以使用多种格式组合，如“=A{...}{2}{1}{3}[8]”。显示为 A^{213}_8 。



某个对象的标签多于一个字符，且这个对象的标签参与组成其他对象的标签，这个对象的标签字母会被系统使用竖线规划到一起，表示一个对象。比如有三个点，其标签分别为 A、BC 和 D，顺序选

定此三点构造角时，这个角的标签就是“ $\angle ABC|D$ ”。“ $BC|A=5$ 厘米”表示 BC 点到 A 点距离为 5 厘米。

4、改变标签的字号和颜色

选定某个对象，在文本工具栏（调出的快捷键是：Shift+Ctrl+T）里可改变字号和颜色等。如仅是改变标签的大小，选定标签所对应的对象后，按快捷键“Alt+>”增大或“Alt+<”减小标签字号（这个快捷键只能在 8 到 128 之间快捷改变，这个区间以外的字号，需要手动输入数字）。

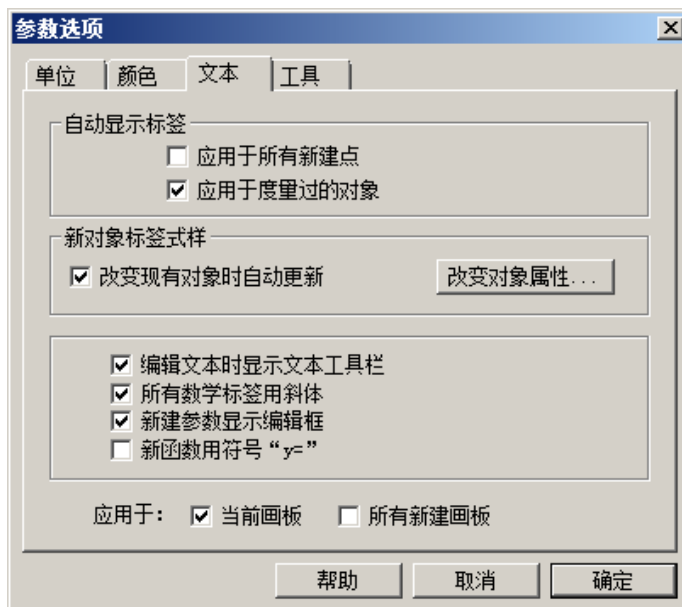
标签不能直接被选取，对象隐藏，标签也隐藏；标签隐藏，对象不一定隐藏。想要保留点的标签，而点不显示，可以把点的颜色设为与所在对象相同的颜色。显示或隐藏文本工具栏的方法是：按快捷键“Shift+Ctrl+T”。或“显示”-“显示（或隐藏）文本工具栏”，文本工具栏可以被拖动，在视觉窗口内移动位置并可以改变外形。

例 2.4.3 让系统自动为新绘制的点加上标签

步骤：单击菜单“编辑(E)”-“参数选项(F)...”，就会出现“参数选项”的对话框。

单击“文本”页卡按钮，如下右图，“应用于所有新建的点”的前面打“√”然后按“确定”按钮。

其中：“应用于当前画板”表示新建点都会在当前的那一页自动加标签，但是当新建一页或者新建一个文件或关闭当前画板软件，重新打开后系统是不会自动添加标签的。如果想要今后新建画板对象都自动添加标签（包括关闭软件后重新打开也自动添加标签），勾选“所有新建画板”即可。



不管是新手还是成手，在用几何画板进行作图时，都会出现错误。在几何画板中，有几种修改错误的方法。一般来说，用户都比较熟悉的方法就是“删除”。但在几何画板中删除必须十分小心。因为，如果删除一个对象，那么这个对象的子对象就同时被删除。

几何画板的“撤消”功能很强大，建议使用“撤消”功能。可以用“编辑”菜单中的“撤消”功能取消刚刚绘制的内容，复原到前次工作状态，并可以一步一步复原到初始状态（空白画板，或者本次打开画板的状态）。这个功能的快捷键是“Ctrl+Z”。如果这时又不想“撤消”了，可以使用“恢复”功能恢复所做的撤消。快捷键为“Ctrl+R”。

在点击系统菜单时，按下 Shift 键，则“撤消”命令就变成了“撤消所有”。快捷键是“Ctrl+Shift+Z”。这是获得一个空白画板文件的快速方法，俗称“擦黑板”。同理，“Ctrl+Shift+R”是恢复所有的撤消。

如果有一个对象希望删除而又不影响其他对象，那么就应当采用隐藏的方法。隐藏的方法是：先选定要隐藏的对象，然后单击菜单选项：“显示”-“隐藏对象(H)”或按快捷键“Ctrl+H”。这是一个使用频率非常高的快捷键。

第五节 其他工具的使用

一、多边形工具

利用多边形工具，可以绘制出有芯无边框（多边形都有边界，但边框是线段）、有芯有边框和无芯有边框三种多边形。当下一级的工具被选定后，本工具图标自动切换为子工具，以方便下一次选取。

有芯无边框的多边形与其它两种多边形的最大区别在于，可以在有芯无边框的多边形边界上构造一个环绕多边形移动的点，而有边框的工具绘制的多边形，如果在边框上构造点，这个点只能在一条边上移动，不能环绕多边形。

如下图左，当使用点工具在有芯无边框的多边形的边界上构造点时，整个多边形的边界都变为红色，表示构造的点可以在整个边界上移动。而在有芯有边框和无芯有边框的多边形的边框上构造点时，只有所在线段变红，表示绘制的点只能在本条线段上移动。对于有芯的多边形，还可以通过选定内部，“构造”-“边界上的点”，来构造可以在边界上“巡游”的点。




多边形是特殊的折线，利用有芯无边框的多边形的这个特性，可以制作点在折线[®]上移动。

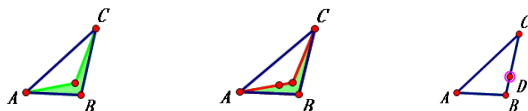
例 2.5.1 点在折线上移动。

效果：在 $\triangle ABC$ 中，点D可以在折线A-B-C上移动。

1、构造 $\triangle ABC$ 。

2、选定有芯无边框多边形工具。

3、顺次点击点A、点B、点C，最后在点B附近的空白点双击，释放工具。见下左图。

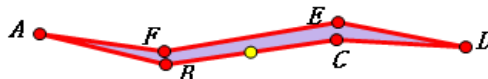


4、选取点工具，在四边形的边界上构造一个点。见上中图。

5、依次只选定B附近的四边形那一个顶点和点B，“编辑”-“合并点”将四边形两个顶点合并。

6、将四边形边界上的点标签修改为D，点D就可以在折线A-B-C上移动了。见上右图。

同样道理，在有芯无边框六边形的边界上构造一个点P（下图黄色点），点F合并到B，点C合并到E，得到面积为0的六边形。六边形外观只有3条边，这个动点P就可以在一条两折的线段上移动了。




有芯无边框的多边形的边界不能用鼠标直接选定，在边界上构造点时，边界才会闪现。可以通过选定多边形内部，右键“属性”-“不透明度”-勾选“显示多边形边界”而显示“边界”。选定多边形内部时，同时就选定了边界，此时“显示”-“线型”就是针对边界线径，但边界不能设置线型（默认实线）；此时设置颜色也是针对多边形内部和边界的。但多边形属性中的“透明”只对内部有效。当多边形的面积为0时，其边界不能被选定，也不能在边界上构造点。可用于制作不易被选定的签名。

按住 Shift 键构造多边形，相邻的顶点会以 15° 跳移，从而构造内角为特定角度的多边形。

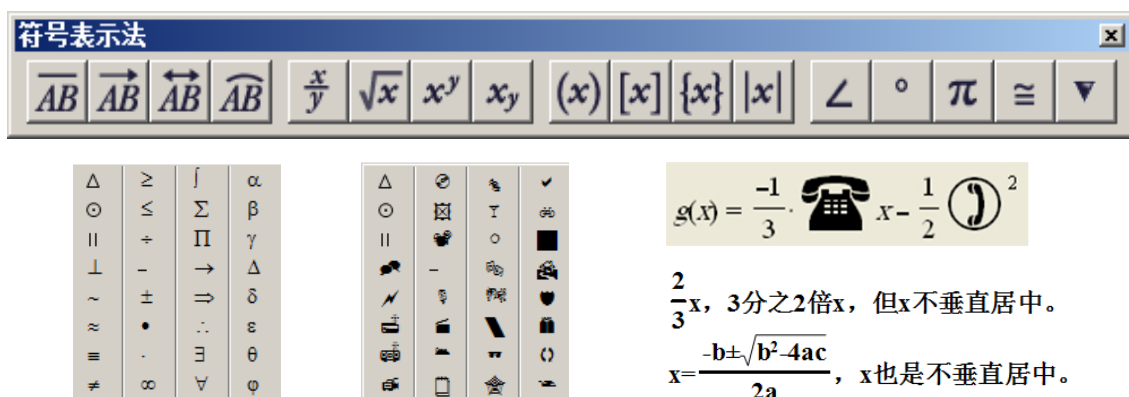
[®] 由不在同一直线上的几条线段顺次首尾相接组成的线叫做折线。如果一条折线的两个端点重合，这条折线叫做封闭折线，封闭折线又叫做多边形。

二、文本工具

文本工具  除了为对象标识标签以外，主要功能是在绘图区域中输入文本。点击文本工具，用白色空心手形鼠标在绘图区域中框选或者双击，会出现输入文本区域虚线框，在框内输入文本就可以了。几何画板 5.06 的文本工具栏功能强大，配合“符号面板”（下图的最后一个图标），可以输入基本的数学公式。文本栏中的字体，是自动调用电脑系统中的字体（C:\Windows\Fonts）。在下拉字库菜单中，如果选用了前边带有“@”的字体，显示在画板中文字和标签等经常横着放。建议选用合适的字体，数学中最常用的字体是“Times New Roman”字体。几何画板支持的最大字符为 1638 磅（输入数字）。



点击“符号面板”后，可见如下“符号表示法”，编辑组合公式时可以使用键盘左右方向键切换光标位置。在其最右边有一个下拉箭头，可下拉出下一级的多种符号。如果使用“搜狗拼音”等输入法，许多符号可直接输入，比如“//、∴”就好于此符号面板提供的符号。公式效果见右下图。



“符号表示法”默认调用系统的 Symbol 字体，当系统中字体不全时，比如缺少 Symbol.ttf 字体，就出现现如上右图的乱码符号（下载安装这个字体即可解决）。在文本工具栏中，可以设置输入的字体、字号、颜色（颜色框可选无级变色，下拉三角能选定颜色卡中特定颜色）、加重、倾斜、下划线和各种数学格式。比如：输入方框“□”，选用合适字体（如宋体）倾斜，就得到平行四边形的符号“□”。

在文本栏中设置的字体、字号、加重、倾斜和下划线属性，当画板下次构造文本、标题、标签等，会自动采用当前设定。如果在做这几个设定时，按 Shift 键，则设定只对当前文本有效，下次构造的文本等，将采用按 Shift 键前的文本设定格式。文本的颜色属性，在文本栏中设定，不会自动被下一次构造文本采用，想要设置颜色也被下次构造文本等采用，需要在“系统参数”中的“显示”-“颜色”中设定颜色。同样，在系统菜单中设定文本颜色等格式时，如果按了 Shift 键，也只对当前文本有效。

要将输入的多个文本纵向左对齐，依次选定文本，按“Shift+回车”即可。连续按“回车”，会增大各文本间距。画板中没有提供横向水平对齐文本的功能，也不能在同一个文本框中调整行间距。

在几何画板中，输入文本时，将所创建文件中的标签、数值、对象等热字化标识，是 5.x 以后的重要变化，为画板课件多媒体演示，提供了极好的效果。热字功能具体操作为：

当绘图区域的对象存在标签（默认的，没有显示的标签也可以）、或者对象有标识笔标识、或者绘图区域中有计算值、或者绘图区域中有操作类按钮以及已有的可以被选定的其他对象，都可以在输入文本时，通过直接点击这些对象，将其名称信息等直接插入到文本框中。如果点击的是文本，则文本字符插入到文本框中（有时需要按 Shift 键）。当鼠标处于“移动箭头工具”滑过引入文本框的对象名称或按住引入文本框的对象名称时，对象会“发热”闪烁。这样输入的文本叫热字，也称为热文本。


当执行热文本的是对象的“内部”时，闪烁本质就是内部的颜色和背景色间互现，故“内部”颜色不能设为与背景色相同。如果背景和内部同色，就只有边框在闪了。如果一定要白色的对象内部在

闪烁，请修改画板背景为非白色。

例 2.5.2 热文本。

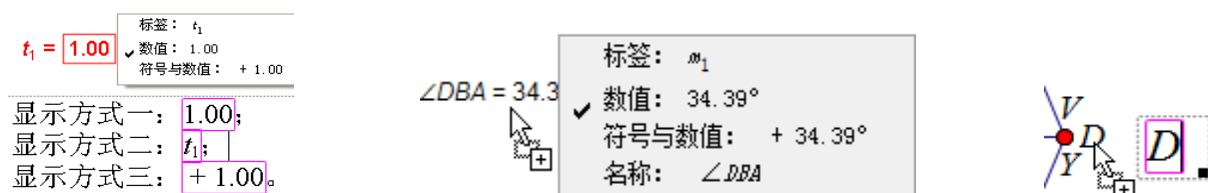


隐藏点 C 以后， $\angle BCA$ 继续存在，而且 $BC=1.57$ 厘米不变。

如上图，有一个“隐藏点 C”的按钮，有一个度量点 B 和点 C 距离的度量值，有 $\angle A$ 和 $\angle C$ 被标识工具标识过。在输入文本时，将鼠标接近这几个对象，鼠标会变为  形，点击对象，对象名称就进入到文本中，且被粉色的线圈住。当鼠标变为移动箭头工具时，滑过或者按住热文本，其对象就会闪烁。其中“隐藏点 C”的动作会被执行。如果右键文本行，“属性”-取消“可以被选定”，这个文本行就不能被选中，热字功能在动态演示时会更加好用。在电子白板上使用热文本演示画板文档，十分方便。

当绘图区域中有参数、度量值或计算值，编辑文本时可以通过点击参数或值，将其变为热文本插入到文本中。必须先建立多边形、圆、弓形等对象的“内部”，其“内部”才能引入到热文本中。如果某个角没有提前被标识笔标识过，在编辑文本时，可以左键由角顶点向角内滑动，“临时”标识角，并引入为热文本。在点入对象时，按住 Shift 键，会出现一个菜单，选择其被“热化”的形式和内容。“标签”是系统默认名称；“符号与数值”是将数字的正负号连同数字显示；“名称”是对象显示的名称。


标识笔手绘的图片或者绘图区域中的图片，也可以引入为热文本。点击引入内容时，图片闪动。



如需引入热文本的点（线段）重合在一起，点击对象的标签即可实现热文本插入对象，如上右图。当引入线段时，因为画板构造的是有向线段，故线段的名称字母上方，都携带短线。想要引入线段名称不携带横线，可以修改线段的标签，此时，引入的线段名称就是线段的标签。再将标签的颜色改为与画板背景相同的颜色，就“隐藏”了标签。

当对象的标签被许多对象遮挡或干扰不易选定时，可以使用文本工具选定标签并拖动改变位置。

三、标识工具

 标识工具是用来给对象加上标识的，使得对象能够更好地被识别。标识过的角，可以更容易地引入为热文本。标识工具还可以变成涂鸦笔，在绘图区域中任意书写，标识笔所绘制的线条还可以作为自定义的特殊函数。标识工具可以标识出相等的角（相同的笔画数）、等长的线段（相同的笔画数）和互相平行的线（相同的笔画数、同向箭型标识）。

例 2.5.3 标识角度

在绘图区域中，使用标识笔工具，可以使角度有一个突出显示。以例 2.5.2 中的三角形角标识介绍。



1、点击标识工具，使鼠标有标识功能。

2、将鼠标点中点 A，向角内拖动鼠标，松开鼠标， $\angle A$ 的标识就出现了。此时，使用标识工具点击

标识的灰色区域，角标识的弧线会自 1 到 4 循环出现，以保证出现不同笔画数的角标识。

3、点击标识工具，使鼠标有标识功能，在 $\angle C$ 中，点住一条边，向另一条边拖动，会标识出“方向角”标识。此时，使用标识工具点击标识的灰色区域，角标识的弧线会自 1 到 4 循环出现，以保证出现不同笔画数的角标识。

4、右键角度标识，可以修改标识的大小、线型、颜色和标签等。选择其中的“属性”，会出现“角标识 BAC”的属性调整框，进而可以调整角标识的对象、修改标签、选择标识的角度大小和标识的透明度等等。“显示角度方向”决定角标识是否显示角的方向。“角定义”中的“劣角”是指角标识只能标识小于 90° 的角；“优角”是指角标识只能标识大于 90° 的角；“顺时针”和“逆时针”能够标识指定角始边和终边的、大于 0° 且小于 360° 的角，各种定义角标识同时能与“显示角度方向”联合使用。角标识的默认不透明度是 25%，如果调整为 100% 不透明，会看不到标识的笔画，只有内部。当多个角标识重叠时，后做的角标识将在底层显示。多种属性组合能实现很好的效果，如下左图。

当鼠标点击“标识工具”后，接近不同的对象，功能鼠标有三种形状，如下中图。当鼠标接近绘制的对象时，鼠标变为笔尖向上的笔形，可以对绘制的对象进行标识。用笔尖向上型笔点住线型对象已有的标识，可以拖动改变标识的位置（路径标识）。连续点击已有标识，可以改变标识的笔画。当鼠标远离绘图区域中的绘制对象时，鼠标变为笔尖向下的笔形，按住左键，就可以书写或者手绘图了。在切换其他工具前，按住 Shift 键，鼠标变为 \bigcirc 形，按住左键，可以擦除正在书写的痕迹。已经写完的其他手绘图，不能再擦除。



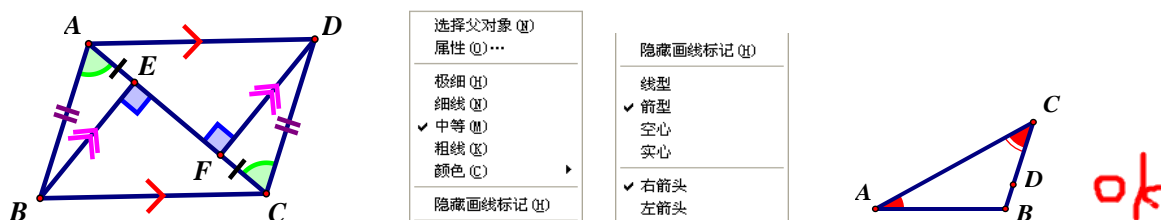
如果从一个顶点出发有多个角，则会标识离鼠标指针拖动的位置最近的一个角。如上右图，想要标识 $\angle ABD$ 为无方向的角标识，可以隐藏线段 BC 或者将点 C 移动到 A 的下方，然后标识 $\angle ABD$ 。还可以使用标识笔，在顶点 B 附近，点住一条边，向另一条边拖动，标识出“方向角”标识，然后，右键角标识，在“属性”-“标识笔”中，不勾选“显示角度方向”，就能得到没有方向箭头的角标识。

例 2.5.4 标识线段

在绘图区域中，使用标识笔工具，可以使线段有一个突出显示。

1、点击标识工具，使得鼠标有标识功能。

2、用鼠标点中线段 AB（笔尖向上），线段会出现短线段标识。此时，使用标识工具点击标识的灰色区域，短线会出现自 1 到 4 循环出现，以保证标识不同组别的线段。



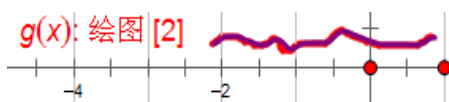
右键标识的区域，会出现不同的选择，可以修改标识线段的粗细、颜色、隐藏标识、线型等设置。其中箭型标识在数学中多用于标识平行线，在物理中多用于标识有方向的光线。标识其他对象的过程与角和线段相似。

例 2.5.5 涂鸦笔

1、点击标识工具，使得鼠标有标识功能。


2、鼠标在绘图区域中远离对象，标识工具就变成了一只绘图和写字的笔。自由书写见上图右“ok”。手绘函数“图象”，选定“图象”，“数据”-“定义绘图函数”可以得到手绘图的函数解析式（或者右键图片，定义绘图函数），右键函数解析式，可以“定义绘图函数”，从而得到自定义的绘图函数的图

象。此图象有函数图象的基本性质。

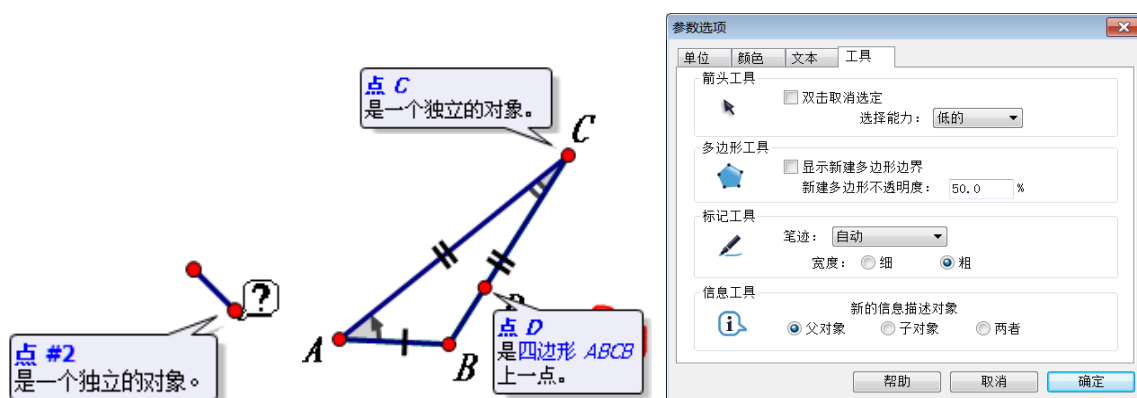


每次使用标识工具的笔功能绘制的图片，都是一个统一图片。想要得到分开涂鸦图片，需要按 Esc 键或者点“移动箭头工具”后，重新使用标识工具进行绘画。


四、信息工具

点击信息工具后，当鼠标接近绘图区域中的对象时，光标会变为一个问号，点击对象，会显示对象基本信息。基本信息包括对象的父子关系，便于理解构造图形思路 and 过程。默认情况下，出现的信息会逐个消失。如果选用信息工具的同时，按 shift 键，能保持信息不自动消失。

在“编辑”-“参数选项”-“工具”中，“信息工具”可以设置查看的信息中是否包含父对象和子对象。



五、自定义工具

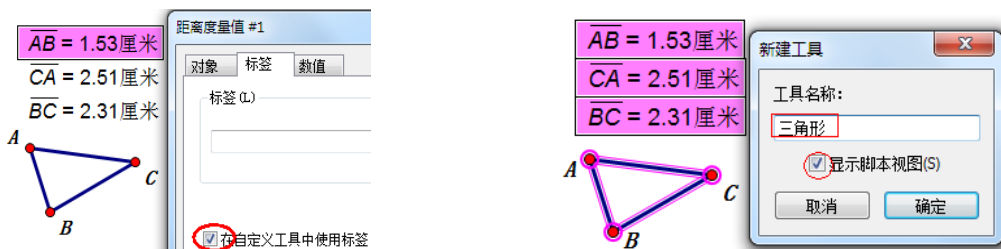
自定义工具在工具箱的最后位置，但其功能却是最多的一个。工具箱其他工具只有 8 个，绘图基础工具只有点、圆、线等。但几何画板提供了制作自定义工具的功能，可以把某些常用的、重复的绘图构造过程，制作成自定义工具，再次绘图时调用即可。在本次更新的 5.06 中，携带有 44 个工具文件组，814 个自定义工具。

自定义工具图标的点取与其他工具箱工具略有不同。按住自定义工具图标 2 秒以上，在自定义工具图标的下一级菜单中，有“创建新工具”、“工具选项”、“显示脚本视图”、“工具文件夹中工具列表”和“选择工具文件夹”几个选项。鼠标点取列表中某个自定义工具以后，鼠标就有这个工具的功能。当某一个自定义工具被选用后，且鼠标已经点用其他工具箱工具构图，鼠标只需点一次自定义工具图标（不用 2 秒以上），则鼠标自动具有自定义列表中已经被选定的自定义工具功能。

选定某个自定义工具后，有几种方法可退出选定这个子工具状态，一是按 Esc 键，二是点工具箱其他工具（多数时刻是点移动箭头工具），三是再选取其他自定义工具。

(一) 创建新工具

例 2.5.6 创建携带边长数据的任意三角形工具



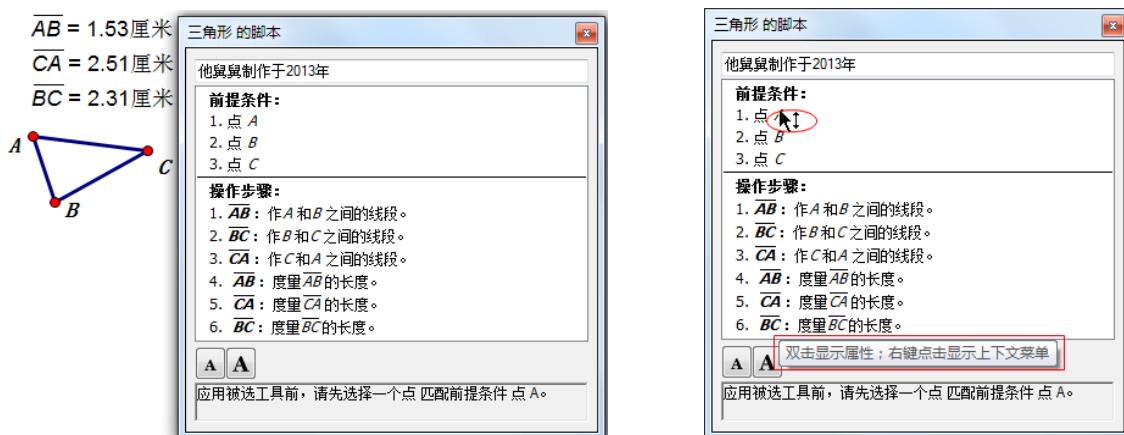
- 1、选用线段工具，在绘图区域中，绘制三条首尾相连的线段构成三角形。
- 2、修改顶点的标签为A、B、C，度量三条边的长度。
- 3、分别右键三个度量值，“属性”-“标签”，勾选“在自定义工具中使用标签”。
- 4、将鼠标点击“移动箭头工具”后，框选三角形和三个度量值。
- 5、点击“自定义工具”-“创建新工具”，输入工具名称“三角形”，勾选“显示脚本视图”。

此时，点击自定义工具图标，鼠标就有新建“三角形”的功能，可以在绘图区域中绘制任意三角形了。顶点的标签系统会序列分配，因“在自定义工具中使用度量值标签”，故自动出现边长度量值。

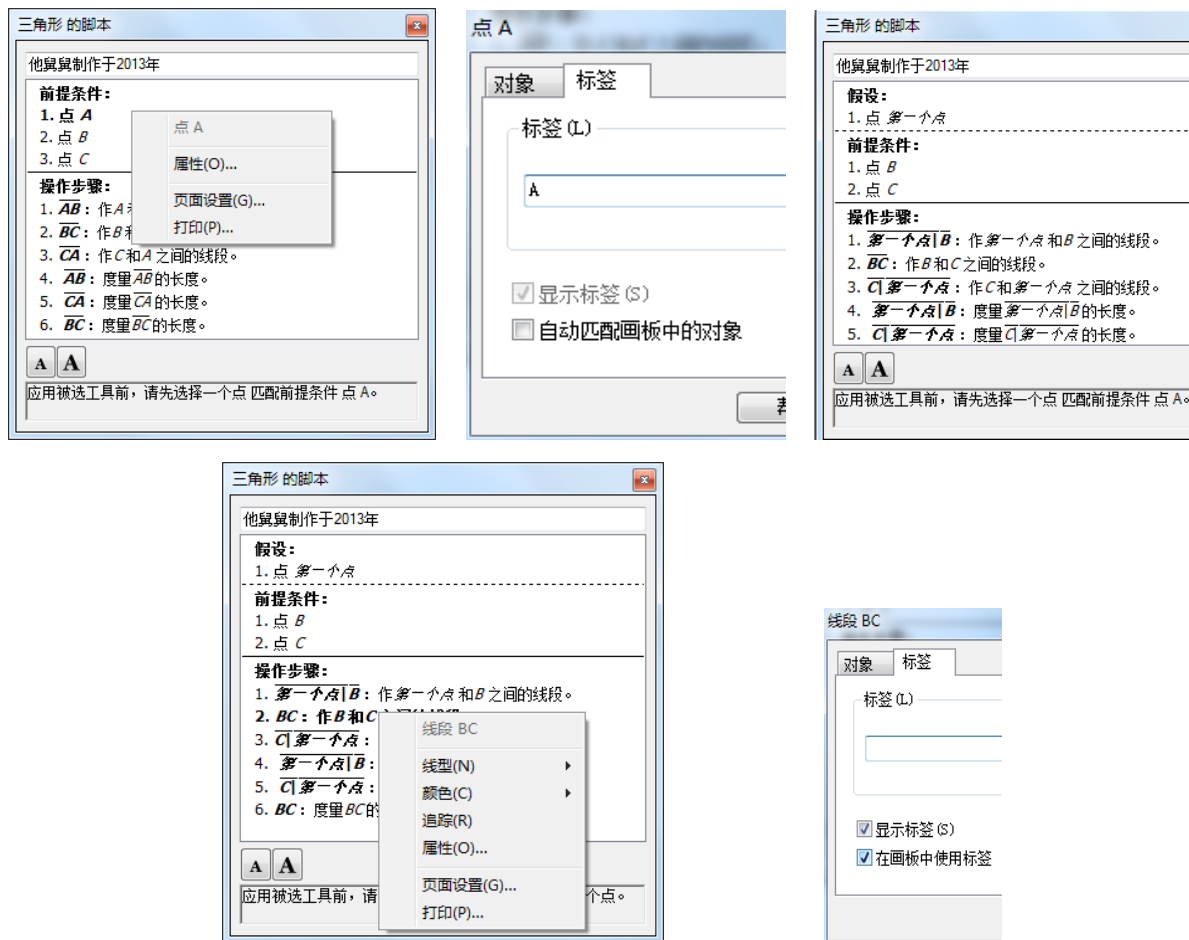
在脚本视图中，不算标题栏有 5 个区域，分别是注释栏、前提条件栏、操作步骤栏、显示步骤字体大小栏、使用说明栏。某些工具的脚本视图还有一个“假设”栏，会显示在“注释栏”的下方。

“注释栏”一般填写工具基本情况，比如作者和工具制作时间等。“前提条件”是使用本工具需要构造或者使用的对象，构造了这些前提对象后，本工具的作品就自动出现。本例中，使用鼠标点已有的三个点或者新构造三个点，带有边长度量数值的三角形就构造完成了。“前提条件”就是三个点。

当鼠标在脚本视图上悬浮移动时，如下右图，鼠标会变形，上下的双向箭头表示拖动前提条件项，可以改变工具前提条件的构造顺序。同时显示的浮动提示条，提示双击“前提条件”中的对象或者“操作步骤”中的行，可以显示对象属性；右键“前提条件”中的对象或者“操作步骤”中的行，会显示与相关对象和脚本视图有关的菜单。



右键“前提条件”中的“1. 点 A”行，会出现下左图对话框，其中“属性”是点 A 的属性；“页面设置”是打印工具脚本时的页面设置；“打印”是打印工具脚本。“属性”进入点 A 属性对话框。



修改 A 的标签为“第一个点”，则绘制三角形的这个点的标签就是“第一个点”。勾选“自动匹配画板中的对象”并确定。脚本中出现上右图画面，视图中增加了“假设”栏。这个“假设”就是指在使用本工具时，首先判断绘图区域中，是否有满足工具先决条件的对象。

当工具脚本视图中有“假设”栏时，而且鼠标处于使用本工具状态，如果画板绘图区域中有一个标签是“第一个点”的点，则不用再构造这个点了，直接点 B 和 C 就可以绘制三角形了。如果画板绘图区域中没有标签是“第一个点”的点，就需要手动点三个点，绘制三角形，但三角形第 1 个点的标签自动标注为“第一个点”。当再次在这个构图中使用这个工具时，就会自动匹配这个名称的点，只绘制余下 2 个点就绘出三角形。

“假设”和“前提条件”中的选项，都可以通过左键点住上下移动，调整构造对应对象顺序。

当鼠标悬浮在“操作步骤”上方时，也会出现提示行。右键操作步骤行，可以出现上左图的对象相关菜单，点击选项可以设置本行所构造对象的外观和属性。这些外观的改变，使得这个工具可制作出符合当前外观要求的绘图（想要永久改变工具构造对象的外观属性，需要编辑工具文档并保存）。点击“属性”或者双击步骤行进入“属性”对话框，可以设置工具构造的对象是否“显示标签”与“在画板中使用标签”。“在画板中使用标签”是指不管是否勾选了“显示标签”，工具脚本中给对象命名的标签，都会使用到绘图中，否则，勾选“显示标签”，系统显示自动分配给构造对象的标签。

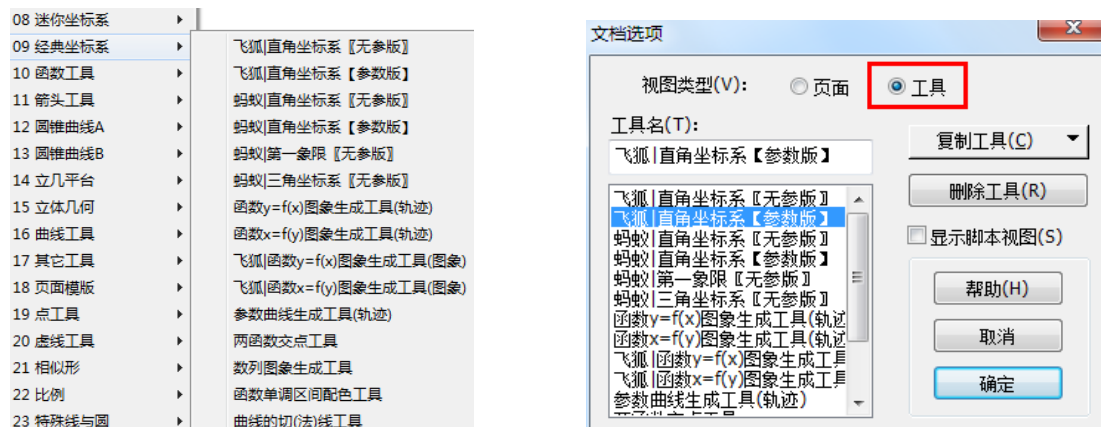
“打印”功能可以打印工具脚本。如软件没有注册，点“打印”选项，会出现几何画板预览错误提示：“在预览期间不能打印文档，注册版本允许打印画板文档和自定义工具的脚本视图。”

至此，本工具制作完毕，这个工具会自动寻找绘图区域中是否一个标签为“第一个点”的点，并自动匹配。构造补齐到 3 个点后，绘制出一个任意三角形，并自动显示度量的边长。

把这个文档存放在画板软件调用的“工具文件夹”中，打开画板时，这个工具可以被直接加载。

(二)工具选项

工具选项为制作自定义工具而设立，方便组织多个自定义工具成为一组工具调用。像“经典坐标系”工具，有 15 个子工具，就是使用工具选项形成的工具组。当画板同时加载多个工具时，可以通过“工具”视图类型的“复制工具”，将多个工具汇集在“一套”工具中。使用工具选项，也可以删除“一套”工具中的某一个或者全部子工具。打开工具文档进行编辑时，点击菜单“文件”-“文档选项”或者在绘图空白区域中右键-“文档选项”，都可以点选“工具”视图进入工具选项。



一个工具文档可以包含多个自定义工具，在几何画板的安装过程中，在两个路径下存放自定义工具文档。一个是放置默认工具的文件夹“C:\Program Files\Gspptools”，有最常用的 18 个工具文档 346 个自定义工具；另一个放置最全工具的文件夹，是安装路径下的“Tool Folder”文件夹，有 44 个工具文档 814 个自定义工具。在画板软件使用的过程中，可以通过点住自定义工具图标-右移鼠标-向下移动鼠标选定“选择工具文件夹”，来设定画板打开时，自动加载默认工具还是最全工具。因为加载过多的工具会降低软件打开和系统运行速度，而且多数自定义工具不是自己需要的工具，故组建适合自己的自定义工具就是必要的了。这主要包括两个方面，一是在自定义工具文件夹下，删除或者增加自己需要的工具文档，二是编辑现有的自定义工具文档，对某一个工具组进行修改、增加和删减。以下以画板打开时加载最全工具文件夹（Tool Folder）工具为例，介绍如何组建自己的自定义工具。

调整一，改变自定义工具加载后显示顺序。在安装路径下的“Tool Folder”文件夹下，有带有序号的 44 个文件。如下左图，“09 经典坐标系.gsp”表明：这个经典坐标系的工具是第 9 号位置，当打开画板加载工具时，此工具在第 9 个顺位出现。想要某个工具在特定的位置出现，在“Tool Folder”文件夹下，修改某个工具的序号即可。极端情况下，因为本机系统的原因，工具会不按照序号出现。

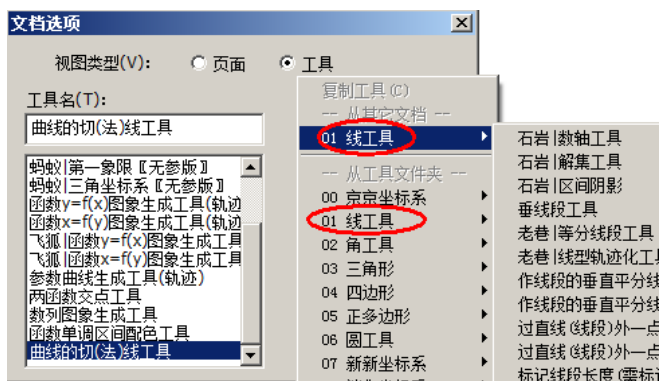
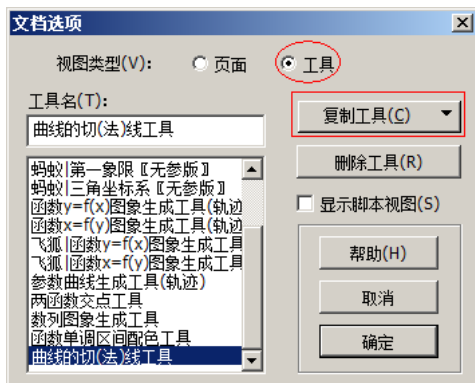
调整二，增加删减某个工具。如果不想使用某个自定义工具，在“Tool Folder”文件夹下，直接删除该工具文档即可。比如删除“39 三视图工具”，打开画板时加载工具就无此工具了。要增加“京京坐标系”工具，且想放在工具的第一顺位，需找到京京坐标系工具文档，修改文件名为“00 京京坐标系”，复制到自定义工具“选择工具文件夹”中，不管文档排序否，打开画板文档时，京京坐标系就会出现在第一顺位。如下右图。



调整三，在某一个工具文档中，增减其它子工具。比如，在“经典坐标系”工具中加入“01 线工具”中的“石岩|数轴工具”。

1、在“Tool Folder”文件夹下，打开“01 线工具”和“09 经典坐标系”工具文档（这两个文档可以在电脑任意文件夹）。

2、“窗口”-选择“09 经典坐标系”的编辑窗口。



3、右键空白处-“文档选项”，“视图类型”点选“工具”，会出现“09 经典坐标系”的工具列表，如上左图。点“复制工具”按钮，系统会自动列出可以复制的所有工具，如上右图。因为画板打开时，已经自动加载了一些自定义工具，故可选复制到“09 经典坐标系”的自定义工具，不但有步骤 1 打开的“01 线工具”（上方），还有系统加载的包括“01 线工具”（下方）在内的其他自定义工具。

4、右移鼠标，点选“01 线工具”中的“石岩|数轴工具”，“石岩|数轴工具”就会自动进入到“09 经典坐标系”工具的列表中。在工具列表中，鼠标上下拖动子工具名称可改变其在工具组中的顺序。

再次打开几何画板软件，自动加载的自定义工具中，就有改组后的这个工具了。


打开自定义工具文档，在“文档选项”中“视图类型”选“工具”，选定工具列表中的任意子工具，点“删除工具”按钮，这个子工具就从工具组中删除了。

调整四，编辑自定义工具文档，通过创建新工具来增加子工具。打开一个自定义工具文档，在空白页面编辑或者复制一些拟加入到工具组中的对象。选定初始对象和结果对象，点“自定义工具”图标-“创建新工具”，命名子工具以后，保存工具文档，这个自定义工具组中就增加了新的子工具。这个方法多是自定义工具的开发者的修改工具文档时使用。

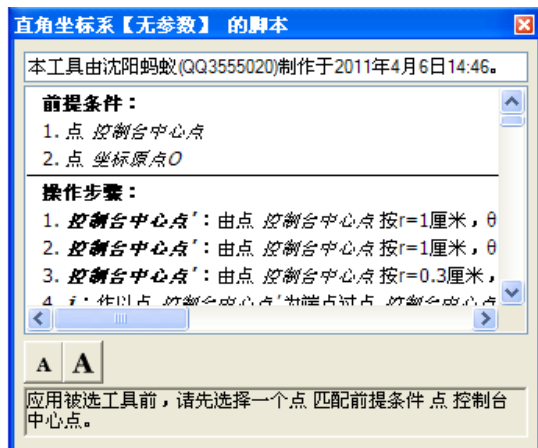
把修改后的工具文档，复制到画板加载的工具文件夹下，画板启动时，自动加载此工具。

(三)显示脚本视图

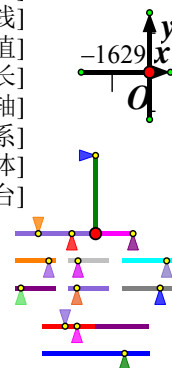
因为工具众多，有的工具操作需要操作指南才能正确使用。脚本视图就是提供工具的制作过程和使用方法信息的，比如蚂蚁坐标系无参数版的脚本视图如下。根据脚本提示，选定蚂蚁坐标系的直角坐标系“无参数版”以后，只要两个前提条件：一个点作为控制台的基准点，第二个点是坐标系原点

0 就可以使用工具建立坐标系了。具体操作为：点住自定义工具图标，右移鼠标，选定“经典坐标系”-“蚂蚁直角坐标系【无参数】”，此时鼠标在绘图区域中不同地方只点两下（不是双击。分别指定控制台和原点位置），然后点击“移动箭头工具”，释放工具。

出现坐标系图以后，会发现根据脚本视图显示的两个点都在绘图区域中。以后的操作，就是根据坐标系的菜单和控制台调整坐标系的各项参数和功能了。



- ◇[系统初始化]
- ◇[显示网格线]
- ◇[隐藏刻度线]
- ◇[隐藏刻度值]
- ◇[xy等单位长]
- ◇[切换成数轴]
- ◇[还原坐标系]
- ◇[改刻度字体]
- ◇[操作控制台]



“系统初始化”是出现一个单位长度为 1 厘米的标准坐标系；“显示网格线”是在坐标系中显示网格线；“隐藏刻度线”是只有 x、y 轴，但没有刻度线；“xy 等单位长”是坐标系呈正方形网格；“切换成数轴”是只显示一条 x 轴；“还原坐标系”是由一条数轴变为两轴坐标系；“改刻度字体”是出现两个坐标轴的字体原象，然后，可以使用“文本工具栏”修改刻度值的字体、字号、颜色、加重、下划线、倾斜等；“操作控制台”显示或隐藏多个滑块的控制台和坐标系中的控制点。

在坐标系中，有几个控制点是调整坐标系大小和单位刻度的，可以拖动。在控制台中，有许多小三角形滑块，拖动可以改变坐标系的多种变化。双击坐标轴的 xy 标签，可以修改为想要的轴名称。

自定义坐标系的具体用法，参见“综合实例 17.1.15”。

从蚂蚁坐标系【无参数】版的脚本视图看，其自上到下分别为：标题栏、注释栏、“前提条件”栏、“操作步骤”栏、字号大小调节栏和操作提示栏。没有“假设”栏。

标题栏：在制作工具时，输入保存的工具名称，在此栏显示。（直角坐标系【无参数】）

注释栏：制作工具时输入的注释，在此栏显示。本工具中，蚂蚁标注了制作时间和网络学习宣传。

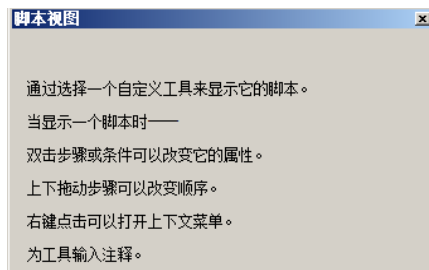
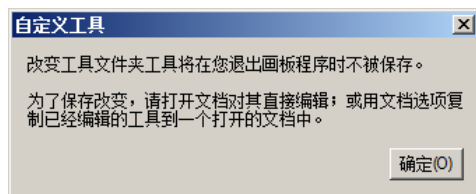
前提条件栏：这是本工具使用的前提条件，只有满足了前提条件，工具才能得以正常按照操作步骤自动运行并构造出作品。当鼠标放置在前提条件具体栏目上时，鼠标会变为上下双箭头图样，可以拖拽条件以设置条件的先后顺序。比如，在蚂蚁坐标系的脚本视图中，可以通过拖拽将原点条件设置为第一个条件，以后使用工具时就是先绘制原点，后绘制控制台的基准点。右键“前提条件”选项，可以修改条件的属性、页面设置和打印等选项。

操作步骤栏目：双击操作步骤可以编辑本步骤对象的属性，右键“步骤”项，可以有下拉菜单显示，对本步骤对象进行多种设置。可以改变对象的形状、颜色、追踪、属性，这些改变都会体现到使用本工具制作的作品中。注册后的几何画板软件，还可以设置页面并打印工具脚本。

从步骤栏中，能看出工具的制作过程和本工具使用时构图的过程。

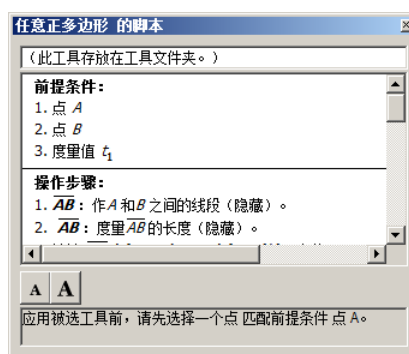
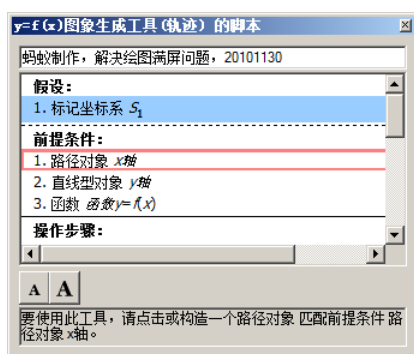
字号大小：点不同的“A”字母，脚本字体变小或者变大。

操作提示栏：提示工具使用的步骤匹配项目。如果某个自定义工具的脚本视图正在处于显示状态，而鼠标处于移动箭头状态，在绘图区域中选定这个工具的前提条件，此提示栏会出现，“下一步骤”和“所有步骤”按钮，点击可以执行工具的制作过程中的每一步骤操作。（详见实例 17.1.10 具体介绍）



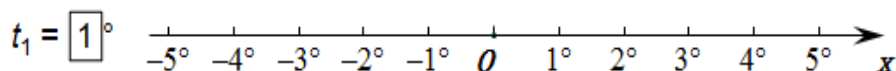
在使用工具时（非编辑工具文档状态），显示脚本视图，对视图中的对象进行改变，会出现上左图的提示。想永久保留对此工具的修改，需要打开工具文档（本工具非使用状态），编辑对象属性和条件顺序等。如果没有选择任意一个自定义工具，而直接点击“显示脚本视图”，会出现上右图。按住 Shift 键后点选自定义工具，此工具的脚本视图会自动出现。

自定义工具使用的前提条件，可以是点，还可以是路径对象、线或圆对象、函数表达式、度量值等等。下面第一个自定义工具的作者在注释栏中，写明了作者、本工具的功能和制作时间。这个工具是在特定大小的坐标系中，绘制与坐标系大小相匹配图象的工具，因为使用轨迹表示图象，故工具名称中含有“轨迹”字样。使用时，首先寻找画板中的可以匹配的对象，就是看是否有可以“标记”的坐标系。如果有，就直接标记这个坐标系。如果没有，就直接调出系统坐标系，并“标记”坐标系。因为工具制作过程中，有一个主动点以 x 轴为路径移动，故前提条件第一个就是“路径对象 x 轴”，第二个条件是“直线型对象 y 轴”。 x 轴的任意一条垂线和 y 轴的任意一条垂线的交点作为轨迹点，肯定在坐标系范围内。第三个条件是需要有一个 $y=f(x)$ 形式的函数解析式（ x 为自变量）。



第二个自定义工具是绘制任意正多边形的，前提条件的两个点就是确定正多边形的中心和外接圆的半径的。“度量值 t_1 ”决定正多边形的边数。在画板中，真正通过度量得到的值一般有距离（长度）、角度、面积等，多数使用到度量值的自定义工具，都是使用其数值，而不使用单位，故度量值经常可以使用参数代替。本工具的简单用法就是：“数据”-“新建参数”，改数值为单位精度，比如 5；鼠标携带本工具在空白区域，点两个不重复的点，再点新建的参数；点移动箭头工具，释放鼠标，正多边形绘制完毕。改变参数的大下，正多边形的边数随着改变。在自定义工具中使用的参数在“前提条件”的最后一个时，多是作为迭代深度使用的，因为迭代的次数不会是小数，如不会迭代 1.3 次，所以，参数或者度量值控制的构造正多形的边数也是在整数范围内变化。

带有单位的参数或者度量值也可以使用到自定义工具中。下图就是使用了单位为“°”的参数构造的刻度值携带单位的数轴。



(四)工具列表

点住自定义工具图标，右移鼠标，系统已经加载的一级工具名称就是工具列表。

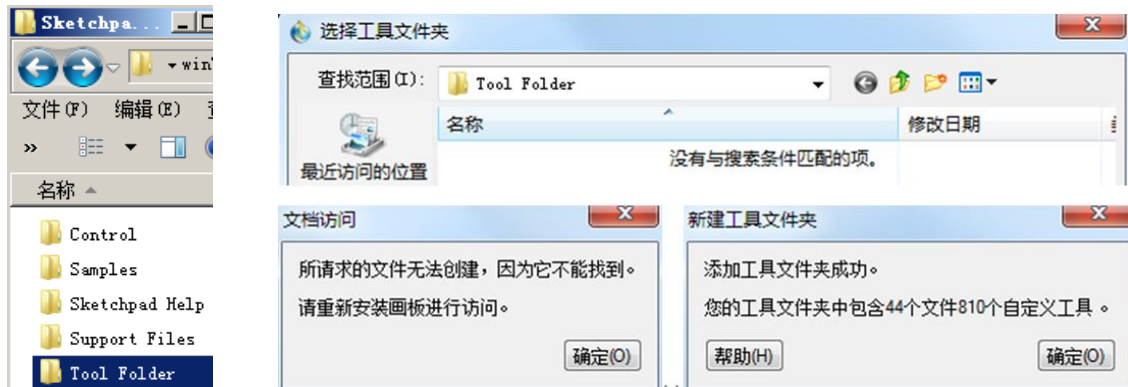
(五)选择工具文件夹

为了提升软件打开速度，汉化作者没有将所有的工具放入默认路径中，需要更多工具的板友，可

以自己更改工具文件夹为安装路径下的文件夹 (Tool Folder)，就拥有了最完整的工具。以 Xp 操作系统为例，介绍选择工具文件夹的方法。

例 2.5.7 选择工具文件夹

- 1、右键几何画板 5.06 的桌面快捷方式，“属性”-“查找目标”(Win7 是“打开文件位置”)。
- 2、在执行文件的同一层文件夹中，有一个文件夹“Tool Folder”(工具文件夹)，记住这个文件夹的路径，比如：“D:\Sketchpad5050505\Tool Folder”



3、点住自定义工具图标，右移鼠标，向下到最后，出现“选择工具文件夹”，点击，进入路径选择对话框，选择刚才记住的路径，比如：“D:\Sketchpad5050505\Tool Folder”，“选择”，忽略上图出现的“文档访问”错误提示，工具文件夹选择成功。如果在“选择”以前，将“在选择的工具文件夹中创建工具文档”取消勾选，直接加载文件工具夹中的工具，则不出现错误提示。因为 5.0 开始可以指定任意文件夹存放自定义工具，故“在选择的工具文件夹中创建工具文档”已经没有实际意义了。

4、如果先按住 Shift 键，再点住自定义工具图标，右移鼠标，向下到最后，会出现“忽略工具文件夹”。点击，则自定义工具文件夹被取消指定，所有的自定义工具从画板工具列表中消失。

轨迹采样数量只能在“编辑”+Shift 键+“高级参数选项”中设定，不能通过指定一个参数控制轨迹采样数量。所以，在制作工具的过程中，通过“右键轨迹”-“属性”-“绘图”来修改轨迹的采样数量制成的轨迹工具，在使用过程中，自动使用系统默认的采样数量，而不是工具设定的轨迹采样数量。使用工具构造出对象后，可以选定轨迹，按键盘的“+”和“-”改变轨迹采样数量。比如自定义工具中的“物理工具”中的“墙壁”背景中的“毛”，就可以采用此法改变采样数量。自定义工具的前提条件，多是自由点，只能随画板默认的基本设置出现。而自定义工具中由前提条件生成的子对象，其大小、线型和颜色等，可以在自定义工具制作过程中做设定，并显示在工具制作的作品中。

不管工具箱如何摆放或者何种外形，把鼠标放置在绘图区域，按键盘“Shift+↑或↓”可以切换工具（不是移动工具图标），“Shift+→或←”可以切换工具的子工具。切换后，绘图区域中的鼠标就具有当前切换工具的功能了。

第三章 用构造菜单作图

使用“工具箱”中的工具作图，几乎可以作出所有欧几里德图形，因为有了动态的效果，甚至比传统的尺规作图更加有效。但仅靠“工具箱”工具作图太慢了，使用菜单中的命令绘制图，就快许多。

用鼠标单击一下“构造”菜单，“构造”菜单里的具体选项就显示出来了。如下图：4条分隔线把构造菜单分为5组：点、线（线段、直线、射线）、圆型线（圆、圆弧）、内部、轨迹。它们几乎包括了常见的基本作图，但它们全都是灰色的，此时菜单选项无效。这就是几何画板使用的“先对象后菜单”的智能菜单。只有选取适当前提条件，菜单才可用。比如选定了两条相交的线，“构造”中的“交点”菜单才被激活。选定了3个点，“构造”中的“内部”就变为“三角形内部”，选定了5个点，“构造”中的“内部”就变为“五边形内部”等等。在使用“构造”菜单时，需关注对象与菜单的变化。

构造 (C) 变换 (T) 度量 (M) 数据 (N) 绘图 (G)	
对象上的点 (P)	
中点 (M)	Ctrl+M
交点 (I)	Shift+Ctrl+I
线段 (S)	
射线 (R)	Ctrl+L
直线 (L)	
平行线 (E)	
垂线 (U)	
垂线 (U)	
角平分线 (B)	
以圆心和圆周上的点绘图 (C)	
以圆心和半径绘图 (R)	
圆上的弧 (A)	
过三点的弧 (Q)	
内部 (N)	
Ctrl+F	
轨迹 (U)	

第一节 点的构造

可以构造的点有三种：对象上的点、中点、交点。在选定对象上构造的点因为可以在对象上移动，故也称为半自由点。

一、对象上的点。选定任何一个“对象”或多个“对象”，单击“构造”-“对象上的点”，软件会根据选取的对象，构造出相应的点，点可以在对象上自由移动。这里的对象可以是“线（线段、射线、直线、圆、弧）”、“内部”、“函数图象”、“轨迹”等，但不能是“点”，点上不能再构造点。在“内部”上构造的点，是在边界上，并不是在内部。

这是一个动态的菜单，选取的对象是“线段”，菜单显示的是“线段上的点”；选取的对象是“轨迹”，菜单显示的是“轨迹上的点”；选取的对象是圆内部，菜单显示的是“圆周上的点”；选取的对象是多边形内部，菜单显示的是“边界上的点”；选取的是多种对象的内部（如同时选圆和多边形内部），菜单显示的是“内部上的点”；选取的对象是多种路径对象，菜单显示的是“路径对象上的点”。

一般情况下，除“内部”外（5.06 以前，在扇形和弓形的边界上，用点工具，不能绘出可以环绕一周运动的点），用“点工具”直接在对象上构造点（使用点工具，用鼠标对准对象单击），这样更快。

二、中点。选定一条或多条线段，单击“构造”-“线段的中点”，就构造出所选线段的中点。快捷键“Ctrl+M”是高频应用键。

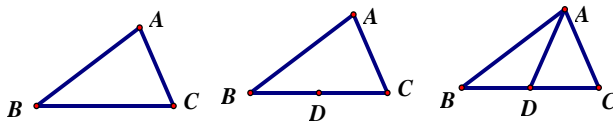
例 3.1.1 作三角形的中线

- 1、构造△ABC。用“线段直尺工具”构造一个三角形，用“文本工具”把三角形的顶点加上标签。
- 2、选定边 BC。用“移动箭头工具”单击线段 BC。

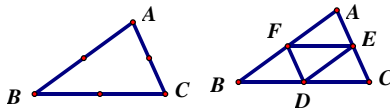
3、作线段 BC 的中点。由菜单“构造”-“中点”（或按快捷键“Ctrl+M”），用“文本工具”为中点加上标签 D。

4、连接 AD：用“线段直尺工具”连接 AD。

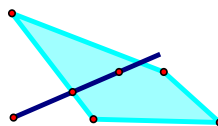
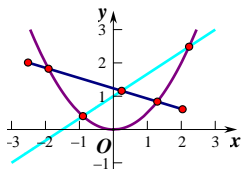
小技巧：为了方便快捷，画板软件允许选取多条线段，可以同时“构造”各自的中点。



绘制三角形的中位线和中点三角形（连续单击选定三条线段后，按快捷键“Ctrl+M”），然后连接中点构造线段就可以了。



三、交点。只选定两个呈相交状态的对象（线段、射线、直线、圆、弧）后，点“构造”-“交点”，就能得到两对象的交点。手绘线（使用标识工具绘制的线）不能与任何线构造交点；直线型线、圆能与任何非手绘线构造交点；函数曲线能与同自变量的函数（ $y=f(x)$ 和 $x=f(y)$ 的自变量不同）、直线型线和圆构造交点；轨迹线只能与直线型线和圆构造交点。右键手绘线-“定义绘图函数”-右键绘图函数-“绘制函数”，形成曲线，可以与直线型线、圆和同自变量函数图象求交点。快捷键“Shift+Ctrl+I”。



两个对象一个是射线，一个是有芯无边框的多边形，当他们呈现相交状态时，点“构造”-“第一个交点”，可得两对象的一个交点。这个交点在多边形距离射线端点较近的那侧“边界”上。此法常用在度量变换图形面积时，构造线与折线的交点。其他型的线，都不能与多边形构造“第一个交点”。

一般情况，在鼠标处于选择状态下，用“移动箭头工具”单击两线相交处，就能构造出交点。

几何画板 5.06 不能构造轨迹与轨迹、函数与轨迹、不同自变量的函数图象间的交点。

第二节 线的构造

线的构造包括：线段、射线、直线、平行线、垂线、角平分线。

一、线段、直线、射线的构造。

作法：在绘图区域中只选取两点，菜单“构造”-“线段”（或“射线”或“直线”），画板就构造一条线段（或射线或直线）。选取点的顺序，决定了线的方向，在解析几何中，线段和直线都有方向性。如选定的两个点用于构造射线，第一个选定就是射线的端点。

使用快捷键“Ctrl+L”能快速构造线段，但也只能构造线段。构造射线、直线没有快捷键。

选取两点以上也能构造线段（射线、直线）。比如选定 4 个点，“Ctrl+L”构造线段，结果是按照选点顺序，出现首尾相连的 4 条线段（不是任意两点构造 6 条线段）。如果是只选定 4 个点，“构造”-“射线”，结果是按照选点顺序，出现交点为端点的 4 条射线。

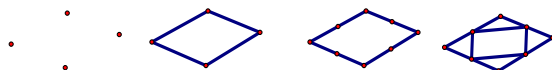


在“线段直尺工具”使用两点构造线时，如果按住 Shift 键，能绘制出与水平线成 15° 角整数倍的线，包括水平线。

在几何画板中，使用线段工具连接两个点（点 A 和 B）构造线段或者选定两个点后使用菜单构造线段，这两个点都不是线段的端点，他们是线段的父对象。线段的端点是在线段上点值为 0 和 1 的两个点（详见点的值章节），但依然使用 AB 这两个符号表示线段。射线同理。

例 3.2.1 快速绘制中点四边形

- 1、构造四个点并选定。按住 Shift 键（目的是使先前构造的点不被释放），用点工具构造四点。（或用点工具构造四点后，在鼠标处于“移动箭头状态”状态下，用鼠标顺次选定这四点）
- 2、顺次连接四点，按“Ctrl+L”，构造四条首尾相连的线段。此时 4 条线段是被选定状态。
- 3、中点四边形。当 4 条线段是被选定状态时，按“Ctrl+M”后，构造出四边中点。此时 4 个点都是被选定状态，再按“Ctrl+L”连接中点，得中点四边形。

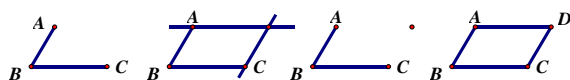


二、平行线或垂线的构造。即过一点作已知直线（或线段或射线，不能是一次函数图象）的垂线或平行线，或者过多点做已知直线（或线段或射线）的垂线或平行线。

选定一点和一条至多条线、或选定几个点和一条线，单击菜单选项“平行线”或“垂线”，就能构造出过已知点且平行或垂直于已知线的直线。

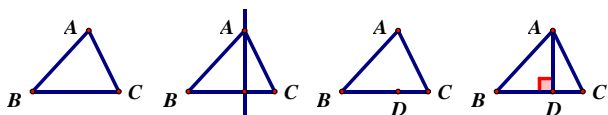
例 3.2.2 绘制平行四边形

- 1、用线段直尺工具中的线段工具，构造出平行四边形的邻边，并用文本工具为顶点加上标签。
- 2、仅选取点 A 和线段 BC，“构造”-“平行线”，构造过 A 点且与线段 BC 平行的直线；同样构造另一条过点 C 且与线段 AB 平行的直线；鼠标在“移动箭头”状态下，在两条直线的相交处单击一下得交点 D。
- 3、隐藏直线。选取两条直线，“显示”-“隐藏平行线”（可以使用快捷键：Ctrl+H）
- 4、连接 AD 和 CD（可以用线工具或菜单选项）。



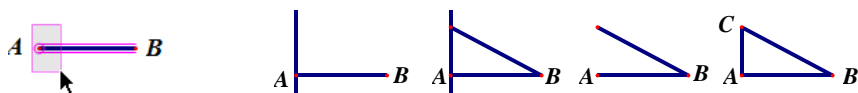
例 3.2.3 三角形的高

- 1、构造 $\triangle ABC$ 。
- 2、作垂线。仅选定点 A 和线段 BC，“构造”-“垂线”，构造出了过 A 点且垂直 BC 的直线；单击垂线和线段 BC 的交点处，得垂足点 D。
- 3、隐藏垂线。选定垂线后，按快捷键“Ctrl+H”“隐藏”。
- 4、连接 AD。
- 5、做标识。使用标识工具，点住点 D 向三角形内部拖动，出现直角标识。



例 3.2.4 直角三角形的构造

- 1、构造线段 AB，并在“移动箭头”状态下，拖出一个框，选定点 A 和线段 AB。
- 2、“构造”-“垂线”。
- 3、作斜边。使用“线段直尺工具”，单击 B 点，松开左键，移动光标到垂线单击，得到点 C。
- 4、隐藏垂线。选定垂线，按快捷键“Ctrl+H”。
- 5、连接 AC。



三、角平分线作法。

例 3.2.5 三角形的角平分线

- 1、构造三角形 ABC。用线段直尺工具构造 $\triangle ABC$ ，并用文本工具给顶点加上标签。
- 2、构造 $\angle BAC$ 的平分线。角平分线的构造方法有：

方法一、选定点 B、点 A、点 C (角的顶点一定要第二个选取)，“构造” - “角平分线”。

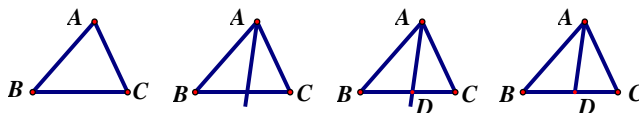
方法二、选定线段 AB、AC，“构造” - “角平分线”。

方法三、选定线段 AB、点 A、线段 AC (这 3 个对象使用鼠标框选最快捷)，“构造” - “角平分线”。

3、构造角平分线与线段 BC 的交点。在“移动箭头”状态下，用鼠标对准角平分线与线段 BC 的相交处单击，得到点 D。

4、隐藏角平分线。鼠标在“移动箭头”状态下，先在空白处单击一下后，单击角平分线，再按快捷键“Ctrl+H” (“显示” - “隐藏”)

5、连接 A 点和 D 点。选定 A 点和 D 点后，按快捷键“Ctrl+L” (“构造” - “线段”)。

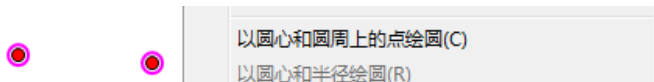


第三节 圆型线的构造 (圆、圆弧)

一、圆的构造

构造圆的方法有多种。

1、选定两点 (有顺序)。选定两点后，单击菜单选项“构造” - “以圆心和圆周上的点绘圆”就可以构造一个圆，第一个选定的点是圆心，半径是选定两点的距离。这个过程和“圆工具”等效。



2、选定一点和一条线段 (没有顺序)。选定点和线段后，单击菜单选项“构造” - “以圆心和半径绘圆”就可以构造一个圆，圆心为选定点，半径为选定的线段的长度。



3、等圆的构造。选定多点和一条线段 (没有顺序)，单击菜单选项“构造” - “以圆心和半径绘圆”就可以构造多个等圆，圆心分别为选定点，半径为选定的线段的长度。结果如下：



例 3.3.1 正三角形的快速绘制法

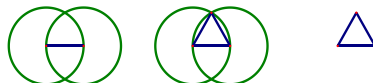
1、构造一条线段。

2、选择线段和端点。按“Esc”键，取消构造线状态。拖出一个框，使线段和端点全在框里。

3、构造等圆。“构造” - “以圆心和半径绘圆”。

4、构造三角形的另两条边。在“线段直尺”状态下，光标对准线段左端点单击，松开左键，移动光标到两圆相交处单击 (注意状态栏)，松开左键，移动光标到线段右端点单击。

5、隐藏两圆。按“Esc”键，取消构造线状态，选定两圆，按快捷键“Ctrl+H”隐藏。



例 3.3.2 同心圆的构造

选定一个点和多条线段（没有顺序），单击菜单选项“构造”-“以圆心和半径绘圆”就可以构造多个同心圆，圆心为选定点，半径分别为选定的线段的长度。



上述选定作为半径的线段可以用“带有长度单位的数值”代替，即半径可以是线段，也可以是带有长度单位的数值。可以是参数，可以是度量值，但必须有长度单位（厘米、像素或者英寸）。

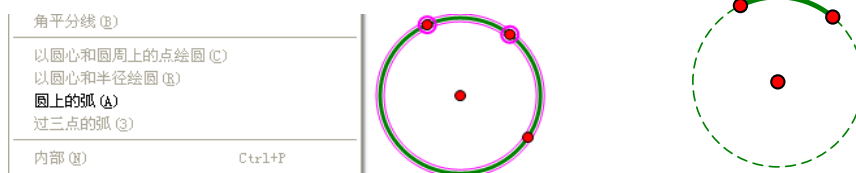
例 3.3.3 以参数为半径绘制圆。

在数据菜单中新建一个参数 t_1 ，单位为“距离”，如上右图。

新建一个点，选定点和参数 t_1 ，点击“构造”-“以圆心和半径绘圆”。改变参数，圆跟随变动。

二、弧的构造

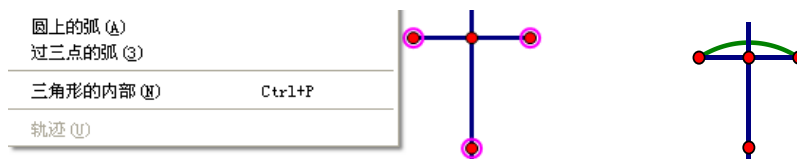
1、选定一个圆和这个圆上的两点（有顺序）构造弧。选定一个圆和圆上的两点后，单击菜单“构造”-“圆上的弧”，就可以构造按逆时针方向从选定的第一点和第二点之间的弧。



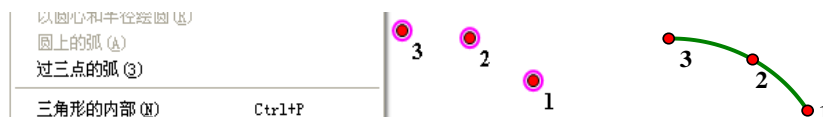
选定圆心和圆上的两个点，构造圆上的弧菜单如图。



2、选定特殊的三点（第一点是另两点为端点的线段的中垂线上的点）。选定三点后，单击菜单“构造”-“圆上的弧”，就可以构造按逆时针方向从选定的第二点和第三点之间的弧，第一个点为弧所在圆的圆心。结果如下：



3、选定不在同一直线上的三点：选定三点后，单击菜单“构造”-“过三点的弧”，就可以构造按逆时针方向从选定的第一点过第二点到第三点之间的弧。

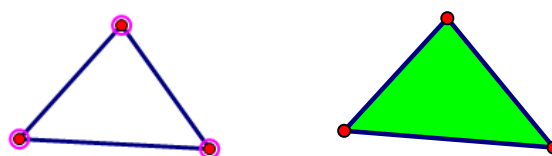
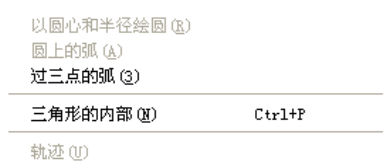


第四节 构造图形内部

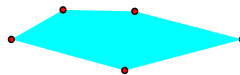
1、多边形内部的构造。选定三点或三点以上作为多边形的顶点后，就可构造多边形内部了，如三角形内部的构造：选定 3 点，单击菜单“构造”-“三角形的内部”（可以使用快捷键“Ctrl+P”），就

构造出由这三点决定的三角形的内部。多边形顶点的上限数量没有测到，但至少可以超过 1000 个。

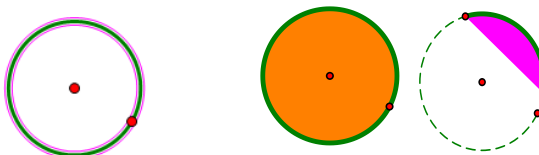
这里还可以用多边形工具来构造多边形的内部。选择多边形工具，然后用鼠标依次点击三角形的 3 个顶点（注意：最后一个点要双击，或者当三个点点击完了后再点击第一个点，这样就可以完成当前多边形的构造）同样可以得到三角形内部。



使用多边形工具结果如下：



2、圆内部的构造。选定一个圆（或几个圆）后，单击菜单“构造”-“圆内部”，就可以构造出这个圆的内部。



3、扇形（弓形）内部的构造。选定一段弧（或几段弧）后，单击菜单“构造”-“弧内部”-“扇形内部”或“构造”-“弧内部”-“弓形内部”，就可以作出这段弧所对扇形或弓形的内部。

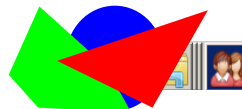
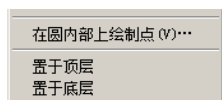
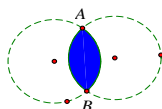
4、这是一个动态的菜单，如选定的是 4 个点，则此菜单显示的是“四边形的内部”；如选定的是 7 个以上点，则此菜单显示的是“多边形的内部”；如果选定的是圆，则此菜单显示的是“圆内部”；如果选定的是弧，则此菜单显示的是“弧内部”。



构造“内部”的快捷键是“Ctrl+P”，但构造“弓形内部”没有快捷键。

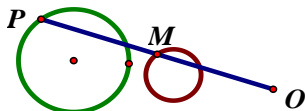
右键对象的“内部”，“属性”-“不透明度”，可以设定内部的不透明程度，形成颜色覆盖效果。如上右图，弓形 ABC 的内部就是不透明的白色，从而弓形 ADC 的颜色只有没有被覆盖的地方显示出来了。两个同样属性的弓形内部相连，中间的“线隙”可以使用同色线弥补。如下左图，可构造蓝色线段 AB 弥补白隙。

当绘图区域中有多个“对象内部”或者图片时，右键“内部”或图片，可以设置图层层次和透明度，实现不同的遮盖效果，如下右图。而在“内部上绘制点”，绘制的点都是在“内部”边界上。



二、真正构造轨迹

作法：选定点 P 和点 M（没有先后），单击菜单选项：“构造”-“轨迹（U）”（在作轨迹以前“显示”-“擦除追踪踪迹”，“显示”-取消追踪点 M），构造的点 M 的轨迹如下：

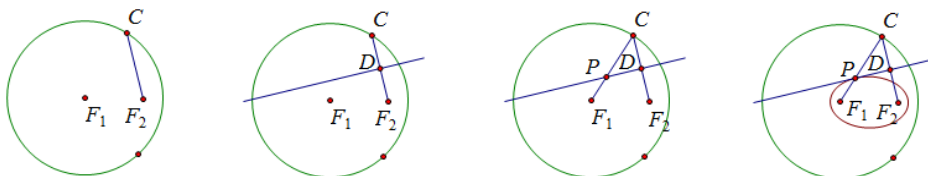


构造轨迹的前提条件是：选定两个对象，一个是主动点，是在某路径上的半自由点，另一个是能够跟随此点运动的对象，即随动对象。随动对象可以是点、线段等实体。路径可以是任何线（线段、直线、射线、圆、圆弧以及组合体）、轨迹、函数图象和各种“内部”的边界。如果主动点是一个参与函数运算的参数，则会构造一个“函数系^⑨”（例 3.5.5）。如果先选定一个轨迹，再选择轨迹的某一个父对象点，如果该父对象点在某一路径上，可以利用这个父对象点作为主动点，驱动选定的轨迹构造一个“曲线系”（例 3.5.6）。如果某个点在一个路径上，而且使用了一个参数颜色，则只选定这个颜色点也能构造轨迹（例 3.5.7）。如果某一点同时受两个点驱动，但一次只能使用一个驱动点构造轨迹。

例 3.5.2 椭圆^⑩的绘制法(-)

根据“平面内到两个不重合的定点的距离和为定值”，构造符合条件的点的轨迹，就得到椭圆。

1、使用圆工具，构造一个圆。圆心为 F_1 。使用线段工具，把光标移到圆内，单击一下，松开左键，把光标移到圆周上，单击一下，则得线段 F_2C 。



2、作线段 F_2C 的垂直平分线与直线 F_1C 交点 P。在“移动箭头”状态下，选定线段 F_2C ，构造中点（快捷键 Ctrl+M），得到中点 D，然后选定点 D 和线段 F_2C 构造垂线，做线段 F_1C ，在“移动箭头”状态下，用鼠标单击直线 F_1C 和垂线的交点处，得到点 P。

3、构造轨迹。选定 P 点和 C 点，“构造”-“轨迹（U）”。

4、隐藏不必要对象。选定圆、三线、点 C、D、P，利用快捷键“Ctrl+H”隐藏。

例 3.5.3 抛物线^⑪的绘制

1、使用“线段直尺工具”，按住 Shift 键，构造水平线段 AB。

2、在线段 AB 的上方构造一个点 F。

3、在线段 AB 上构造一个点 D。

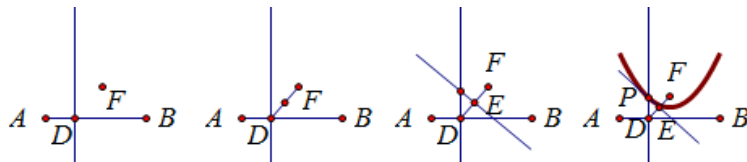
4、过点 D 做线段 AB 的垂线。

5、连接 FD，选定线段 FD，“Ctrl+M”构造中点 E。

6、过点 E 做线段 FD 的垂线。

7、两条垂线的交点为 P。

7、选定点 D 和点 P，“构造”-“轨迹”。



^⑨ 具有某种共同性质的所有曲线的集合，称为一个曲线系，常用含有一个参数的方程来表示。如 $y=2x+B$ 就是平行直线系的通用方程。其中 B 就是参数。

^⑩ 平面内，到两个定点的距离之和等于定长（大于两定点之间的距离）的点的集合。

^⑪ 平面内，到定点的距离等于到定直线的距离的点的集合。

例 3.5.4 双曲线¹²的绘制

1、选择“线段直尺工具”，选择直线工具，按住 Shift 键，构造水平直线 AB。

2、在直线上构造一个点 C（右键点，修改“点的标签”为 C）。

3、只选定点 A 和点 C，构造线段 AC；只选定点 B 和点 C，构造线段 BC。



4、在绘图区域内绘制两个点 F_1 和 F_2 ，使得 F_1 、 F_2 的距离大于 A、B 的距离。

5、选定点 F_1 和线段 AC，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。选定点 F_2 和线段 BC，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。

6、选定两个圆，“构造”-“交点”。交点的标签为 M 和 N。



7、只选定点 C 和点 M，“构造”-“轨迹”，得到双曲线的上半部分；只选定点 C 和点 N，“构造”-“轨迹”，得到双曲线的下半部分。

8、选定两个圆，“Ctrl+H”隐藏圆，右键双曲线-“属性”-“绘图”，提高采样率和取消箭头，双曲线构造完成。

例 3.5.5 系列圆的制作

1、“数据”-“新建参数”，标签为 a，数值为“1”，单位“距离”。

2、在绘图区域中构造一个点 O。

3、选定点 O 和参数 a，“构造”-“以半径和圆心绘圆”。



4、选定参数 a 和圆，“构造”-“轨迹”。

5、修改轨迹对话框为上右图数值，结果为：绘制 5 个圆，圆的半径在 2 厘米到 3 厘米之间。

6、修改第一个图象和轨迹颜色，得到上图。

利用参数和对象构造轨迹，还可参见典型实例“圆在线段上滚动”。

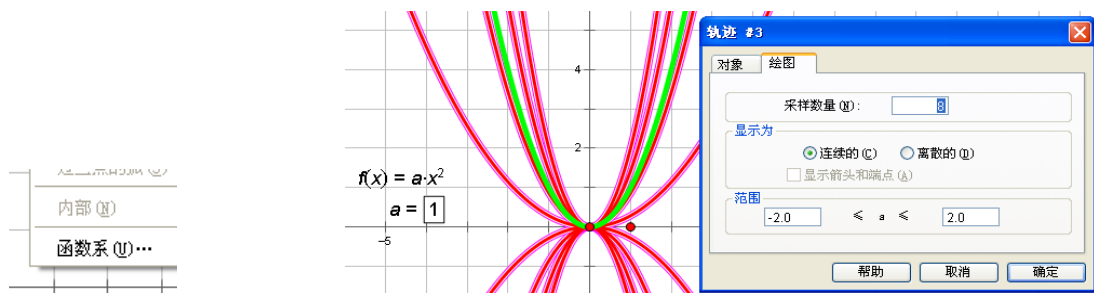
例 3.5.6 $y=ax^2$ 函数系的制作

1、“数据”-“新建参数”，标签为 a，数值为“1”，单位“无”。

2、“绘图”-“绘制新函数”，在函数编辑器中输入“ $a \cdot x^2$ ”。其中，“a”是点击绘图区域中的参数引入到函数编辑器中的。

3、选定图象和参数 a，“构造”-“函数系”。

¹² 平面内，到两个定点的距离差的绝对值等于定长（小于两定点之间的距离）的点的集合。

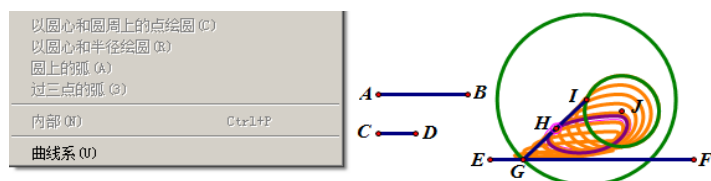


4、修改轨迹对话框为以下数值，结果为：在 a 的值-2 到 2 之间，绘制 8 个轨迹图象，这 8 个函数图象，构成了一个函数系。

5、修改第一个图象和轨迹颜色，得到上图。

例 3.5.7 构造曲线系。

- 1、在绘图区域构造线段 AB、CD 和 EF。
- 2、以 J 为圆心，CD 为半径绘圆，在圆上构造一点 I。
- 3、以 I 为圆心，AB 为半径绘圆，圆与线段 EF 交点为 G。构造线段 GI，在线段上构造一点 H。
- 4、选定点 I 和点 H，“构造”-“轨迹”。
- 5、选定点 H 和轨迹，“构造”-“曲线系”，调整轨迹采样数量。



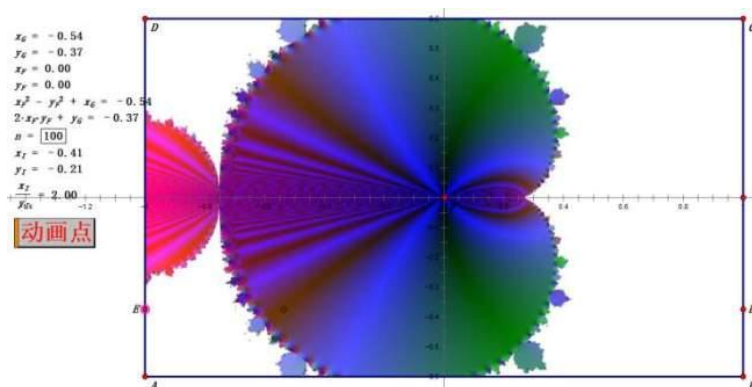
例 3.5.8 Mandelbrot Sets 曼德尔勃罗特集合 (M 集)

利用追踪踪迹、构造轨迹可以得到一些图形，如果使用追踪轨迹还有其他效果。曼德尔勃罗特开创了分形学，本例就是著名的曼德尔勃罗特集，是画板在复平面¹³的一个具体应用。因为涉及几何画板许多知识点，其中涉及的有关内容详见有关章节。

具体步骤：

1. 在平面上以原点为中心，建立一个矩形 ABCD 作为观察区域（将坐标系单位点向右拖动，建立一个边长在 1 以内，较大区域的矩形观察区域）。
2. 在线段 AD 上取一点 E，点击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，使得 E 点能够在 AD 上运动。
3. 作 E 点关于 Y 轴的对称点 E'（反射），然后连接 EE'。在 EE' 上取一点 G，“度量”-shift-“横&纵坐标”，得到 x_G, y_G 。
4. 在平面上取一点 F，“度量”-shift-“横&纵坐标”，得到 x_F, y_F 。计算 $x_F^2 - y_F^2 + x_G$ 和 $2x_F y_F + y_G$ 的值，顺次选择这两个计算结果，单击“绘图”-“绘制点(x, y)”。得到点 H。
5. 新建参数 $n=100$ ，选择点 F 和参数 n ，作深度迭代， $F \Rightarrow H$ 。
6. 选择迭代象，单击“变换”-“终点”，得到迭代终点 I。此时，终点是被选定状态，直接“度量”-shift-“横&纵坐标”得到 x_I, y_I ，继续计算 x_I/y_I ，选择 I 的横、纵坐标和计算结果三个值和点 G（注意是点 G），单击“显示”-“颜色”-“参数”，得到 G'。

¹³ 复数 $z=a+bi$ 可以用点 $Z(a,b)$ 表示，这种建立了直角坐标系来表示复数的平面叫复平面。



7. 只选定点 G, “构造” - “轨迹”。隐藏线段 BE、迭代象、点 H、点 I, 选择刚才的轨迹, 按右键 (或者“显示”菜单), 单击“追踪轨迹”。此时的 G 是 G 以参数颜色显示, G 被自动隐藏, 因为 G 颜色与参数直接相关联, 故构造轨迹只选这一个对象就可以。

8. 把 F 点移至原点。适当调整窗口大小, 点击动画按钮, 就可以得到 M 集的图片。

此实例属于分形几何学的内容, 关于分形几何学的介绍, 参见安装路径下的“Sketchpad Help”文件夹中的《分形艺术程序设计.pdf》文档。

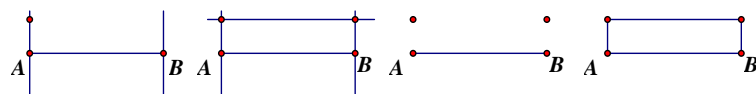
在所构造的轨迹中, 如果轨迹是由众多点组成线型轨迹, 右键轨迹, “属性” - “绘图”, 可显示为“连续的”和“离散的”。“连续的”就显示为轨迹线, “离散的”就显示为“采样”数量个点。

第六节 利用构造菜单绘图实例

例 3.6.1 矩形的绘制



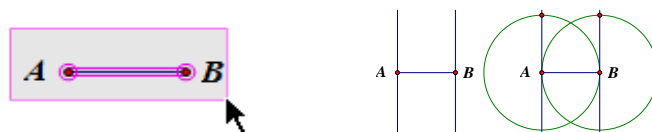
- 1、构造一条线段 AB, 并选定线段和端点 (可用框选的方法选定)。
- 2、单击“构造” - “垂线 (D)”, 绘制两条垂线。
- 3、构造点。在点工具状态下, 光标对准左边垂线单击。
- 4、绘制垂线及交点。选定步骤 3 构造的点和左边垂线 (可以框选), 单击“构造” - “垂线 (D)”; 在移动箭头工具状态下, 鼠标对准所绘制的水平垂线和右边的垂线的相交处单击, 得到一个交点。



- 5、隐藏垂线。选定三条直线后按快捷键“Ctrl+H”。
- 6、构造三条边。利用线段直尺工具, 连接线段, 再利用文本工具 (或者右键点), 修改点标签。

例 3.6.2 正方形的绘制

- 1、构造一条线段, 鼠标拖出一个虚线框选定线段及端点。
- 2、构造垂线。单击“构造” - “垂线 (D)”。



3、构造等圆。用鼠标连续单击, 选定线段 AB 和它的两个端点, 单击“构造” - “以圆心和半径绘图 (R)”, 按“Esc”键取消对圆的选定。

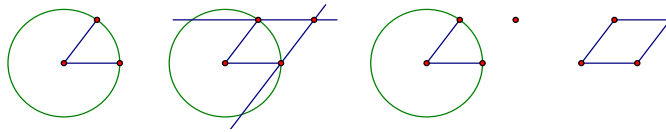
- 4、构造正方形的三条边。

5、隐藏圆和直线。选定圆和垂线后，按快捷键“Ctrl+H”隐藏。

例 3.6.2 菱形的绘制

1、构造一条线段并选定左端点和线段。

2、单击“构造”-“以圆心和半径绘圆 (R)”，按“Esc”键取消对圆的选择。



3、构造一条半径。

4、作一组平行线及平行线的交点。

5、隐藏直线和圆并构造菱形的另一组邻边。

第四章 用变换菜单作图

数学中所谓“变换”，是指从一个图形（或解析式）到另一个图形（或解析式）的演变。在几何画板中，研究的定义变换有平移、旋转、反射、缩放和迭代等。还可以利用自定义变换来作图。

几何画板中实现图形的变换，有两种方法，一种是利用前面介绍的“移动箭头工具”中的子工具进行缩放和旋转，另一种方法是利用菜单进行变换。



“变换”菜单中有 3 条分隔线，分为 4 个功能区，其中第一个功能区是为第二个功能区的变换提供变换基础数据的。迭代作为特殊“变换”专门占用 1 个功能区。自定义变换在最后 1 个功能区，如果创建了自定义变换，此菜单还会根据创建变换的数量，自动菜单列出具体的变换名称，如上右图。

对象进行“变换”需要有前提条件，在“变换”菜单中，第一个分割线以上的部分，都是为了完成变换而提前进行的约定。比如旋转中心、缩放中心、旋转的角度、移动的距离等等，如果在变换前把这些对象进行了“标记”，在“变换”过程中，对象就会按照“标记”的量进行。

自 5.05 版后，“变换”-“标记”更加灵活。如果事先没有标记“旋转”或“缩放”中心，系统会指定一个最靠近屏幕中心的点作为中心。在弹出“旋转”或“缩放”对话框后，还可以在工作区中单击一点，此点可以被标记为中心，这种方法可以用于改变事先标记好的中心；同样，标记角可以在弹出旋转对话框后，通过单击工作区中的一个角度值来实现；标记向量，若事先没有标记，在弹出平移对话框后，可以单击绘图区域中的两个点，现场标记向量；标记距离，若事先没有标记，在弹出平移对话框后，也可以单击工作区中的一个距离值来标记；如果同时选定两个距离值标记距离，再进行平移，在弹出平移对话框后，第一个是水平平移距离，第二个是垂直平移距离。标记比可以在出现“缩放”对话框后，通过单击工作区中的一个比值、无单位的参数、两条线段（单击的顺序会影响比值）等方法来“现场”标记一个比。被标记的对象会闪烁，表示标记成功。

汉化版将工具箱中“标识工具”汉化为“标记工具”，但此工具没有变换菜单的“标记”功能。

第一节 旋转对象

旋转的前提条件是旋转中心、旋转对象和旋转角度。旋转的结果是图形大小没有改变，图形上所有的点，围绕旋转中心旋转相同的角度。

例 4.1.1 绘制一个正方形

运行结果：绘制一个正方形，拖动任一顶点改变边长或改变位置，都能动态地保持图形是一个正方形。

基本思路：本例将学习按固定的角度来旋转对象。

1、构造一条线段，用来做正方形的一边。

2、双击左端点，标记为中心，选定线段和右端点，绕标记的中心旋转“90°”（正值表示逆时针旋转，负值表示顺时针旋转），得第二条边。

3、双击第一条线段的右端点，标记为中心，选择第一条线段和它的左端点，绕中心旋转“-90°”（顺时针方向），得第三条边。

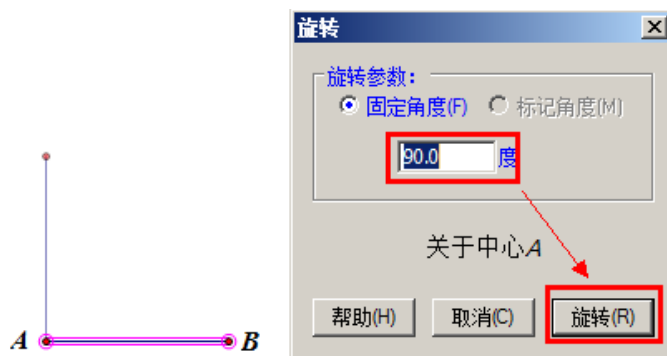
4、连结出第四条边。

操作步骤

1、构造线段 AB。

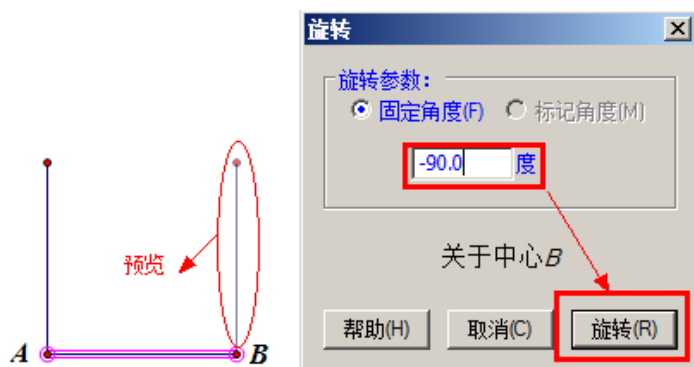
2、用“移动箭头”工具双击点 A，点 A 被标记为中心（或者选定 A 后，“变换”-“标记中心”。）

3、用“移动箭头”工具选取点 B 和线段 AB，由菜单“变换”-“旋转”，在弹出的“旋转”对话框中作如图的设置。左边虚线是旋转对象的预览。



4、双击点 B，标记新的旋转中心。

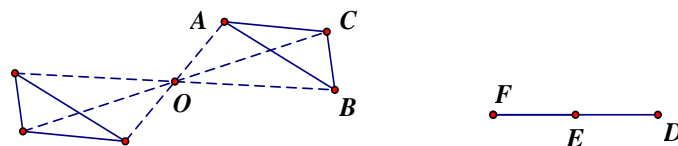
5、用“移动箭头”工具选取点 A 和线段 AB，菜单“变换”-“旋转”，在弹出的“旋转”对话框中作如图的设置。



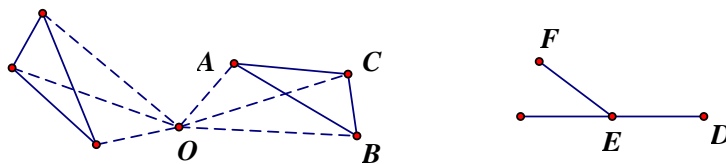
6、连结上方两个顶点得到第四条边。

例 4.1.2 中心对称

运行结果：拖动点 F，使 $\angle DEF$ 从 0° 到 180° 变化。



中间结果：



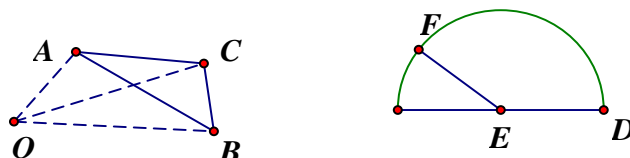
基本思路：本例将“按标记的角”旋转对象，同时能通过改变角的大小动态演示对象的旋转过程。

1、为了方便观察，连结对称中心和各关键点间使用虚线段，让研究对象和虚线段绕对称中心旋转 180° ，形成中心对称。

- 2、绘制一个角并标记这个角。
- 3、再次选择原来的对象及虚线段，按标记的角旋转。
- 4、拖动标记的角为 180° ，观察到的图形为中心对称，拖动标记的角从 0° 到 180° ，可以看到旋转的过程。

操作步骤：

- 1、准备工作，完成到下图。

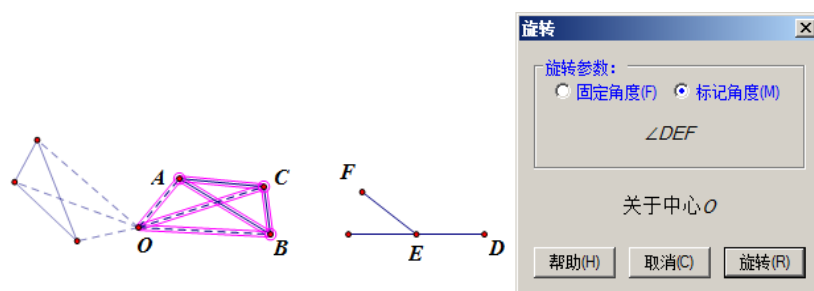


说明：做好左边的基本图形后，在右边构造一条线段，构造线段的中点 E。依次选定中点 E、线段的右端点和左端点，菜单“构造”-“圆上的弧”，在弧上任意取一点 F，连接 EF、ED（这样做的目的是使得 $\angle DEF$ 在 0° 到 180° 范围内变化），隐藏圆弧、直径和左端点（快捷键 Ctrl+H）。

- 2、用移动箭头工具双击点 O，标记为中心。

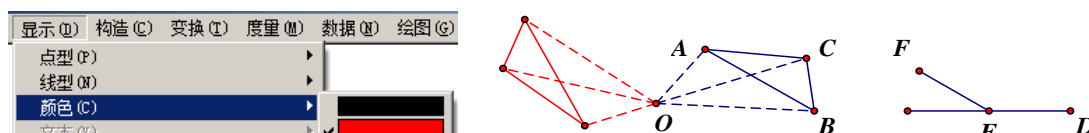
3、用移动箭头工具确保按顺序选定 D、E、F（只选定这三点），“变换”-“标记角”，如果标记成功，会看到一段按照点顺序方向的小动画，表明标记角的方向。

4、同时选择点 A、B、C，线段 AB、AC、BC、OA、OB、OC（可以使用框选），菜单“变换”-“旋转”，在弹出的对话框中作如下的设置。



- 5、为便于观察，修改按角度旋转所得的所有对象为红色。

点击旋转按钮后，旋转后的图形处于被选定状态，通过“显示”-“颜色”来修改颜色。如下图。



- 6、拖动点 F，可以看到红色三角形旋转过程。

说明：本例中标记的角度是图形，这种情况要注意选取三个点的顺序，按“边上的点、顶点、边上的点”来选，如果选择时按逆时针方向，标记的是正角；按顺时针方向，标记的是负角，角度决定对象的旋转方向。角度的方向性和数学通用规则相同。

标记的角也可以是度量角所得的度数或者是新建的参数，但参数的单位必须是“度”或者“弧度”。在“旋转参数”的“固定角度”的数值对话框中，还可以输入计算解析式，将计算结果用于旋转角度。

第二节 平移对象

平移：对于两个几何对象，如果在它们的所有点与点之间可以建立起一一对应关系，并且以一个图形上任一点为起点，另一个图形上的对应点为终点作向量，所得的一切向量都彼此相等，那么其中一个图形到另一个图形的变换叫做平移。平移是一个保距变换、又是一个保角变换。

几何画板中，平移可以按 3 大类 9 种方法来进行，其中“标记向量”可以事先标记，也可以选定

对象后临时点向量的起点和终点临时标记。在极坐标系中最多可以组合出 4 种方法，在直角坐标系中可以组合出 4 种方法，按标记向量平移有 1 种方法。共计 9 种平移方式。如图。



例 4.2.1 绘制一个半径为 $\sqrt{2}\text{cm}$ 的圆。

运行结果：得到一个半径为 $\sqrt{2}\text{cm}$ 的圆，无论如何移动圆，半径保持不变。介绍两种平移的方法。



方法一：极坐标状态下平移

- 1、在画板面上新建一个点，选定点，点击“变换”-“平移”如上左图所示。
- 2、把固定距离 1 改成 $\sqrt{2}$ 。方法是：把输入法调至英文状态下，把 1 改成 2，接着按住 Shift 键+键盘上 6 号数字键，得到“ \wedge ”这个符号（指数运算符号），后面接着输入 0.5，如上左图。
- 3、点击平移，得到两个点的距离就是 $\sqrt{2}\text{cm}$ ，用构造圆工具以这个距离为半径构造一个圆。

此例可见，在平移距离的数值对话框中，可以输入基本计算解析式，将计算结果用于平移距离。

方法二：直角坐标状态下平移

基本思路：

根据勾股定理，让一个点在直角坐标系中按水平方向、垂直方向都平移 1cm，得到的点与原来的点总是相距 $\sqrt{2}\text{cm}$ ，然后以圆心和圆周上的点构造圆即可。

操作步骤：

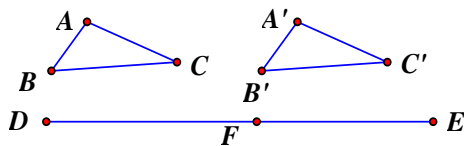
- 1、构造一个点 A。
- 2、选取点 A，由菜单“变换”-“平移”，在弹出的对话框中作如上右图的设置后，点击平移。
- 3、选定这两点（先选的为圆心），由菜单“构造”-“以圆心和圆周上的点绘圆”。
- 4、最后得一个半径固定为 $\sqrt{2}\text{cm}$ 的圆。

例 4.2.2 全等三角形

运行结果：拖动点 F 在线段 DE 上移动，可演示两个三角形重合和分开，可用来说明全等形。

基本思路：按“标记的向量”平移对象。

1、构造一个三角形。



2、另构造一条线段（为方便观察，构造成水平线）。

3、在线段上构造一个点。

4、标记线段左端点到线段上点的向量。

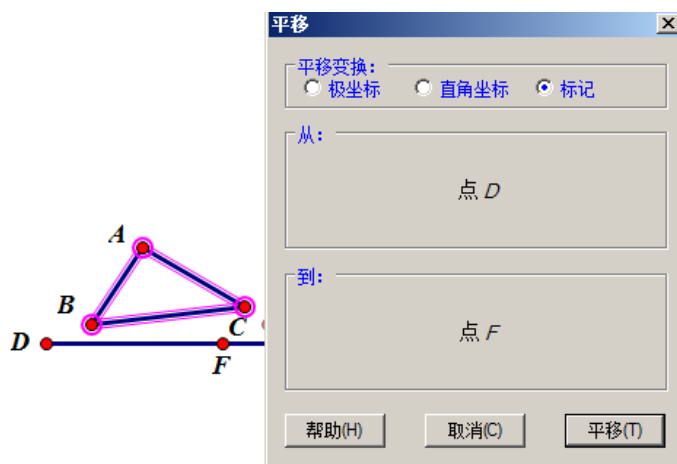
5、将三角形按标记的向量平移。

操作步骤：

1、绘制 $\triangle ABC$ 。

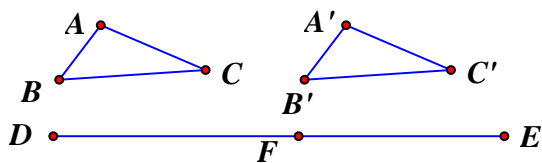
2、用线段直尺工具，按住 Shift 键，构造水平线段 DE，在 DE 上构造一点 F。

3、用移动箭头工具顺序选定点 D、点 F，由菜单“变换”-“标记向量”，标记从点 D 到 F 的向量。



4、选取 $\triangle ABC$ 的三边和三个顶点，由菜单“变换”-“平移”，在弹出的对话框中作如上图的设置（如果标记好向量，会自动设置为按标记的向量平移）。

5、用文本工具标记新三角形的三个顶点标签（也可以选定平移后的三个点，利用快捷键 Ctrl+K），最后如图所示。



例 4.2.3 绘制平行四边形

根据标记的向量平移的方法来绘制平行四边形，这样的平行四边形可以形象演示向量加法的平行四边形法则。

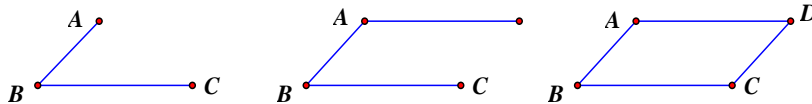
操作步骤：

1、新建一个几何画板文件。

2、用“线段直尺工具”和“文本工具”先完成如下左图。

3、用“移动箭头工具”按顺序选取点 B、A，由菜单“变换”-“标记向量”标记一个从点 B 指向点 A 的向量。

4、只选定线段 BC 和点 C，菜单“变换”-“平移”，线段 BC 和点 C 按向量 BA 平移，如下中图。



5、作出第四条边，利用“文本工具”把第四顶点标签改为 D，如上右图。

第三节 缩放对象

缩放是指对象关于“标记的中心”按“标记的比”进行位似¹⁴变换。缩放的对象需要是画板中的实体对象，可以是点、线段、圆等。其中标记比的方法有：

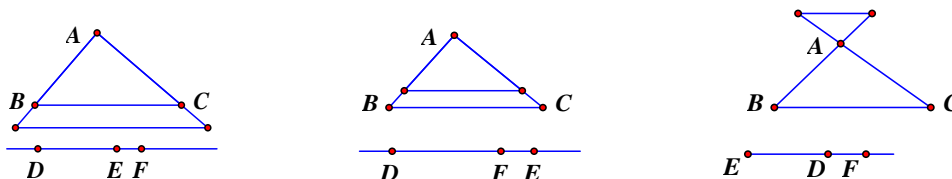
1、选定两条线段，由菜单“变换”-“标记线段比”（此命令会根据选定的对象而改变），标记以第一条线段长为分子，第二条线段长为分母的一个比。这种方法也可以事先不标记，在弹出“缩放”对话框后依次单击两条线段来标记。

2、选定度量或者计算的值（无单位）或选定一个参数（无单位），由菜单“变换”-“标记比值”来标记一个比。在弹出“缩放”对话框后，单击工作区中的适当数值也可以“现场临时”标记这个比值。

3、顺序选定同一直线上的 3 个点，由菜单“变换”-“标记比”，可以标记以 1、3 点距离为分子，1、2 点距离为分母的一个比。这种方法控制比最为方便，根据方向的变化，比值可以是正、零、负等。

例 4.3.1 相似三角形

运行结果：通过拖动点 F，让图形动态发生变化，以下三图是 F 点所在三个不同位置对相似三角形位置的影响。

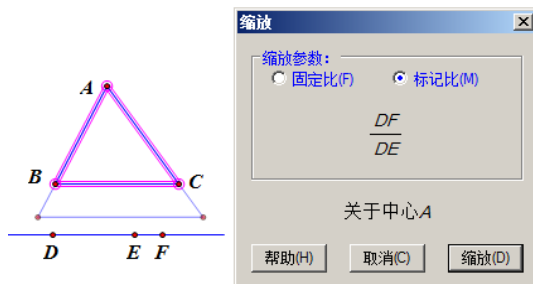


基本思路：

- 1、由在同一直线上的三个点标记一个比。
- 2、让三角形以其中一个顶点为中心，按标记的比缩放。
- 3、拖动比值控制点让图形在“A”形和“X”型中转变。

操作步骤：

- 1、绘制 $\triangle ABC$ 。
- 2、构造一条直线（按住 Shift 键可以使直线保持水平），隐藏直线上的两个控制点，如下图。



3、在直线上构造三个点 D、E、F，用移动箭头工具依次选取点 D、E、F，由菜单“变换”-“标记比”，标记这个比。

4、选取三角形的三边和三个顶点，由菜单“变换”-“缩放”弹出缩放对话框后，如上图设置。单击点 A，确保对话框中的缩放中心为 A（可以事先双击点 A 标记中心）。

¹⁴ 位似形：如果两个相似多边形的对应边平行，对应顶点的连线相交于一点，这样的两个多边形叫位似形。它们对应顶点连线的交点，叫做位似中心。

5、拖动点F在直线上移动，可以看到相似三角形的变化，还可以通过度量相关的值来帮助理解。

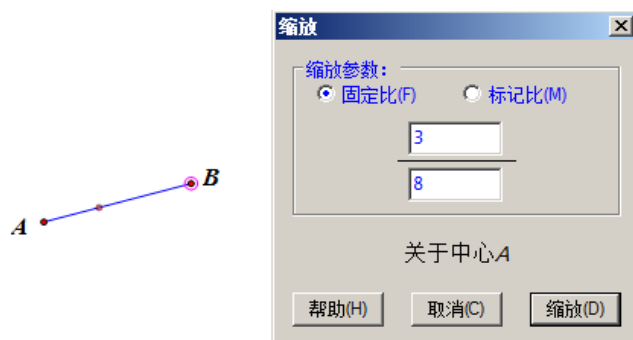
例4.3.2 通过缩放绘制等分线段点

运行结果：在线段AB上找到将线段分为3:5的点。

1、构造线段AB。

2、双击点A，标记为缩放中心。

3、只选定点B，“变换”-“缩放”，比例填入3:8，得到的点就是将线段AB分为3:5的点。



缩放的比，可以是多种值，上右图是不同的比得到的以O为中心，点P的缩放结果（绿点）。

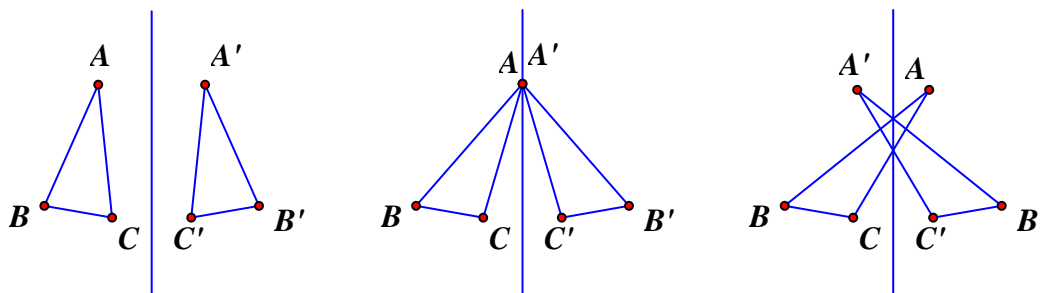
与平移距离、旋转参数的数值对话框一样，“缩放参数”也可以输入简单计算解析式，利用“+”、“-”、“*”、“/”、“^”、“P”分别表示加、减、乘、除、指数运算和“ π ”。其计算结果参与比的设定。

第四节 反射对象

反射是指将选定的对象按标记的镜面（即对称轴，可以是直线、射线或线段）构造轴对称关系。但并不是所有的对象都可以反射，例如轨迹和函数图象都不能反射。反射命令不会弹出对话框，反射前必须标记镜面，否则系统会随机的标记一个线段、射线或直线作为反射镜面。

例4.4.1 轴对称

运行结果：拖动三角形顶点改变其位置和形状，可以观察到动态保持的对称关系和相关性质。

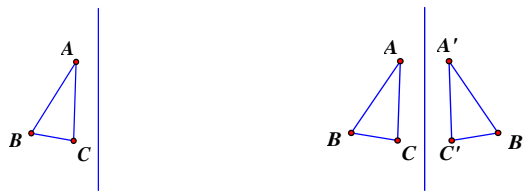


基本思路：

- 1、构造一条直线并标记它为镜面。
- 2、在直线的一旁构造一个三角形。
- 3、选定这个三角形的全部，进行反射。
- 4、拖动三角形的其中一个顶点改变它的形状和位置，可以观察到轴对称的相关性质。

操作步骤：

- 1、用直线直尺工具构造一条直线（按住Shift键，可使线段竖直）。
- 2、选定这条直线，由菜单“变换”-“标记镜面”（或者直接双击这条线段），标记这条直线为镜面。
- 3、在直线的一旁绘制一个 $\triangle ABC$ ，结果如下图。

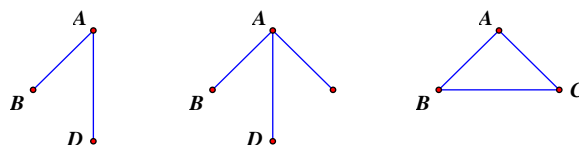


4、选定 $\triangle ABC$ 的全部（可以使用框选），由菜单“变换”-“反射”，并用文本工具为反射所得的三角形的顶点加上标签。

例 4.4.2 用反射变换构造一个等腰三角形

1、新建一个几何画板文件。

2、先用线段直尺工具完成到如图。



3、用“移动箭头工具”双击线段 AD，标记为镜面。

4、确保只选取了点 B 和线段 AB，由菜单“变换”-“反射”，得点 C。

5、选定点 D 和线段 AD，按“Ctrl+H”，隐藏这两个对象。

6、构造第三条边，并改第三个顶点的标签为 C，如上右图。

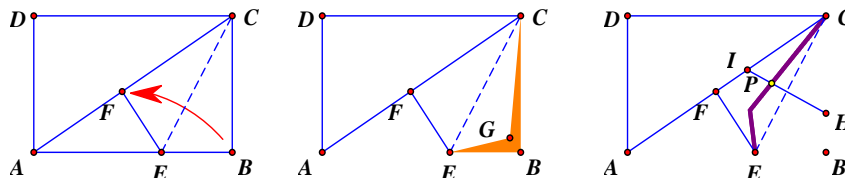
任意拖动三个顶点之一，可以看到，无论形状如何改变， $\triangle ABC$ 始终是等腰三角形。

利用反射的特性制作动态的变换效果经常涉及其他知识内容。涉及到“点的值”制作动画，参见第九章第二节“点的值”的最后一个实例。涉及到“轨迹变化”制作动画的，参见以下实例。

例 4.4.3 利用反射和轨迹变化实现动态折叠变化

在矩形纸片 ABCD 中，要实现点 B 向点 F 移动，从而体现折纸（CE 为折痕）的动画过程。

准备工作：使用矩形工具绘制矩形 ABCD，依次选定 B、C、A，“构造”-“角平分线”，再构造平分线与 AB 的交点 E。双击射线 CE 标记为镜面，选定 B，“变换”-“反射”，得点 F，整理图形。



1、隐藏边 AB 和 BC，保留点 B。

2、使用有芯无边框多边形工具构造如上中图的多边形。

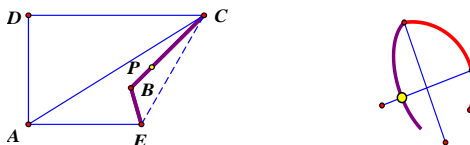
3、右键多边形，“属性”-“不透明度”-“显示边框和不透明”。

4、在四边形边界上构造一个点 H，将点 G 合并到点 B。

5、选定 H，“变换”-“反射”，得到点 I，连接线段 HI，在线段 HI 上构造一个点 P。

6、选定 H 和点 P，“构造”-“轨迹”。移动点 P 有折叠轨迹出现。

7、选定线段 HI、线段 EF、点 B、点 H，隐藏。连接 AE。在轨迹的拐角处构造点 B，修改轨迹为蓝色。拖动点 P，折叠效果明显。此法还可以用于构造弧的折叠效果，如下右图。

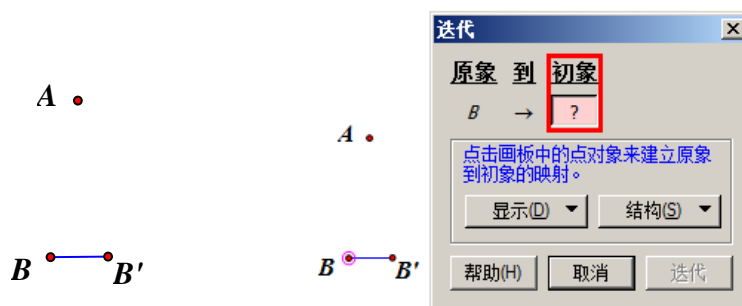


第五节 迭代与深度迭代

迭代是一种特殊的变换，是指按照一定的变换规则，原象形成初象，然后初象又作为原象再次执行同一个变换规则，形成新的初象，经过多次变换形成的系列变换。迭代的原始对象可以是点，也可以是参数。先通过以下例子理解迭代的具体过程。

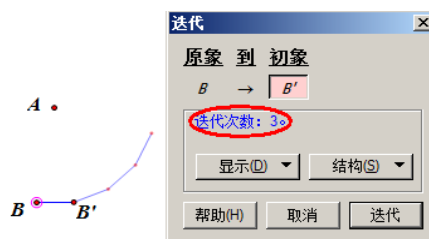
例 4.5.1 构造正十七边形

- 1、“数据”-“计算”-“ $360^\circ \div 17$ ”，作为正十七边形的外接圆每一段弧的圆心角（注意单位）。
- 2、构造两个点 A 和 B，双击点 A 标记为中心，选定 B 点，“变换”-“旋转”，角度点击引入步骤 1 的计算值（不是输入计算的值，而是点击引入），得 B'，连接 BB'。
- 3、选定 B 点，单击菜单“变换”-“迭代”，出现下面对话框。



- 4、在初象高亮区中单击 B'，指明初象。对话框变为下图，注意到“迭代规则数：3”，图形在原有的基础上，增加了 3 条线段。

- 5、重复按键盘上“+”键，使迭代数为 16（让计算机重复绘制 16 次），注意工作区中图形的变化。



- 5、单击“迭代”按钮，正十七边形构造完毕，如下图。



迭代变换的前提条件：1、选定一个（或几个）自由的点，即平面上任一点，或线（直线、线段、射线、圆、轨迹）上的任一点，如上例的 B 点。2、由选定的点产生的目标点（不要选定，出现迭代对话框后再选），如本例中的 B' 点，或由选定（原象点）经过变换产生的点。在本例中，点 B 是原象点，它经过一个旋转的变换得到点 B'，B' 就是初象；变换的规则就是旋转一定的角度，B' 在下一次变换中，充当新的“原象”再产生新的象。如此反复，新的象不断作为“原象”变换，出现迭代的效果。

如果点在路径上，则点只能在路径上运动，这样的点是“半自由点”。如果迭代的初象也在路径上，半自由点也可以作为原象参加迭代。迭代的象也就都在这个路径上了。

迭代的原象还可以是参数，请看综合实例章节中的“n 等分线段”实例。

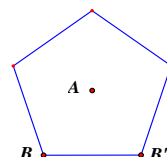
迭代的深度（即重复的次数），可用参数控制，即深度迭代。

例 4.5.2 正 n 边形的绘制法

运行结果：如图，选定参数 n ，按小键盘上的“+”或“-”键，可改变 n 的值，从而改变多边形的边数，即得到正 n 边形。

$$n = 5$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 72.00^\circ$$

$$n - 1 = 4.00$$


基本思路：

- 1、构造两个点，标记其中一个点作为正 n 边形的中心，另一个点为多边形的第一个顶点。
- 2、“新建参数” n ，用 360° 除以 n ，得正 n 边形外接圆的圆心角。
- 3、选取圆心角后“标记角度”，让第一顶点绕中心按“标记的角度”旋转，得第二个顶点。
- 4、选取参数 $n-1$ 、执行第一个顶点到第二个顶点规则的“深度迭代”。
- 5、选取参数 n ，按小键盘上的“+、-”键可以改变参数，得到动态的正 n 边形。

操作步骤：

一、准备工作（确定旋转角的度数和迭代的深度）

- 1、单击“数据”菜单，新建参数 n ，并改参数的值为 5，单位“无”。
- 2、单击“数据”菜单中“计算”

输入“ 360 ”+“ $^\circ$ ”+“ \div ”+“ n ”，点击“确定”。

注意：只是输入引号内内容，不用输入引号，“ 360 ”一定要以“ $^\circ$ ”为单位，在计算编辑器的“单位”下拉选项中，可以找到“度”。计算式中的“ n ”输入时，只要用鼠标点击刚才新建的参数 n (此时参数 n 会变成红色)， n 的数值就会自动跳到计算器编辑框中。




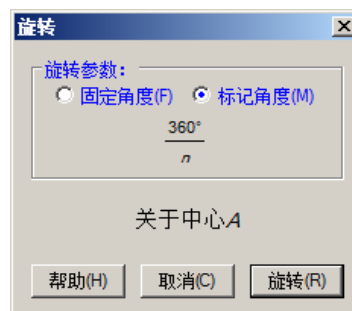
- 3、“数据”-“计算”，在计算器中点入参数“ n ”、“ $^\circ$ ”和“ 1 ”，点击“确定”。

- 4、构造出点 A 和点 B ，如下图所示：

$$n = 5$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 72.00^\circ$$

$$n - 1 = 4.00$$




- 5、双击点 A 标记为中心，选定 B 点，“变换”-“旋转”，角度点击引入步骤 2 的计算值（必须点入此计算式，而不是用键盘输入角度 72° ），得 B' ，连接 BB' 。

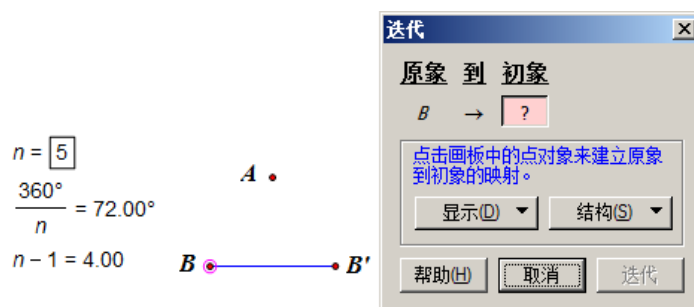
二、深度迭代

6、顺次选取点B和计算式“ $n-1=4.00$ ”；（切记：必须后选参数！）

7、按住 Shift 键不放，单击菜单“变换”-“深度迭代”，弹出如上图的迭代对话框。

注意：此步如不按住 Shift 键，菜单中的命令项是“迭代”，不会出现“深度迭代”。

8、单击绘图区中的点B，使上图中“初象”下面框中的问号变成B'（只要用鼠标点击B'），单击对话框中的“迭代”按钮。



9、选定工作区中的参数n，按键盘上的“+”、“-”键可以改变n的大小，正n边形的边数随动。

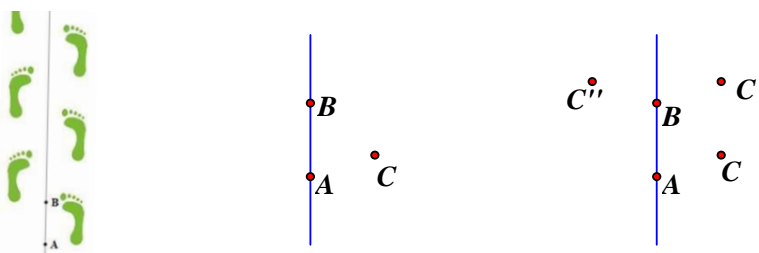
说明：参数可以减少到2以下甚至负数，这时已不能构成多边形，控制参数大小的技巧参见参数有关章节。因为参数也可以作为原象进行迭代，所以作为迭代深度的参数，系统规定必须最后选定。迭代的变换和细节还有许多，参见“迭代”专门章节。

第六节 自定义变换

如果基本的平移、旋转、缩放、反射和迭代这些变换不能满足需求，还可以通过“创建自定义变换”，按照新的变换规则来实现对象的变换，这就是自定义变换。

例 4.6.1、创建滑行反射变换

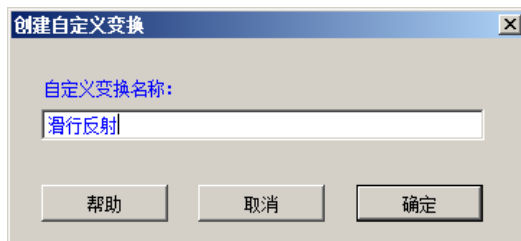
运行结果：移动点B和C可以改变“步幅”和“两脚间距”。



1、在绘图区域构造一条竖直的直线AB（按住 Shift+构造直线），并且在右边构造一点C。

2、选定点A、点B，标记向量，把点C按标记向量平移得到C'。再标记直线AB为反射镜面，把C'进行反射得到C''。

3、选定点C和点C''，单击“变换”-“创建自定义变换”，修改名字为“滑行反射”。



4、隐藏点C、C'、C''，并且把大脚图片复制到画板面内适当位置（复制-粘贴，或者直接拖入）。

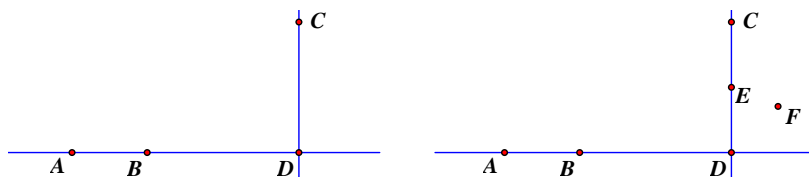


5、选定刚才粘贴的图片，单击“变换”-“滑行反射”。

6、将得到的对象，反复多次进行滑行反射（注意快捷键“Ctrl+1”的使用），就可以得到了上右图。

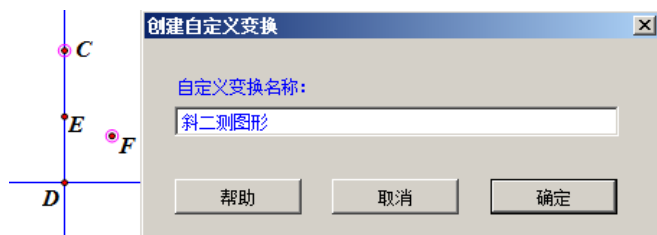
例 4.6.2 利用自定义变换绘制斜二测¹⁵图形

1、构造一条水平的直线 AB（为了使得其他图形变换效果明显，建议此线靠近可视区域的下沿），在直线 AB 上方任取一点 C，选定点 C 和直线 AB 作垂线，作出交点 D。

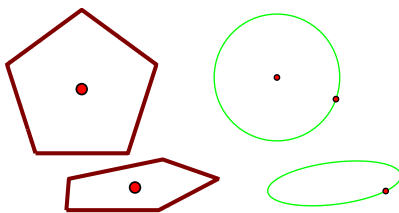


2、双击点 D 标记中心，把点 C 缩放 1/2，得到点 E，并把点 E 旋转“-45°”，得到点 F。

3、依次选定点 C、点 F，创建自定义变换，修改名称为“斜二测图形”



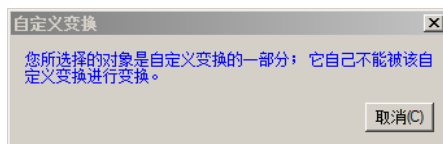
4、框选所有点和线，利用快捷键“Ctrl+H”进行隐藏，现在可以在画板中任意绘制图形（不能是迭代得到的图形），选定后，点击“斜二测图形”进行变换。例如下面使用轨迹法绘制的正五边形（绘制方法请参见综合实例）和圆的斜二测图形。



从这两个例子看，“创建自定义变换”的入口条件是两个点，其中第二个点与第一个点有关联。例如，例 1 中，是先平移再反射，然后选定第一个点和最后反射得到的点，创建自定义变换，这个自定义变换其实就是两个基础变换“平移”和“反射”的叠加。例 2 中，创建的自定义变换其实就是“缩放”和“旋转”两个变换的叠加。通过这样两个例子，可以把自定义变换理解为：按照开始时定义的变换（从一点变到另一点，类似于映射），对实体图形（函数图象和轨迹也可以，迭代的象不可以）上每一点逐一作这个变换，变换后得到的每一个新的点，组成了新的图形。

定义了自定义变换后，让参加定义的对象执行这个变换，比如使用线段长度参与定义了一个变换，再让线段执行这个变换就会出现如下错误提示。更改为线段端点间距离参与定义这个变换即可。

¹⁵ 将物体和确定物体的三维坐标系的坐标轴投射在一个平面上，所得的图形叫轴测投影图。根据投影方向与投影面之间交角的不同，投影方向与投影面垂直，叫正轴投影，反之，叫斜轴投影。在斜轴投影中，当 X、Y、Z 三个轴的轴向变形系数，有任意两个是相等的，此时得到的投影叫斜二测投影。



使用系统自带的旋转、平移、缩放和反射等功能，对函数图象是不能进行变换的，但使用了自定义变换，会有不同的结果。

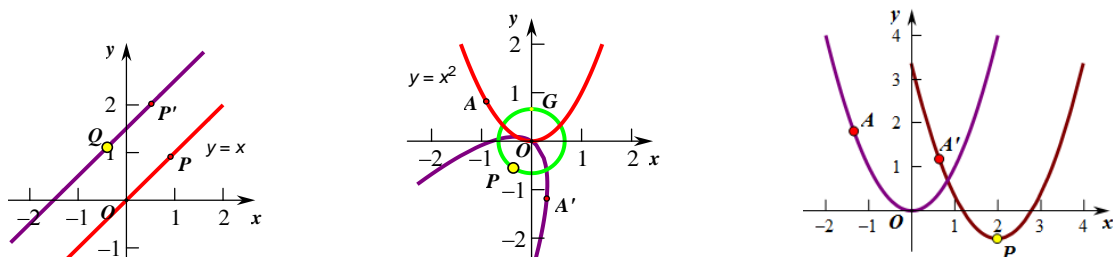
例 4.6.3 利用自定义变换“平移”函数图象（下左图）

- 1、自定义工具-“经典坐标系”-“飞狐直角坐标系【无参数】”。
- 2、“数据”-“新建函数”，输入“ x ”，“确定”，得到函数“ $y=x$ ”的解析式。
- 3、自定义工具-“经典坐标系”-“飞狐 $y=f(x)$ 图象生成工具(图象)”，点击绘图区域内的函数解析式。（本法绘制的函数图象大小自动适应坐标系大小，也可以使用蚂蚁坐标系。但蚂蚁坐标系此法绘制的函数图象是一个轨迹而非系统默认模式的函数图象。）
- 4、绘制自由点 Q ，标记原点 O 到 Q 的向量。在图象上构造一个点 P ，选中点 P ，“变换”-“平移”-“向量”，得到点 P' 。

5、选定点 P 和 P' ，“变换”-“创建自定义变换”，名称为“平移图象”。

6、选定函数图象，“变换”-“平移图象”。移动点 Q ，图象随动。

如果第 5 步改为：选定点 P 和 P' ，“构造”-“轨迹”。也可以得到最终效果。



如果选定 $y=x$ 的图象，“Ctrl+C”复制，“Ctrl+V”粘贴，也可以出现一个新的函数图象（自动建立第二坐标系，且隐藏了坐标系），新的函数图象可以使用鼠标任意拖动位置（隐藏的坐标系随动）。

例 4.6.4 利用自定义变换“旋转”函数图象（上中图）

- 1、自定义工具-“经典坐标系”-“飞狐坐标系【无参数】”。
- 2、“数据”-“新建函数”，输入“ x^2 ”。
- 3、自定义工具-“经典坐标系”-“飞狐 $y=f(x)$ 图象生成工具(图象)”，点击函数解析式。
- 4、以原点为圆心，绘制一个圆，在圆上绘制一个自由点 P ；构造圆与 y 轴的交点 G 。
- 5、选定点 G 、 O 、 P ，“变换”-“标记角度”。在函数图象上构造一个点 A 。
- 6、双击点 O 标记为中心，选中点 A ，“变换”-“旋转”，标记角度旋转，得到点 A' 。
- 7、选定点 A 和 A' ，“构造”-“轨迹”。移动点 P ，图象轨迹随动旋转。

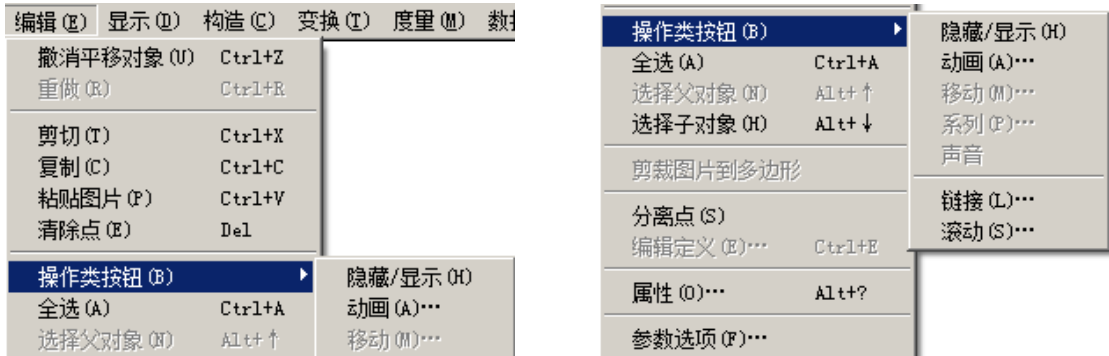
标记角度为弧度或者在“编辑”-“参数选项”中修改角度的单位为“方向度”或者“弧度”，图象可以在 360° 范围内旋转。

如果按照上右图，标记点 O 到点 P 的向量，点 A 移动向量到 A' ，重复本例的步骤 7，则实现平移图象效果。

自定义变换只能存在于当前的画板文档中，并且，只能用于当前的几何画板文件中。若当前的画板文档被打开，此文档中的自定义变换自动生效。

第五章 操作类按钮的制作

在几何画板中，可以通过设置按钮来实现对象的显示和隐藏、对象的移动和动画、页面的跳转和链接的控制等等。在 5.06 版本中，操作类按钮有“隐藏/显示”、“动画”、“移动”、“系列”、“声音”、“链接”和“滚动”共 7 个，这些按钮可以实现对相关对象的动作控制。



第一节 “隐藏/显示”按钮的制作

例 5.1.1 隐藏与显示的切换

- 1、在工作区中绘制一个三角形，框选三角形所有对象，如下左图。
- 2、选择“编辑”-“操作类按钮”-“隐藏/显示”命令，生成“隐藏对象”按钮，如下图中。

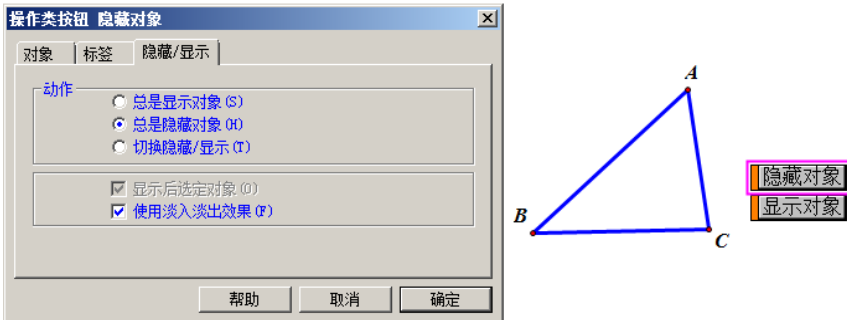


单击该按钮，三角形在绘图区中隐藏起来，按钮变成“显示对象”，如上图右。单击“显示对象”按钮，隐藏的三角形又显示出来，按钮又变成“隐藏对象”。在这里通过一个“隐藏/显示”切换按钮控制对象的显示或隐藏。

例 5.1.2 “隐藏/显示”按钮的属性

如果想实现这样一个效果，在隐藏一个三角形的同时，显示一个正方形；而当隐藏正方形时，隐藏的三角形又显示出来。要制作出这样的效果，就要熟悉“隐藏/显示”按钮的属性。

- 1、选定绘图区域中△ABC，按上面的操作再生成一个“隐藏对象”按钮。
- 2、右键“隐藏对象”按钮，打开“隐藏对象的属性”对话框，如下左图，选择“总是显示对象”。



3、右键单击另一个“隐藏对象”按钮，打开属性对话框后，属性选择“总是隐藏对象”，这时三角形的显示和隐藏通过两个按钮来控制，如上右图，单击“显示对象”按钮显示△ABC，单击“隐藏对象”按钮，隐藏△ABC。

在“显示/隐藏”的属性中，有“显示后选定对象(O)”和“使用淡入淡出效果(F)”选项，这两个选项都是控制显示和隐藏效果的。如果勾选了“显示后选定对象(O)”，点击“显示对象”按钮后，显示的对象会是被选定状态，有粉色的选定显示。在对象比较多时，如果显示出来的对象都是选定状态，整体显示效果不是很好，可以在这里取消勾选“显示后选定对象”。如果勾选了“使用淡入淡出效果(F)”，对象在隐藏和显示切换中，对象就是“慢条斯理”地消失和出现。

如果选定了对象以后，点击“编辑”-按住 Shift 键-“隐藏&显示”，会在绘图区域中，同时建立两个按钮分别列放，一个是“隐藏对象”按钮，一个是“显示对象”按钮。

第二节 “动画”按钮的制作

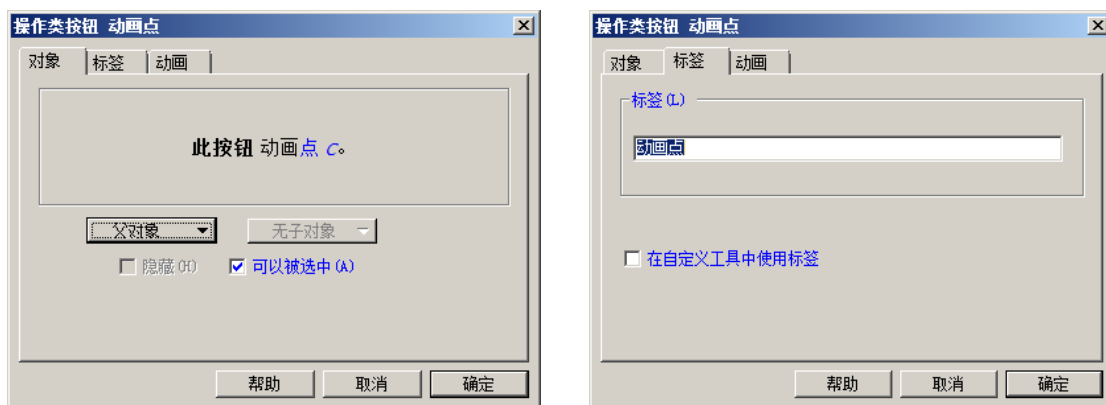
几何画板的动画效果，实现了动态的几何，是对解析几何¹⁶的最好诠释。

例 5.2.1 点在线段上的动画

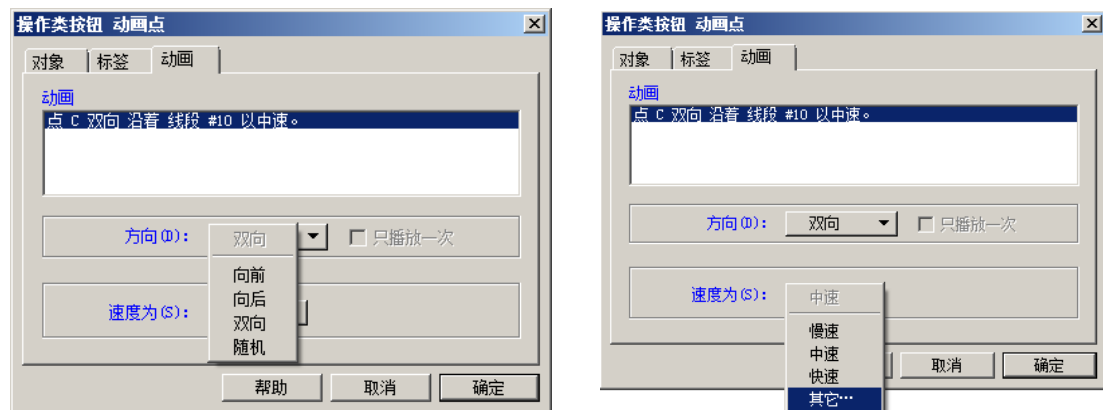
1、在绘图区中构造 AB 和 CD，且点 C 在线段 AB 上。



2、选定点 C，单击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”命令，出现如下图动画对话框。单击“确定”后，在绘图区中出现一个“动画点”按钮，可通过该按钮来控制点 C 在线段 AB 上的运动。



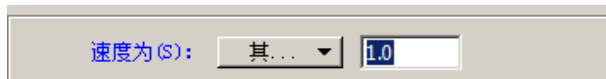
在这个对话框中，“对象”选项卡是显示动画的对象，可以追溯其父对象和子对象。“标签”选项卡同于其他选项卡，可以修改标签的名称和选择是否在自定义工具中使用标签。在“动画”选项卡中，可以改变的最多。“方向”根据动画的对象不同而不同，可以是“双向”、“顺时针（向前）”、“逆时针（向后）”、“随机”等等。如果勾选“只播放一次”，则点击动画按钮，对象只在路径上运动一次。



“速度为”可以设定“慢速”、“中速”、“快速”和“其他”。“中速”是系统默认基本速度的 1.0

¹⁶ 笛卡尔最初导入运动着的一点的坐标概念，使得几何图形可以用数字表达，开创了平面解析几何。

倍，“慢速”是系统默认基本速度的 $\frac{1}{3}$ 倍，“快速”大约是系统默认基本速度的 $\frac{5}{3}$ 倍。系统默认为每秒 2.858 厘米（ $\frac{9}{8}$ 英寸，不同电脑显示会有小差异）。在“其他”中，可以输入任意自定义速度。自定义速度的单位为每秒系统单位距离，比如，自定义速度是 5，实际速度就是“ 5×2.858 厘米/秒”。系统单位距离可以在“编辑”-Shift+“高级参数选项”-“系统”-“正常速度”中设定。



点击动画按钮，点 C 开始运动，再一次点击这个按钮，点 C 运动停止。

例 5.2.2 点在圆上的动画

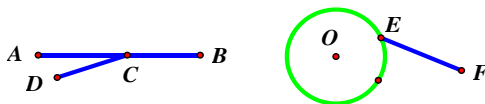
- 1、在绘图区中构造圆 O 和线段 AB，其中点 A 在圆上。
- 2、选定点 A，单击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”命令，出现如下图的动画对话框。



3、选择动画方向、动画次数、动画速度，修改按钮的标签，“确定”，绘图区域中会出现一个“动画点”按钮，点击此按钮，就可以执行点在圆上的动画了。

例 5.2.3 同时控制几个点的动画

几何画板不仅能用一个按钮控制一个点的动画，还可以用一个按钮同时控制几个对象的动画。



- 1、在绘图区中构造出下面的图形，点 C 在线段 AB 上，点 E 在圆周上。
- 2、同时只选定点 C 和点 E，单击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”命令，出现如下图的动画对话框，可以选定不同的动画对象，分别根据需要进行相关设置。



3、单击“确定”后，生成“动画点”按钮。点按此按钮可以同时控制点 C 和点 E 的运动。

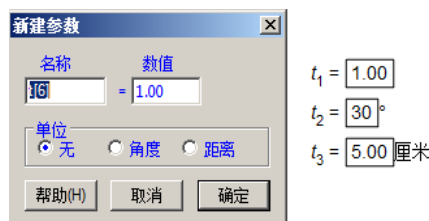
例 5.2.4 参数的动画

几何画板中的动画对象，除了可以是点、线这样的实体外，还可以是参数。参数使用动画按钮，不是移动参数的位置，而是改变参数的大小。可以通过参数的动画控制参数数值变化。几何画板中的

参数是不同于度量值和计算值的，它是独立存在的一种数值，它的建立不依靠具体的对象。使用参数可以进行计算、构造可控制的动态图形、建立动态的函数解析式、控制图形的变换、控制对象的颜色变化等等。参数的具体应用在后面有专门章节，本例只涉及如何通过动画按钮控制参数的变化。

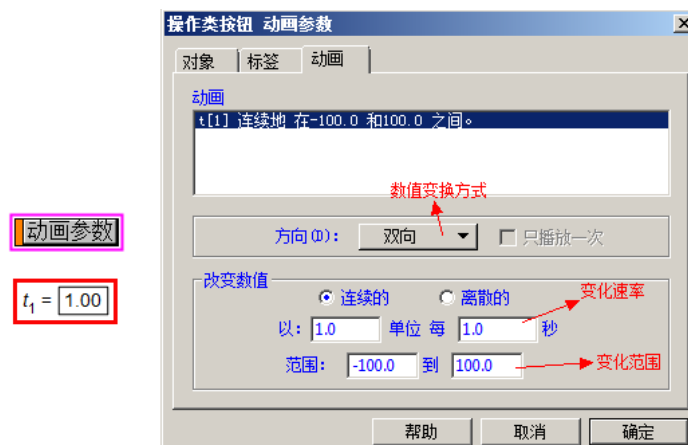
1、建立参数。

单击“数据”菜单，选择“新建参数(W)”命令后，出现如下图的对话框，参数默认无单位。单击确定后，便在绘图区域出现了参数。(还可以通过“计算”、“新建函数”或者右键绘图区域新建参数)



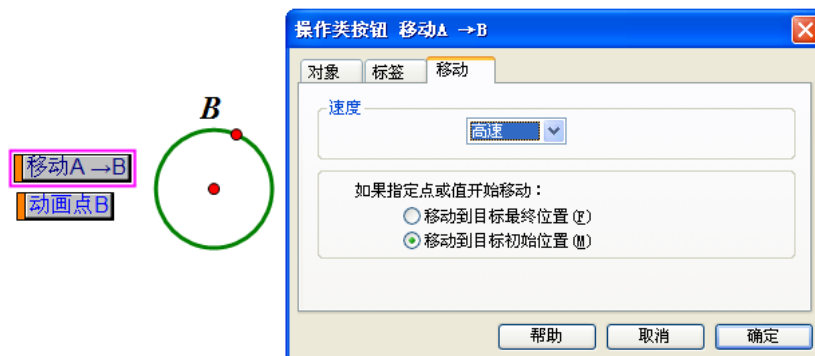
2、参数的动画

选定参数（框选或者点参数的背景），“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，打开参数的动画属性对话框，根据需要进行相关设置。其中的“方向”控制参数变大或者变小，每秒多少个单位变化就是参数变化的速率，变化范围控制了参数的极值。单击“确定”后，在工作区中出现一个“动画参数”按钮，单击此按钮参数按照设置进行变化。参数变换范围已经突破 5.0 版的 4320 上限，具体上限没有测到。设定的“范围”只是参数“动画”的范围，如果手动改变参数的大小，不受这个范围限制。



第三节 “移动”按钮的制作

移动就是将选定的点从出发点向目的点发生位移。在绘图区中依次选定点 A 和点 B 后，选择“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，打开该按钮命令的属性对话框，根据需要选择适当的速度，单击“确定”后在绘图区中生成一个“移动点 A→B”按钮。如果两个点都没有标签，则生成“移动点”按钮。单击该按钮时点 A 向点 B 移动，到达点 B 时停止。

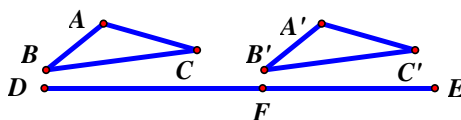


如果同时选定 $2k$ 个点，制作“移动”按钮，则所有序号为奇数点同时移向偶数点。就是 $2k-1$ 的点，移向 $2k$ 的点。

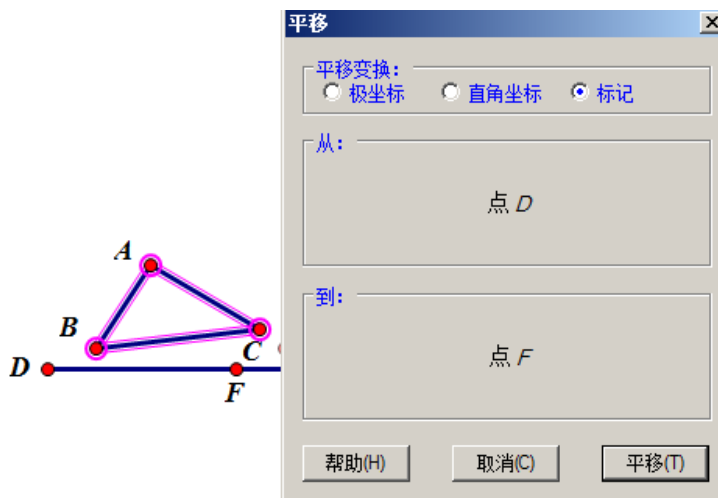
如果目标点 B 也是运动状态，则“移动到目标最终位置”就是点 A 始终跟随点 B 运动，直到点 B 停止，而且，点 A 运动到点 B 停留的位置。“移动到目标初始位置”就是点 A 向“点击移动点按钮时”点 B 的即时位置移动，不追随点 B 的后续运动。如果速度选为“高速”，则点 A 只能执行“移动到目标初始位置”。如果移动点 A 在某个路径上，则点 A 移动到路径上最接近目标点 B 的位置。

例 5.3.1 三角形的平移

1、在绘图区域中绘制 $\triangle ABC$ 、一条线段 DE ，在线段上任取一点 F ，如图。



2、依次只选定点 D 和点 F ，点击“变换”-“标记向量”。



3、框选 $\triangle ABC$ ，点击“变换”-“平移”，按照标记向量平移，得到一个三角形，并利用文本工具加上标签。

4、依次选定点 F 、点 D ，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，在属性对话框中速度设置为“中速”，修改标签为“合并”。

5、依次选定点 F 、点 E ，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，在属性对话框中速度设置为“中速”，修改标签为“分离”。

6、隐藏除三角形以外的对象，单击“合并”与“分离”按钮，可以看到两个三角形重合与分离的动态过程。

例 5.3.2 文本和图片的移动。

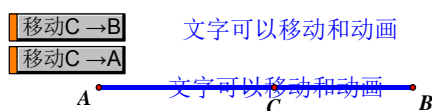
使用移动按钮最简单的移动对象是点，想要文本和图片参与移动，就需要将文本和图片合并到点，然后，按上面的步骤生成点移向点的移动按钮，再隐藏点。这样一来，通过按钮控制点的移动，就实

现了文本和图片的移动了。

- 1、在绘图区域构造线段 AB，在线段上构造一点 C。
- 2、使用文本工具，在绘图区域输入“文字可以移动和动画”。
- 3、只选定文本和点 C，“编辑”-按住 Shift 不放-“合并文本到点”，文本的“影像”就和点 C 合并在一起了。如果源文本被删除，“影像”自动消失。
- 4、只顺序选定点 C 和点 A，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，确定，出现“移动点 C-A”按钮。
- 5、只顺序选定点 C 和点 B，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，确定，出现“移动点 C-B”按钮。
- 6、选定点 A、B、C 和线段 AB，Ctrl+H 隐藏。
- 7、点击两个按钮，实现移动文本。

同样操作，如果在第 4 步，选择的是“动画”命令，会生成“动画点”按钮，实现文本的动画。

如果将图片粘贴到绘图区域中，选定图片和点 C，“编辑”-“将图片合并到点”。就可以通过移动或者动画点来实现图片的移动了。



例 5.3.3 参数的移动。

在绘图区域中，顺序选定两个参数，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，设定属性后确定，会出现“移动参数”按钮，点击这个按钮，参数的位置不发生变化，而是第一个参数的数值向第二个参数的数值变化。

- 1、“数据”-“新建参数”（也可 Ctrl+Shift+P），建立新参数，名称为 t_1 ，数值为 1.00，单位无。
 - 2、“数据”-“新建参数”，建立新参数，名称为 t_2 ，数值为 3.00，单位无。
 - 3、“数据”-“新建参数”，建立新参数，名称为 t_3 ，数值为 5.00，单位无。
 - 4、只依次选定参数 t_1 和参数 t_2 ，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，默认，“确定”。
 - 5、只依次选定参数 t_1 和参数 t_3 ，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，默认，“确定”。
- 分别点击两个按钮，可以看到参数 t_1 的移动变化就是数值分别向 t_2 和 t_3 的值改变。

$$t_1 = 1.00 \quad t_2 = 3.00 \quad t_3 = 5.00 \quad \text{移动 } t_1 \rightarrow t_2 \quad \text{移动 } t_1 \rightarrow t_3$$

参数移动的目标还可以是计算值和度量值，此时不考虑单位。

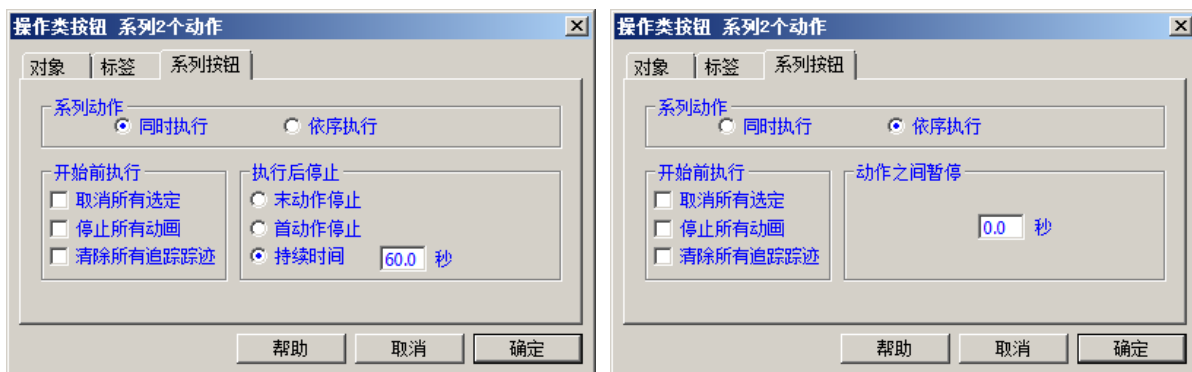
在移动对象的“速度”设置中，不同于动画按钮设置，没有“其他”选项，而有一个“高速”选项，“高速”是一个极快的速度，用于参数的数值直接移动变化到位。

移动按钮中没有“其它”速度选项，如果是点的移动按钮，可以做成动画按钮，动画按钮中有“其它”运动速度，且设置运动方向和只播一次。如此，就可以设定自定义的移动速度了。

第四节 “系列”按钮的制作

几何画板提供的“系列”按钮操作，是将已有的 1 个或多个操作类按钮进行组合形成一个新的执行按钮，主要是将顺次选定的动作按钮“同时执行”或者“依序执行”。

选定多个操作类按钮，点击“编辑”-“操作类按钮”-“系列”，会出现如下对话框。



选定多个操作类按钮的方法是，使用鼠标依次点击每个按钮标签的左部背景处（彩色），可以选定多个按钮。还可以使用框选的方法，选定多个操作类按钮（按钮位置不邻近，需要按 Shift 键）。如果是制作顺序执行的系列按钮，在框选过程中，要注意按钮的框选顺序。

系列按钮的对话框中的“系列动作”下有对所有动作顺序的要求，“同时执行”是指所有动作与选择顺序无关，“依序进行”是按照选定动作的前后来执行操作动作的。选择了“依序进行”，可以调整动作之间的暂停时间的。还有动作“开始前”的一些选择，根据自己需要选择就可以。“取消所有选定”是释放被选定的对象，使得马上进行的动作对象更加醒目。“停止所有动画”是强调马上要进行的操作。“清除所有追踪踪迹”是清理马上执行动作的环境（可因此而制作按钮来清除追踪踪迹）。

只选定 1 个操作类按钮，也可以编辑系列按钮，只是在编辑系列按钮时，会出现“这个按钮只执行一个动作”提示，并且不出现“同时执行”的选项。

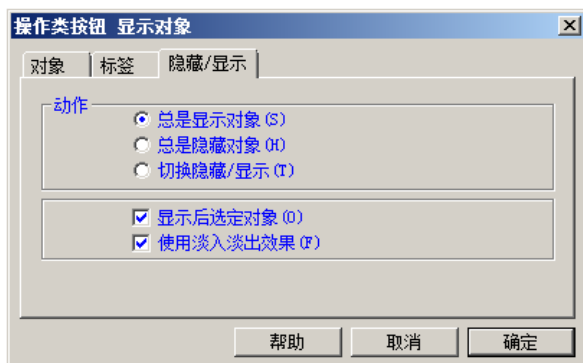
“执行后停止”是在执行了某些动作后，系列按钮的总动作停止。因为系列按钮中所包含的几个按钮将被同时执行，而各个按钮执行动作所需的时间不一定相同，所以总的动作终止就需要前提条件。分别是“末动作停止”-系列中所有的按钮对象都运动完毕，才停止系列按钮操作；“首动作停止”-当系列中任何一个子按钮执行的动作结束，所有的其他子按钮执行的动作都停止；“经过时间”-执行系列按钮经过设定的秒数后（默认 60 秒），系列中所有子按钮执行的动作都停止。

在“依序执行”的选项中，“动作之间暂停”的时间，就是系列中子按钮执行的动作的间隔时间。

例 5.4.1 “系列”按钮的制作

如果想实现这样一个效果，在隐藏一个三角形的同时，显示一个正方形；而当隐藏正方形时，隐藏的三角形又显示出来，就要使用“系列”按钮的制作。

1、选定绘图区域中 $\triangle ABC$ ，“编辑”-“操作类按钮”-“显示/隐藏”，生成一个“隐藏对象”按钮。同样操作再生成一个“隐藏对象”按钮。



2、右键单击“隐藏对象”按钮，打开“属性”对话框，如图，动作选择“总是显示对象”。

3、右键单击另一个“隐藏对象”按钮，打开属性对话框后，属性选择“总是隐藏对象”。

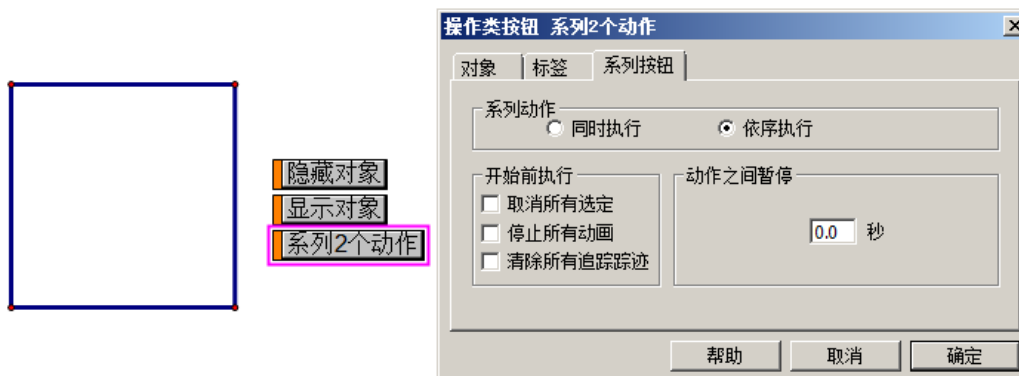
这时三角形的显示和隐藏通过两个按钮来控制，如上图，单击“显示对象”按钮显示 $\triangle ABC$ ，单击“隐藏对象”按钮，隐藏 $\triangle ABC$ 。

以上过程可以选定三角形，在构造“显示/隐藏”的按钮时，按住“Shift 键”进行，则同时生成

两个操作类按钮。

4、隐藏△ABC后，在绘图区域中绘制出正方形ABCD，用上面的方法再制作两个按钮，属性分别设置成“总是显示对象”和“总是隐藏对象”，如下图。

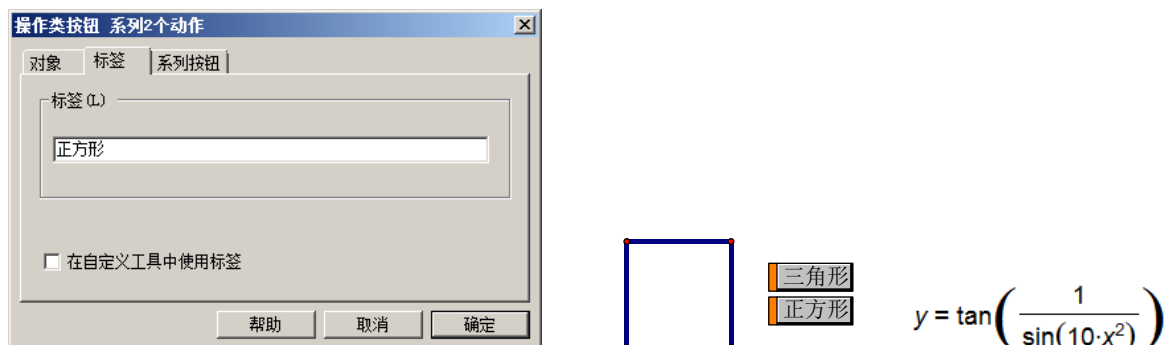
5、依次选定三角形图的“隐藏对象”按钮和正方形图的“显示对象”按钮（这两个按钮必须是非按下状态），选择“编辑”-“操作类按钮”-“系列”命令，打开“系列对象属性”对话框，如下右图。



6、单击“标签”，在“标签”栏中输入“正方形”，如图。“确定”，这时生成“正方形”按钮；

7、依次选定正方形图中的“隐藏对象”按钮和三角形图中的“显示对象”按钮，如制作“正方形按钮”一样制作一个系列按钮，将按钮标签改为“三角形”。

8、保留“正方形”和“三角形”两个按钮，选定其它按钮后，按 Ctrl+H 键隐藏，最后效果如下图左。单击“三角形”按钮，隐藏正方形显示三角形，单击“正方形”，隐藏三角形显示正方形。



第五节 “声音”按钮的制作

“操作类按钮”中有个“声音”按钮，它的入口条件是一个函数、两个函数或者是函数图象。能够产生复杂声音的函数，是变换频率高的函数。例如单击“数据”-“新建函数”命令（或者“Ctrl+F”快捷键），新建一个如上右图的正切函数（每个周期内变换很多），选定函数，“编辑”-“操作类按钮”-“声音”，产生“听到函数f”按钮。单击按钮，会听到摩托车启动声音。声音函数 $f(x) = A \sin(\omega X)$ ，可以使用参数A和 ω 控制音量和频率。

如果是选定两个函数，构造“声音按钮”，那么第一个函数声音是左声道，第二个函数声音是右声道。关于声音函数的相关内容，有兴趣的可以到画板论坛学习：

<http://www.inrm3d.cn/viewthread.php?tid=302&highlight=%C9%F9%D2%F4>

第六节 “链接”按钮的制作

操作类按钮中还有一个“链接”命令，使用此命令按钮，可以实现几何画板文件中页面的跳转、链接到因特网上的资源、进行本机文件的超级链接等等。“链接”按钮不同与其他按钮，没有前提条件，“编辑”-“操作类按钮”-“链接”就可以进入设置对话框。

一、超级链接。

1、“超级链接”的属性对话框如下图。在超级链接的信息栏中输入“http://”开头的网址就链接到因特网上的资源。输入互联网的地址以后，点击“确定”，绘图区域中自动出现超级链接的按钮。



2、实现本地文件的超级链接

本地文件是指在画板软件安装电脑中的可执行文件程序，比如，一首歌曲，一段音乐，一个 Excel 表格文档，都可以输入到超级链接中去。在几何画板中，必须将文件的扩展名也一并输入，否则链接不会执行。最好的方式是右键想要链接的文档，看其属性，将文件路径复制粘贴到链接的对话框中，比如：C:\Users\Administrator\Desktop 下的“迈克尔杰克逊 - sister.mp3”歌曲，在歌曲文档属性中复制路径，在文档重命名中复制文件全名称，分别粘贴在链接的对话框中即可。在画板软件执行过程中，点击这个按钮，运行画板时，自动调用系统默认程序播放背景音乐。



输入“File://”开头文字，就是打开当地的文档(非几何画板文档，而且系统中有能打开此文档的软件关联)，其开头可以省略。

输入“sketchdoc://”开头文字，就是打开当地同一个路径下的另一个几何画板文档。前提是当前文档已经被保存过。点击链接按钮打开后，使用画板的“窗口”菜单切换进入不同的文档编辑窗口。

输入“help://”开头文字，就是用系统默认软件打开当前画板帮助中的某个文档。

以上按钮分别打开帮助中的迭代教程、打开当前目录下的“初品”画板文档、运行系统计算器和播放歌曲 sister.mp3。

二、链接到几何画板文件中不同的页面

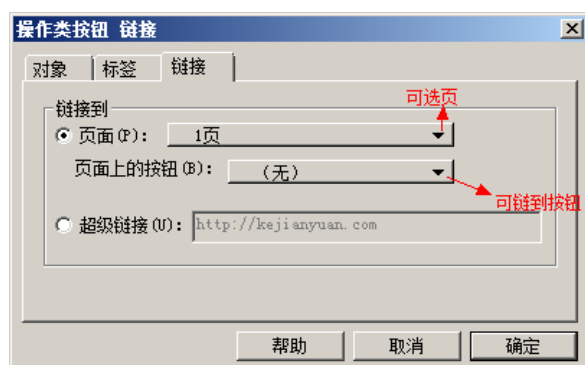
如果一个几何画板文件有多个页面，可以通过“链接”按钮来实现页面的跳转。在“链接”的属性对话框中点选页面，如下图，单击下拉箭头，显示本文件中所有的页面，单击所要跳转的页面名称，在工作区中自动生成一个按钮，单击该按钮可跳转到所链接的页面。

如果选择了“页面上的按钮”，则创建的链接按钮直接链接到跳转页中的那个按钮上。点击这个链接按钮，不但视图跳转到指定的页，并且直接执行目标页中的按钮对应的动作。但链接“页面上的按

钮”不能链接到本页的按钮上，链接到本页的按钮可以使用热文本（编辑文本时，点操作类按钮）。

创建链接按钮后，修改链接按钮所在的页名称或者链接到的页面的名称，链接按钮仍然有效。可以通过“复制”-“粘贴”的方式得到链接按钮的副本。

关于页面中的“文档选项”详细介绍，参见“文件菜单”的“文档选项”章节。



第七节 “滚动”按钮的制作

几何画板“操作类按钮”的最后一个“滚动”按钮，当一个页面内容很多，无法全部显示时，可以通过该按钮控制显示内容在屏幕内滚动。

在绘图区域中构造一个点并选定该点，打开“滚动”属性对话框，选择滚动方向后单击“确定”后生成一个“滚动”按钮。单击该按钮整个绘图区域中的对象随着点进行滚动。如滚动方向中的“窗口左上方”是指选定的点移动到窗口左上方，而画板的画面随选定的点，也向窗口的左上方平移。按住“alt”键，鼠标形状会由张开小手变为捏物小手，鼠标左键可以拖动画板显示区域移动。如下中图。



在操作类按钮的标签选项卡中，如果输入按钮标签是“名称+&+字符”，则在绘图区域中，这个字符就是这个按钮的快捷键。如上右图，f 就是动画参数按钮的快捷键。当键盘不是编辑文本或者标签状态时，直接按键盘上的“f”，按钮动作就被执行，再按一次“f”，按钮动作被停止。如果绘图区域按钮的快捷键有重名，则按照操作类按钮“诞生”的顺序执行第一个按钮动作。

字符可以是数字、字母或符号，字母不区分大小写。

如果制作音符函数，使用快捷将音符的标签快捷键标识为 1、2、3、4、5、6、7 等不同快捷键，则使用键盘演奏也成为了可能。

如果想让操作类按钮执行的动作，在打开画板文档时，直接处于执行状态，可以在保存画板文档前，选定想要打开文档就执行的操作类按钮，然后关闭画板，当系统提示是否保存修改时，选择保存退出。重新打开文档，被选定的操作类按钮动作就立即执行。

“操作类按钮”上的文字可以通过文本工具栏进行修改，也可以在“编辑”-“参数选项”-“文本”-“改变对象属性”-“操作类按钮”中设定默认值。在几何画板中，按钮文本的背景颜色不可修改。按钮的颜色可以选定按钮，通过“显示”-“颜色”来修改。

隐藏函数

这个按钮的颜色是蓝色，文字颜色是红色，文字背景是灰色。框选或者点蓝色区域选定按钮，此时“显示”-“颜色”，设置的就是按钮颜色；“显示”-“增大尺寸”和“减小尺寸”改变按钮和文字大小。框选选定按钮，调出文本工具栏，可以对按钮的标签字体、字号、字型、颜色等进行设计，字号同时控制了按钮的大小。用鼠标点蓝色的背景可以选定按钮，点标签文本则执行按钮携带的动作。

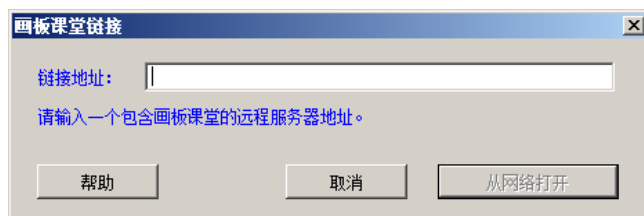
在实际操作中，经常会因为制作画板文档的电脑分辨率与外接展示设备，比如投影机、液晶电视等展示设备的比例和分辨率不同，导致电脑上的画板文档，在其他设备上展示时画面比例和显示区域不同。比例失调问题可以调整投影机和电视机合适的显示分辨率解决。而因为分辨率的不同，导致显示面积不同，可使用 18 号自定义工具中的“适应分辨率”来解决。在工具绘制的框中制作画板对象，在特定的显示率下，就能刚好把框内的内容在投影中显示出来。这个工具使用了滚动按钮了，实现了展示画面居左上或者居中显示，在参数版中，还提供了通过修改任意分辨率适应投影设备。导航式页面模板给板友预留了放置在页面间跳转按钮的位置。按钮翻页式模板预留了放置“链接”按钮的圆形位置。使用模板工具制作多页面文档，画板作品可以呈现系列页面。

第六章 文件菜单

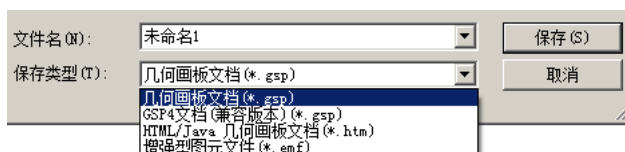
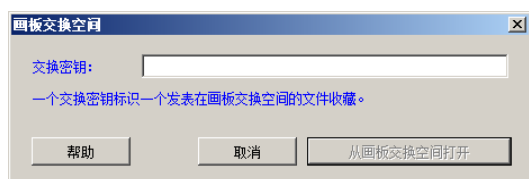
几何画板的大部分命令都可以在菜单栏找到，工具箱和部分最常用的菜单在前几章已经介绍完毕。从本章开始，对画板各个菜单中前文没有涉及到的选项功能进行介绍。

第一节 文件菜单

在文件菜单中 5 条分割线，将菜单中 12 个功能项目分为 6 个功能区。



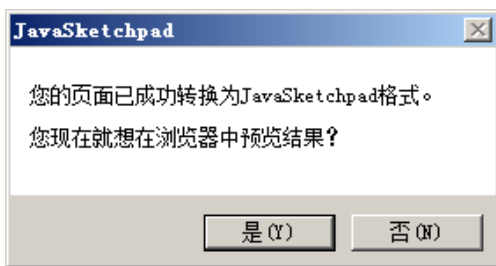
- 1、“新建文件(N); Ctrl+N”。点击就在画板中新建一个文档窗口，并作为当前活动窗口。
- 2、“打开(O); Ctrl+O”。打开其他画板文档，并成为当前活动窗口。因为几何画板在开发和升级的过程中，跨越式升级幅度比较大，尽管在 5.06 版本中，提供了对 gsp3/gsp4 的语言支持，但更早期的画板文档，使用 5.06 并不能保证打开。
- 3、“画板课堂链接”。打开后会引入一个对话框，需要键入课堂远程服务器地址。此项功能在中文版中未能启用，包括其中的“帮助”都被忽略了。
- 4、“画板交换空间”。在汉化版本没有开放。其中“帮助”和“从画板交换空间打开”均无效。



5、“保存(S); Ctrl+S”。保存有修改动作的文档。随时编辑随时保存，能确保文档不因意外关机而损失惨重。此命令是保存文档后不退出编辑状态，继续编辑文档。默认的文件名从“未命名 1”开始，以后数字顺延，扩展名为“.gsp”。一次确定保存文档路径，下次画板自动记忆文档路径。

6、“另存为/另存为网页(A)”。正常打开“文件”菜单，此项功能是“另存为”，就是文件改名或者修改格式存盘。“几何画板文档(*.GSP)”就是常用的几何画板文档格式。“GSP4 文档(兼容版本)(*.GSP)”是较低画板格式文档，能适用于配套的计算器中。“HTML/Java 几何画板文档(*.htm)”是画板网页文档，此格式文档可以在网页上打开。当打开“文件”菜单时，按住 Shift 键，此项功能就变为“另存为网页”，其运行效果同于在“另存为”选项中勾选“HTML/Java 几何画板文档(*.htm)”格式。选择了网页文档后，如果在保存网页文件的文件夹中，已经复制了安装路径下的“Support Files”文件夹中的 jsp5.jar 文档，点击“确定”，会出现下左图提示。点击“是”，安装了匹配版本 Java 程序的电脑就可以打开画板网页文档，如下右图，画板动态效果和按钮都可正常运行。Jps5.jar 只能支

持部分画板对象在网页中展示，不能将画板构图所有对象和效果转移到网页中。

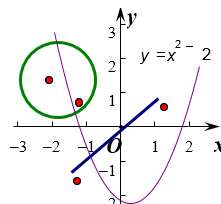
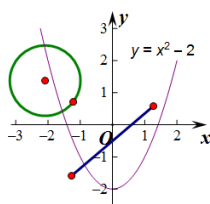


This page uses [JavaSketchpad](#), a World-Wide-Web component of [The Geometer's Sketchpad](#). Copyright © 1990-2012 by KCP Technologies, Inc. Licensed only for non-commercial use.

动画点



将画板文档存为“增强型图元文件 (.emf¹⁷)”格式，当文档图片用于其他兼容软件时，可以进行拆分、组合等编辑。下左图就是画板文档，另存为此格式文档后，以图片形式插入到 word 中并取消“组合”效果。可以对其中的构件（图元）进行移动，圆和线段都可以脱离原来的父对象，函数解析式也可拆分了。



如果画板中的对象过大，比如直线几乎无限长，不管是全选整个对象复制，还是另存为 emf 格式文档，在画板外的其他软件中，都是把画板窗口可视范围内的对象引用为图片。

7、“关闭(C)；Ctrl+W”。保存当前窗口文件并退出当前编辑。

8、“文档选项(D)；Shift+Ctrl+N”。详见本章第二节。

9、“页面设置(G)”。根据系统安装的打印机情况，进行画板打印时的页面设置。

10、“打印预览(V)”。提供了预览打印效果的功能，其中“调整到页面大小”十分实用。



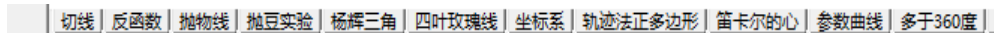
11、“打印(P)”。按照预览的效果打印文档。

几何画板的强项是动态演示，其打印输出功能比较弱。实践中，多采用截屏软件、QQ 捕捉屏幕或者使用其他软件，将画板文档的页面复制成 png 格式¹⁸或者其他图片格式，粘贴到 Word 等文字编辑软件中编辑输出。在画板中圈选对象，“复制”到系统剪贴板，到其他软件中“粘贴”也是常用方法，而且这种办法复制文档体积小，画板对象背景是白色时，在其他软件中属于“透明”图片。

12、“退出(Q)；Ctrl+Q”。退出画板软件，会提示是否保存各个窗口打开并做过编辑的文档。

第二节 文档选项

在文件菜单中，很常用的一个命令是“文档选项”，通过这个选项，可以在一个画板文件中，增加、复制、修改、删除、多个文档页面调序，实现文件的多文档页面管理，当文档中有多个页面时，在绘图区域的最下方，水平滚动条的前方，会出现如下图的页名称排列。

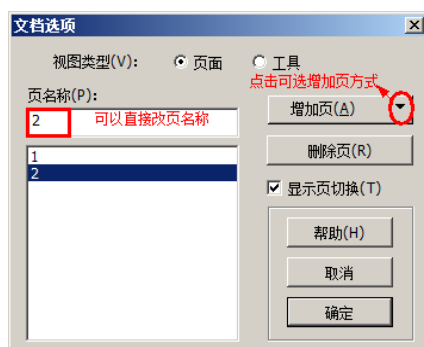


点击“文件”-“文档选项”或者在空白处右键，点“文档选项”，都可进入“文档选项”对话框。

¹⁷ EMF 文件格式(Enhanced MetaFile) 是在印刷工业中应用于 Windows 操作系统的文件格式。EMF 是设备独立性的一种格式，也就是说 EMF 可以始终保持着图形的精度，而无论用打印机打印出何种分辨率(dot/inch)的硬拷贝。

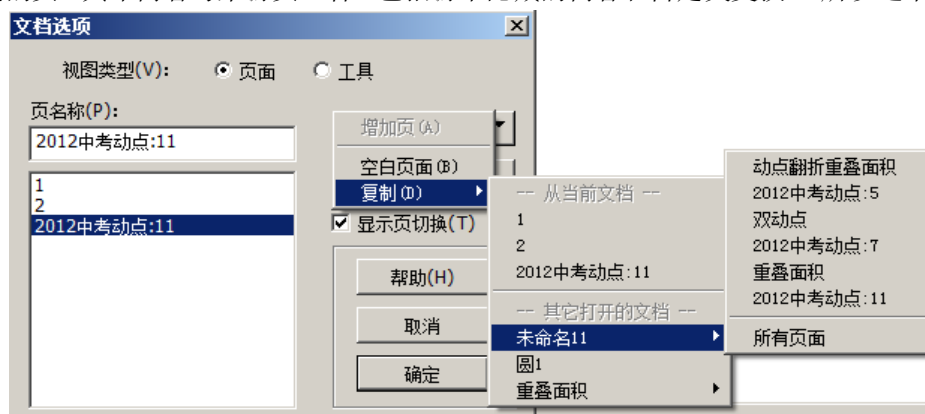
¹⁸ PNG-流式网络图形格式(PorTable Network Graphic Format) 是一种位图(bitmap file)存储格式。该格式图片因其高保真性、透明性以及文件体积较小等特性，被广泛运用。

几何画板的文档有两种类型，一种是展示画板中各种对象的，是“常规文档”，打开后就看到了多个对象；一种是自定义工具，是“工具文档”，打开后，就调用了工具。文档视图类型有“页面”和“工具”。“页面”是管理常规文档视图的，“工具”是管理自定义工具文档的。



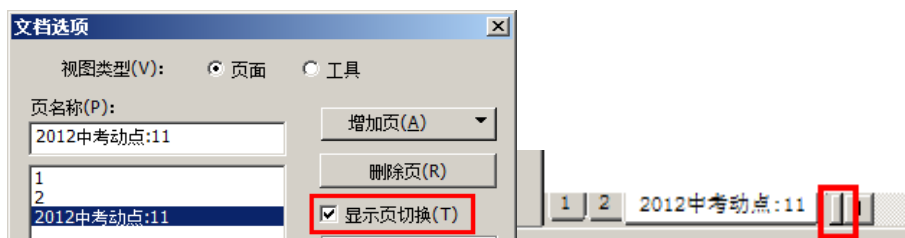
一、页面视图

1、增加页。点击增加页，会出现两个选项，一个选项是“空白页面(B)”，点击后在文档中会增加新的一页，系统默认新的页面的名称是 1, 2, 3..., 页名称可以在“页名称(P)”编辑框内修改，但页名称的字体和字型等不能修改；另一个选项是“复制(D)”，点击后会列表显示当前文档中所有页和当前画板打开的其他文档的所有页，选定想要的页（可以是打开的其他 gsp 文档的页），此时文档中会增加一个选定的页，其中内容与来源页一样（包括源中隐藏的内容和自定义变换），所以这个选项叫复制。



在上图中，可以复制的页可以是当前文档的第 1 页，也可以是“圆 1”文档（此文档只有一页，否则，会出现向右的黑箭头），还可以是“未命名 11”中的任意一页或者“所有页面”。点击后，当前文档页面自动复制来源页和内容，并把页名称也引入进当前文档的当前页。

2、设置页切换。当勾选“显示页切换”时，在文件的左下角会出现如下图右的页面切换按钮。当把前面勾去掉，下面的切换按钮就会消失。



如果禁止“显示页切换”，可以通过拖动页面名称右边的小滑块来切换多页面。

当一个文档有多个页时，键盘上 PageUp 和 PageDown 键可以前后翻页，Home 和 End 键直接到首尾页。使用激光遥控笔也可以对多页画板文档进行翻页。

3、改变页排列顺序。当鼠标进入到页名称列表的区域，在页名称上滑过时，鼠标会变为斜向箭头并携带一条有上下箭头形状，见下左图。点住页名称，可以上下拖动页名称，页在文档中的排序也随

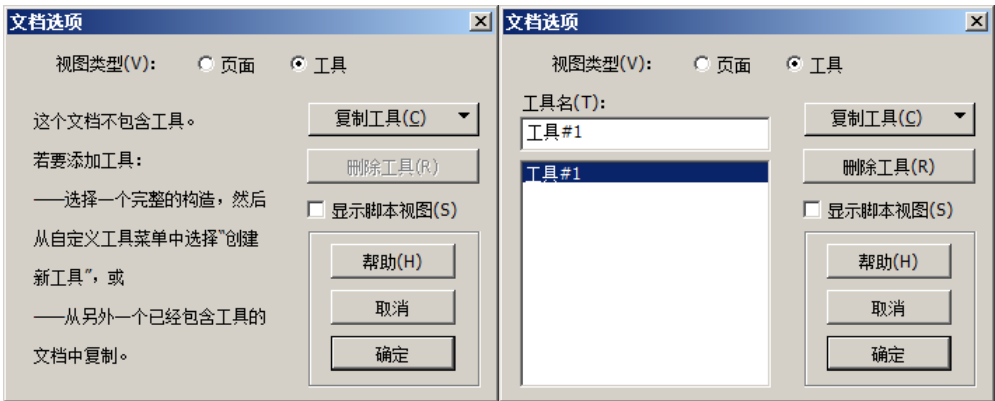
之改变。如果还有页面是系统默认的页面号，这个号码也会随位置改变而自动更新变化。



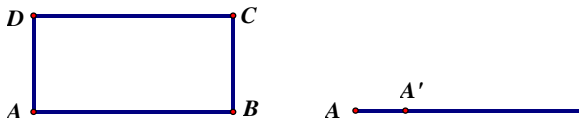
4、删除页。如果想要删除一页，只要选定一个页面，点击“增加页”下方的“删除页”即可。
含有多个页的文档，每个页中的参数和自定义变换，只在本页中有效，不能在其他页生效。但使用复制增加的页，其参数、自定义变换和隐含的过程等全部复制了过来，在当前页都有效。

二、工具视图

单击“视图类型”-“工具”，可以看到下图的界面(点住自定义工具-“工具选项”，也可以进入)。
当前打开文档不是工具文档时，点“视图类型”-“工具”，就会出现左图的界面；当前打开的文档是工具文档时，就会出现右图的界面。通过一个例子说明这个“工具视图”-“删除工具”的用法。



例 1、绘制满足要求的矩形
要求：已知矩形 ABCD，长是宽的 2 倍，并且保证矩形长边水平。



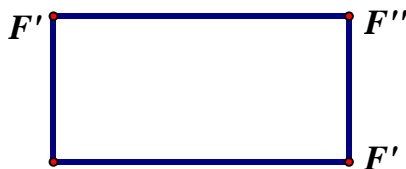
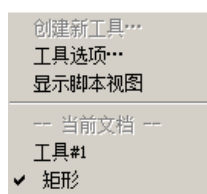
- 操作步骤：
- 1、在绘图区任意构造一点 A，选定点 A，点击“变换”-“平移”，按极坐标方式，平移 1cm，固定角度 0° 得到 A'。
 - 2、利用射线直尺工具，先点击点 A，再点击 A'，得一射线
 - 3、在射线上任取一点 B，利用线段直尺工具连接 AB。
 - 4、选定线段 AB，单击“构造”-“中点”（快捷键 Ctrl+M）
 - 5、双击点 A 标记中心，选定刚才构造的中点，“变换”-“旋转”-“90°”，得到点 D。
 - 6、利用平移可以得到矩形 ABCD。
 - 7、隐藏不必要对象得到下左图。



8、框选矩形，点住“自定义工具”-“创建新工具”，并修改工具名字为“矩形”。

9、显示所有隐藏，全选后删除。

10、选定刚才制作的矩形工具，在绘图区绘出矩形见下图，点击后再点击“移动箭头工具”或者按 Esc 键，释放鼠标到“移动箭头工具”状态。



11、打开文档选项，选择“工具”，点“删除工具(R)”，就能把矩形工具删除。

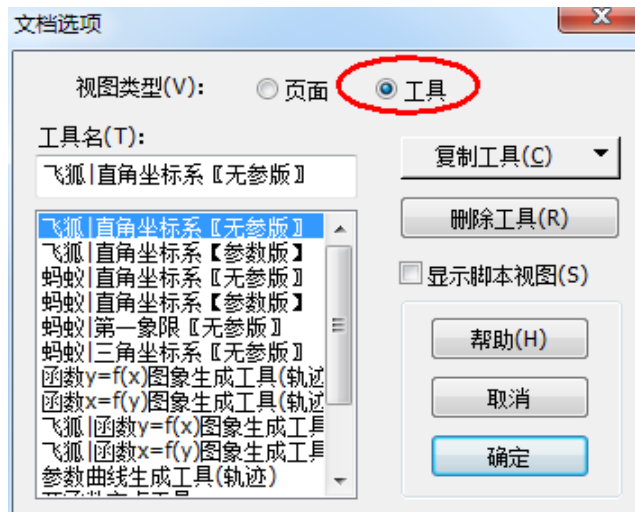
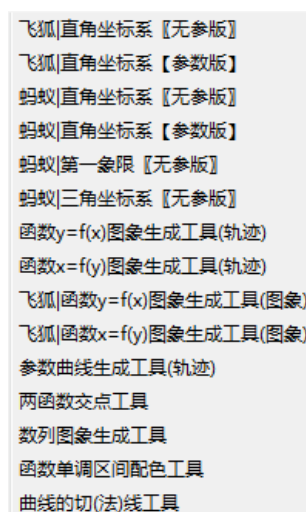
12、修改矩形的标签，得到矩形 ABCD。

以上的过程是制作了一个矩形工具，最后在第 11 步又将这个工具删除了，只是绘制了一个有特殊意义的矩形。将这个工具文档保存，存放在几何画板指定工具文件夹中，重新打开几何画板软件，这个工具将会被系统调用。

使用自定义工具绘制的图形，所有在工具制作过程中被隐藏的对象，都不会通过“显示所有隐藏”被显示出来。而且，这个工具可以重复使用。想要知道一个文档的制作过程时，可以将文件制作成临时工具，然后，点住“自定义工具”-“显示脚本视图”，就能看到文档的制作过程了。

使用“文档选项”的“工具”视图，能够对一个工具文档中的多个工具进行管理，实现一个工具组包含多个子工具的目的。

比如，在 5.06 版本中，经典坐标系就有 15 个子工具，就是通过“文档选项”-“工具”视图，将各个子工具文档管理到一个大的工具文组中的。下图就是打开系统携带的经典坐标系文档后的“工具”视图对话框。



点击“复制工具”，就将出现画板当前调用的所有自定义工具列表，可以任意点击其中之一，复制到本文档的“工具名(T)”列表中。在列表选定任何一个文档，可以改名、删除和移动调整排列顺序。

第七章 编辑菜单

在编辑菜单中 6 条分割线，将菜单中 15 个功能项目分为 7 个功能区。
这里一些常见命令与一般的 Windows 软件相似，但也有不同之处，例如“撤消”与“重做”，当按住 Shift 键，这两个菜单就会变成“撤消所有”与“重做所有”。

编辑(E)	显示(D)	构造(C)	变	选择父对象(N)	Alt+↑
撤消动画参数(U)	Ctrl+Z			选择子对象(H)	Alt+↓
重做(R)	Ctrl+R			剪裁图片到多边形	
剪切(T)	Ctrl+X			分离/合并(S)	
复制(C)	Ctrl+C			编辑定义(E)...	Ctrl+E
粘贴图片(P)	Ctrl+V			属性(O)...	Alt+?
清除(E)	Del			参数选项(F)...	
操作类按钮(B)			▶		
全选(A)	Ctrl+A				

第一节 基本命令

- 1、“撤消(U)；Ctrl+Z”。撤消在画板中执行的动作，点击一次，撤回一步，直到退回到刚打开软件或文档的状态。其快捷键是“Ctrl+Z”，同于 Windows 操作。但“Shift+Ctrl+Z”后，就是撤消所有动作，直接回到初始状态。这个菜单是智能的，当前绘制动作不同，“撤消”后边的名称也不同。
- 2、“重做(R)；Ctrl+R”。就是将刚才撤消的动作恢复，其意义与撤消相反。
- 3、“剪切(T)；Ctrl+X”。将选定的对象剪切到系统剪贴板，被选定的内容在绘图区域中消失。
- 4、“复制(C)；Ctrl+C”。将选定的对象复制到系统剪贴板，被选定的内容还在绘图区域中。
- 5、“粘贴/粘贴图片(P)；Ctrl+V”。如果最后一次放入系统剪贴板的是图片，就出现“粘贴图片”。如果选定已有图片，而系统剪贴板最后的内容还是图片，会出现“粘贴替换图片”，详见下节。
如果系统中有迅雷等管理占用系统剪贴板等软件，复制和粘贴有时会出现冲突问题。
- 6、“清除(E)；”。将选定的对象删除。随选定的对象不同，菜单选项名称不同。
- 7、“操作类按钮(B)”。可以创建 7 种动作按钮，详见第五章。
- 8、“全选(A)；Ctrl+A”。选定全部对象。如果没有前提要求，点击此命令选定当前绘图区域中显示的全部对象(包括鼠标不可以选定的)。如果使用鼠标选择了工具箱中的工具（比如点、线段、直线、圆、多边形、文本和标识工具等），则全选的就是绘图区域中可见的工具（点、线段、直线、圆、多边形、文本和标识等）。使用此功能可以批量选定特定对象，然后，对批量对象做隐藏等操作。选定了某一个对象后，按“Shift+Tab”，会自动增加选定附近的同一种类型的对象。
- 9、“选择父对象(N)；Alt+↑”。找到选定对象的父对象，可以使用鼠标右键对象进而选定父对象或者通过信息工具找到并选定父对象。
- 10、“选择子对象(H)；Alt+↓”。找到选定对象的子对象，可以使用鼠标右键对象进而选定子对象或者通过信息工具找到并选定子对象。
- 11、“剪裁图片到多边形”。详见第二节。
- 12、“分离/合并(S)”。详见第三节。
- 13、“编辑定义(E)；Ctrl+E”。如果选定的对象是参数、计算解析式或者函数解析式，“编辑定义”就是编辑那个对象的本质定义。比如，选定的是参数，就是“编辑参数”的定义；选定的是计算解析式，就是“编辑计算”的定义。选定参数-“编辑参数”，会出现“编辑参数定义”的对话框。这个编辑器外表很像系统计算器，可以对参数进行新的运算。如果加入了计算，点击“确定”后，参数继续存在，但其内涵已经由参数变为计算解析式表达的定义了。如果参数参加了构图或迭代，则新定义的

内容, 继续“顶替”参数去控制子对象。同理, 有参数加入的计算解析式, 也可以通过编辑计算, 变为有参数内涵的定义。

如果选定的是函数解析式(主观输入绘图区域的函数, 不能是绘图笔绘制后创建的绘图函数), 就是“编辑函数”等。

14、“属性(O); Alt+?”。选定一个对象, 通过“属性”选项可以查看和修改它的属性, 不同的对象可以修改的属性不同。例如修改标签、修改参数当前的数值等, 也可以通过属性知道它是怎么产生的。还可以右键或者利用快捷键“Alt+?”, 打开属性对话框。在图片、图形内部、轨迹的属性中, 可以设置透明度, 透明度关系到图象颜色的锐度。如果一个对象的属性中没有勾选“可以被选中”, 这个对象在绘图区域中就不能被选定。这个对象复制后的子对象也不能被选定。想要使对象重新可以被选定, 需要右键对象, “属性”-勾选“可以被选中”。

第二节 玩转图片

一、复制粘贴图片。几何画板文件可以从其他文件中复制粘贴使用图片, 也可以直接把图片用鼠标拖进绘图区。在画板文档中, 如果没有复制过图片, 这个菜单选项显示的是“粘贴(P)”, 如果最后动作时复制了图片或者是在 Word 中复制了文本(就是系统剪贴板的最新内容是图片), 这个菜单选项就会变成“粘贴图片(P)”。如果画板已经有图片, 而且被选定, 同时, 系统剪贴板的最新内容是另一个图片, 此菜单选项会变为“粘贴替换图片(P)”, 点击后, 就使用新的图片替换已有的图片。对于粘贴进入画板的图片, 选定图片后可以拖动图片四周的句柄来改变图片大小, 如果拖动的同时按住 Shift 键, 此时图片边长会同比例缩放。如果绘图区域有两个图片重叠, 可以选定任一图片, 按鼠标右键, 选择图片是置于顶层还是底层。

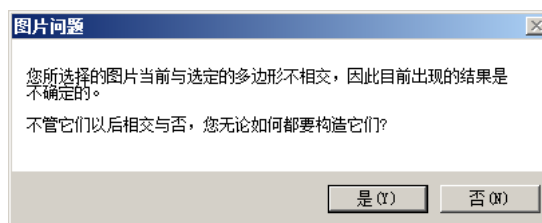
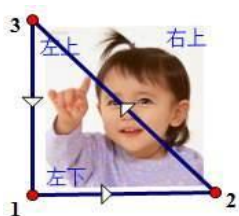
在画板中执行过复制图片以后, 不必选定图片, 在绘图区内选定 1 个点, 此时点“粘贴图片”的效果与合并图片到点的效果相同, 图片的几何中心与点合并。只选定了绘图区内 2 个点, “粘贴图片”会将图片的对角线的 2 个顶点与这 2 个点合并。只选定绘图区内的 3 个点, 那么图片 4 个顶点中的 3 个就会与这 3 个点合并。通过对点进行移动、动画、平移、反射等动作, 就能实现图片的多种变化。当粘贴的图片附加在 3 个点上时, 这 3 个点能确定一个平行四边形, 改变 3 个点的位置, 效果相当于对图片进行仿射¹⁹变换。3 个点 1、2、3 的选定顺序与图片的方向有密切关系, 下左图是“正”粘贴。

如果要分离图片和一个点, 选定粘贴后的图片, 按住 Shift 键, “编辑”-“从点中分离图片”。如果是将图片从两个点或者三个点中分离出来, 按住 Shift 键, “编辑”-“从定义中分离图片”。

二、剪裁图片到多边形

这个菜单的前提条件是: 选定一个图片和一个有芯的多边形。

在绘图区利用多边形工具构造一个四边形(带内部), 选定多边形内部和图片, 单击“剪裁图片到多边形”, 就可以把图片剪裁进多边形, 隐藏原来的图片。

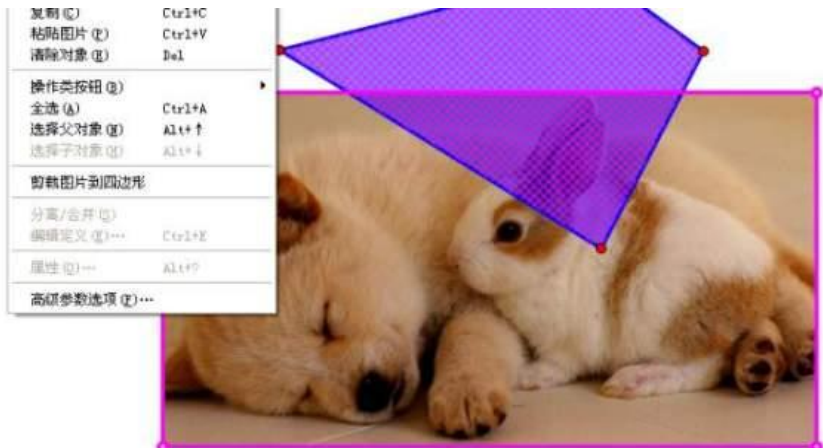


如果在绘图区域中的图片和有芯多边形有重叠部分, “编辑”-“剪裁图片到多边形”后, 图片会自动被隐藏, 只有重叠部分可见。如果在绘图区域中的图片和有芯多边形没有重叠部分, “编辑”-“剪裁图片到多边形”后, 会出现如上询问对话框, 图片也不会自动被隐藏。手工隐藏图片后, 当移

¹⁹ 当一个图形经过有限次平行透视后变为另一个图形时, 称他们成“仿射对应”。

动图片或者多边形，使得图片和多边形有重叠部分时，图片的“遮罩”效果还是会出现。

只有当多边形内部与图片有公共部分的时候，才能显示出图片，如下图。如果图片被隐藏了，被多边形覆盖到的部分图片会显示出来。利用这个功能，改变多边形顶点的运动路径，就可以决定图片的显示区间，从而可以打造逐渐显示文本或者图片的动态效果。



- 1、粘贴图片到画板的绘图区域。
 - 2、绘制一个有芯的多边形。并改变多边形使得它与图片有重叠之处。如果没有重叠，在剪裁图片时会有提问是否继续进行剪裁。
 - 3、选定图片和多边形，点击“编辑”－“剪裁图片到多边形”，图片自动隐藏。
- 改变多边形的形状，图片被多边形覆盖之处就显示出图片来。此功能相当于图片的“遮罩”。
- 想要把多边形内部添加斜线阴影，可以将一个斜线图片剪裁到一个多边形。旋转图片，还可以调整斜线的方向。

第三节 分离/合并

运用这个菜单选项可以把一个对象合并到另一个对象，或者把合并的对象分离开。随着选取对象的不同，此命令的名称会相应改变。通过该命令可以实现如下效果。

一、点与点的合并与分离

如果用线段直尺工具绘制一个三角形，但是不小心绘制成如下左图所示。此时，只需要选定点 D 和点 A，单击“编辑”－“合并点”就可以得到如下右图的三角形。

合并点时，选择点的个数和顺序很重要，每次只能选定两个点。如果两个点都是自由点，合并方向是从第一个自由点向第二个自由点合并。如果在两个点中，只有一个点是自由点，另一个点是有父对象的固定点，不管选点顺序如何，合并方向都是自由点移向固定点。合并后，标签为目标点的标签。



如果要想分离合并的点，只要选定合并后的点，点击“编辑”－“分离点”，就可以分离合并的所有点。看似两个点合并，如果合并前其中一个点是有“来历”的非自由点，或者，合并点是多个点经过多次合并而来的，“分离点”后，会将所有的合并在一起的点都分离开。“分离”功能最初是为纠错设立的，但也可以通过这个功能找到“父对象”，从而编辑父对象。如果是两个点合并，合并前自由点没有子对象，合并后，将不会再分离。

二、点与路径的合并与分离

运用上面的方法同样还可以实现点与线段（包括直线与射线）、圆、圆弧、多边形内部、圆内部、

弓（扇）形内部、轨迹和函数图象的合并与分离，合并/分离命令会因对象的不同而进行相应的改变。不管选择的顺序如何，都是点移向对象或离开。但目的地是“内部”的，是合并到对象的边界上。

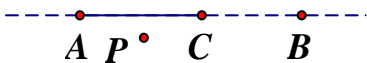
例 7.3.1 从线段上分离点合并到直线。

一个错误操作的形成与纠正过程：

- 1、构造直线 AB。
- 2、在直线上构造点 C。
- 3、构造线段 AC。
- 4、在直线 AB 上构造一个动点 P。但由于当时不注意，点构造到线段 AC 上了。

以后，以点 P 为父对象，继续制作其他对象，到了快结束时，发现，点 P 不能在直线 AB 上运动，只能在线段 AC 上移动。重做一个点 P 就白费了以前的心血。这时，就用到点与路径的合并与分离。

5、选定点 P，“编辑”-“从线段中分离点”，点 P 就成了自由点。只选定点 P 和直线 AB，“编辑”-“将点合并到直线”。点 P 就可以在直线 AB 上移动了。



三、文本与点的合并

动态字幕实际上是通过点的运动实现的。只要把字幕合并到一个点上，然后通过点的运动就可以控制字幕了。这里关键的一步是当选定文本和点后，必须要按住“Shift”键，“编辑”菜单中才会出现“合并文本到点”选项。

合并文本到点其实是将文本的“像”与点合并了，原始的文本没有改变，没有文本移向点或者点移文本之说。修改原始文本的内容，合并的内容作为“像”也变了。但颜色和大小等，原始的文本和“像”可以分别设置。想要文本和点分离，直接删除文本的“像”即可。如果将原文本删除了，合并到点上的“像”也没有了。

四、合并图片到点

只选定一个点和一个图片，点击“编辑”-“合并图片到点”。此操作不同于合并文本到点，是图片移动到点的位置，图片的几何中心与点重合。因为图片移向点而合并的，所以，只选定合并后的图片（不选点），“编辑”-“从点中分离图片”，能将点图分离。

五、从定义中分离点

如果某一个点是通过某种变换而得到，则称这个点是一个定义点。可以通过这个命令，将它从定义中分离出来，脱离原来的父子关系，也就脱离了这种定义，变为自由点。

例 7.3.2 从定义中分离点。

- 1、在绘图区域中构造一条水平线段 AB。
- 2、在线段的上方构造一个点 C。
- 3、双击线段，标记镜面。
- 4、选定点 C，“变换”-“反射”。得到点 C'。

这个点 C'就是反射变换定义得到的点。它的父对象是点 C 和线段，它不是自由点。如果选定 C'点并同时按住 Shift 键，“编辑”-“从定义中分离点”就可以将 C'从当前的定义中脱离，变成自由点。



使用坐标绘制的点，也可以“编辑”-“从坐标系分离绘制的点”来解除定义，变为自由点。

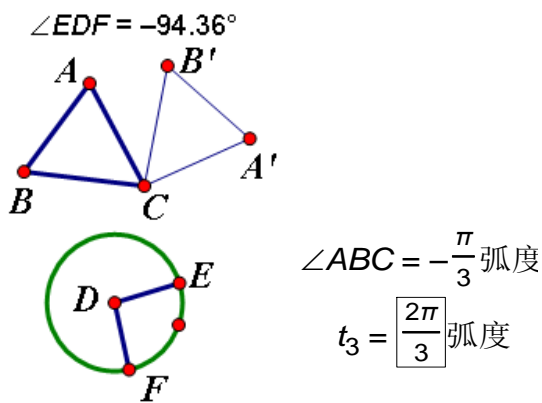
第四节 参数选项

“参数选项”是设置画板软件的一些默认基本设置的，就是设置软件中绘图的基础环境。比如度量值的单位、画板的背景颜色、文本的字体属性、工具的基本选项等等。

“编辑”-“参数选项”，就进入了系统“参数选项”设置对话框。

一、“单位”选项卡

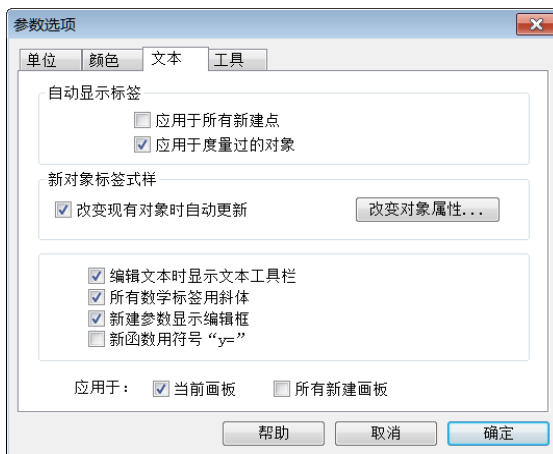
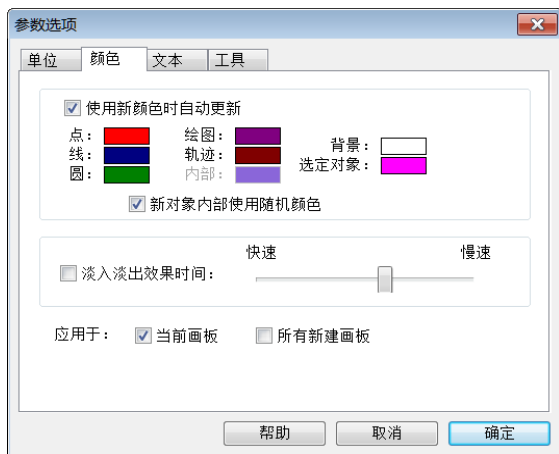
可以修改一下数值的单位和显示精确度。“角度”包括三种单位²⁰，分别是度、方向度和弧度。“距离”也包括三种单位，分别是厘米、英寸和像素（在 Windows 系统中，一个像素等于 1/96 英寸）。“其它”（如坐标、度量的斜率、方程中的系数等）不用设置单位，但可以设置显示精确度。“精确度”就是数值显示的精确度（最高精度为十万分之一，最低精度值为单位值，就是 1。在画板实际运行过程中，计算精度远高于显示值），在这里修改以后，当前画板中所有的数值都会发生变化。



将角度的单位选为“度”，则度量的角度值在 $[0^\circ, 180^\circ]$ 区间内，以一个度量角度为变化参数旋转对象时，不能做 360° 旋转。将角度单位选为“方向度”或者弧度，则度量的角度为 $[-180^\circ, 180^\circ]$ 或 $[-\pi, \pi]$ 。以一个度量角度为参数旋转对象时，能做 360° 旋转。如上中图的角 EDF，线段 DE 是角的始边，线段 DF 是角的终边，角的方向是逆时针旋转。当将“角度”的单位设定为“度”时，不管点 F 移动到哪里，显示的角度值，始终小于 180° ，当将“角度”的单位设定为“方向度”时，点 F 在圆上移动时，显示的角度值有正有负，尽管数值始终小于 180° ，但符号标明了角的方向。

角度的单位由“度”变为“弧度”时，绘图中特殊角度，会自动转换为 π 的倍数。如上右图。

如果勾选了“所有新建画板”，则以后新打开的画板也执行这里的设置。



例 7.4.1 用度量角度控制三角形，三角形实现 360° 旋转。

²⁰ 角的度量由于单位的不同，一般分为角度制、百分制、厘制和密位制。常用的角度制包括度和方向度，厘制又叫弧度制。

- 1、在绘图区域绘制任意三角形 ABC。
- 2、构造一个圆，圆心为 D，在圆上绘制两个点 E、F。
- 3、连接半径 DE 和 DF。
- 4、选定两条半径线段和圆心，“度量”-“角度”。
- 5、双击点 C 标记为旋转中心。右键度量的角度值-“标记角度”。
- 6、框选△ABC，“变换”-“旋转”。
- 7、拖动点 F，三角形随动旋转。

当“参数选项”中的角度单位为“方向度”时，△ABC 才可能随点 F 旋转一周，实现 360° 旋转。

二、“颜色”选项卡

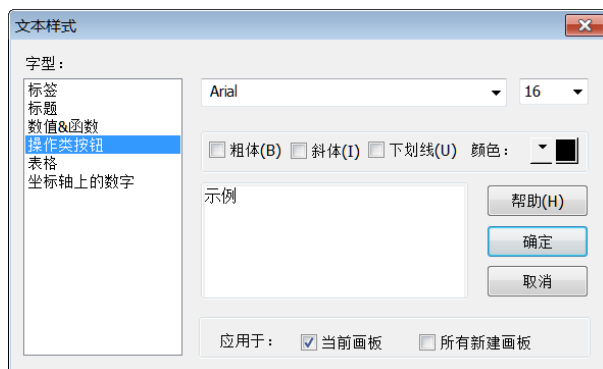
这里可以统一地修改一些对象的颜色，包括背景色的修改。注意：“淡入淡出效果时间”，勾选后，只有追踪一个对象时或者对象由隐藏到显示的过程时，可看到效果。可以调整淡入和淡出的速度，就能改变对象踪迹消失的速度。在“显示/隐藏”操作类按钮的属性中，有选择这项功能的选项。

背景是指绘图区域的背景，修改背景颜色会出现多彩的画板。“选定对象”颜色就是指“选定对象”时，对象突出显示的颜色（默认粉色）。新构造“内部”，可以勾选“新对象内部使用随机颜色”。

三、文本选项卡

这里分三个部分，对于各部分前面的单选框是否勾选，可按需调整。其中“新建参数显示编辑框”如果不勾选，新建的参数将没有编辑框，这样的参数不能通过在编辑框中直接输入数字的方法修改参数大小，如上右图。在“改变对象属性”中还有许多选项，能修改如下图对象的默认“文本样式”。

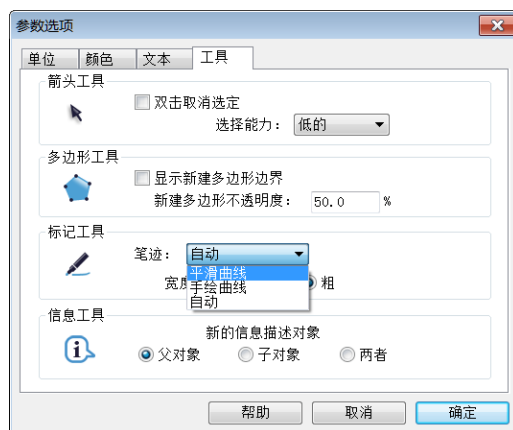
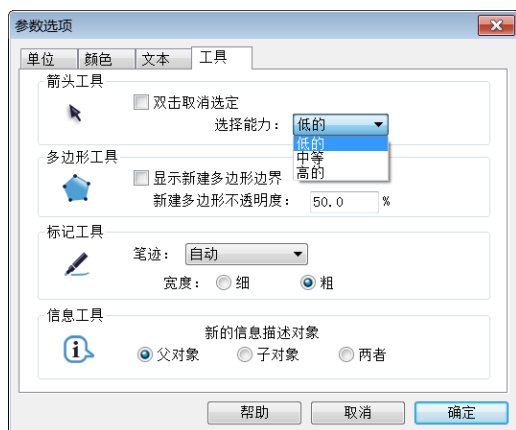
$a = 1.00$ 有编辑框
 $b = 1.00$ 无编辑框



文本样式主要是指标签、标题（就是说明文本）、数值和函数、操作类按钮、表格、坐标轴上的数字（刻度标注）这些文本对象的默认字体、字号、字型、颜色的设定，并选择应用范围是“当前画板”还是“所有新建画板”。

“操作类按钮”的“文本样式”中的颜色是指按钮上标签文本颜色，不是标签颜色，在几何画板中，按钮文本的背景颜色不可修改。按钮的颜色通过“选定按钮”-“显示”-“颜色”来修改。

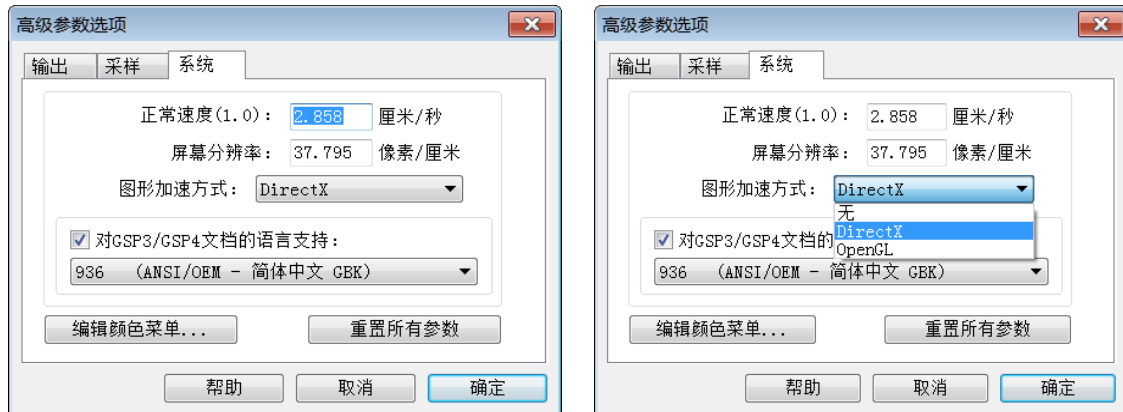
四、工具选项卡



可以设置“移动箭头”的“取消选定”和“选择能力”。“双击取消选定”是指取消选定对象的方式，在默认情况下，选定了对象以后，在绘图区域中的空白处，点击一下鼠标左键，就取消了所有被选定对象。如果勾选了“双击取消选定”，就需要在空白区域中，双击鼠标，才能取消所有被选定的对象。“选择能力”就是移动箭头工具与对象间的“磁性”，决定使用移动箭头工具选定对象的难易程度。“多边形”可以设定是否显示边界和透明度，多边形的默认透明度，可以直接修改数值设定（数值越大，越不透明），这两项设定还可以右键多边形内部后，在属性中修改。“标识工具”笔迹有“平滑曲线”、“手绘曲线”和“自动”3种选择，外加2种宽度，共计有6种组合可选。在构图中，“平滑曲线”和“手绘曲线”区别并不明显。

五、高级参数选项

按住 Shift 键以后，“编辑”-“参数选项”，就变为了“编辑”-“高级参数选项”。



在“系统”选项中，最常用的就是“对 gsp3/gsp4 文档的语言支持”，针对几何画板 3.x 和 4.x 的作品，这使得高版本的画板能够打开低版本的画板文件。在 5.06 的版本中，此项被汉化者直接勾选上了，成了默认值。但对于更早版本的几何画板文档，勾选了这个语言支持，也不能保证打开。

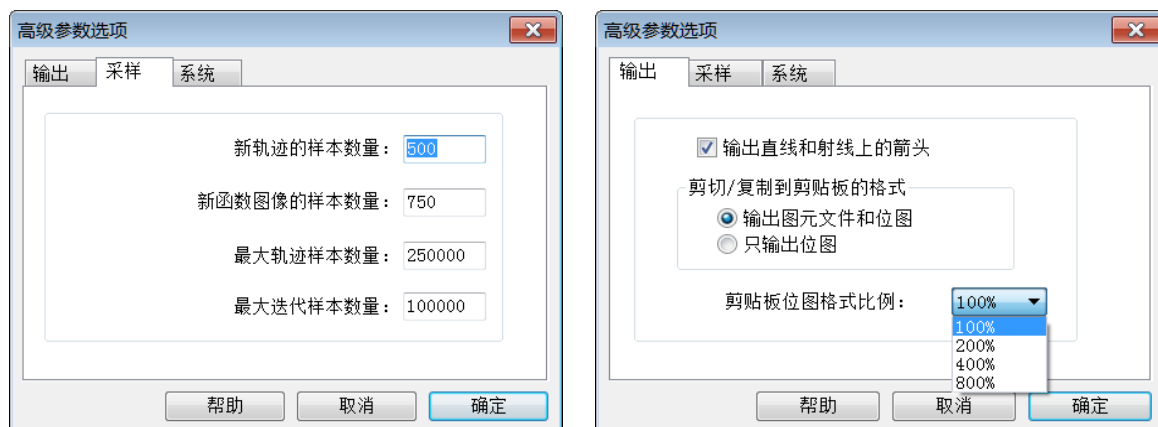
“正常速度”、“屏幕分辨率”和“图形加速方式”都是与系统有关的设置，修改其中的值会影响到画板的计算和显示精度，建议不要修改。这里的“正常速度”对应“动画”和“移动”对象中的“中速”，就是每秒对象移动 2.858 厘米（9/8 英寸，不同的电脑分辨率，此值显示略有不同）。如果修改了“屏幕分辨率”，坐标系单位长度在视觉上会改变，但几何画板作品在其他电脑或者软件中，容易失真。“图形加速方式”选用“DirectX”能适用于更多的电脑设备。“编辑颜色菜单”是修改“显示”-“颜色”或者文本工具栏中字体颜色下拉条中各种颜色选项卡的色谱的，可以根据自己对颜色的喜好修改。“重置所有参数”点击后会将几何画板恢复到出厂值。包括“参数选项”中的各种设置、包括自定义工具文件夹的指定，全部恢复到出厂值！而几何画板出厂时，没有勾选“对 gsp3/gsp4 文档的语言支持”项，此选项卡中，这个勾取消，成了成功“重置所有参数”的见证了。点击“重置所有参数”后，自定义工具全部失去，因为出厂没有指定工具文件夹，安装时默认的工具文件夹路径也是国人汉化后指定的。并可能导致几何画板文件中某些对参数值高度依赖的对象失效，比如三角函数图象（因为“弧度”值的 x 轴，自动变为常规数字了）。请慎用此功能。

在“采样”选项中，一般都不需要改动，除非有特殊要求。“新轨迹的样本数量”在一般的情况下，系统默认的轨迹样本数量就够用了，除非想绘制十分“光滑”的轨迹。提高样本数量会降低系统的反应速度，而且是大幅降低，如果系统 CPU、内存和显卡都不是很强大，保持较小的样本数量是明智的选择。如果在实际操作中绘制的轨迹等不够圆滑，可以临时右键轨迹等增加样本数量。

如果在自定义工具的制作过程中，使用了一个特定的轨迹数量（非系统默认值），当使用工具时，不会按照工具确定的轨迹采样数量绘制轨迹，而是执行系统默认设定的轨迹样本数量。

“新建函数图象的样本数量”。同样道理，除非绘制的图象特别长，比如 750 厘米长的图象，最近的样本是 1 厘米，图象就不圆滑了。在实际绘图中，可以右键图象，“属性”-“绘图”临时增加。

两个最大值也不必修改，不是特殊工作，比如分形需要，足够用的。



这里的“输出”主要是指将画板文件输出到其他软件使用，最常用到的就是输出到 Word 中。如果勾选“输出直线和射线上的箭头”，在画板中框选的射线、直线和无限的轨迹，粘贴到 Word 中后，会在屏幕视线结束的地方，带有箭头，表示此线有方向和无限延伸。如果不勾选，直线复制到 Word 中，就是贯穿整个页面的线段。

“剪切/复制到剪贴板的格式”选项，“图元文件”是矢量图，不会因为放大而急剧粗糙，“位图”就是 bmp 格式文档。“图元文件”和“位图”在 Word 中没有明显差别。到了需要图元文件的软件中，需要对插入图形进行编辑，会有较大区别。此项勾选，决定“文件”-“另存为”的文件格式和内容。

“剪贴板位图格式比例”决定输出绘图采样的大小。在几何画板中绘制好的图，有多种方法输出到其他文档。在画板中，用鼠标圈选可以选定的对象，“编辑”-“复制”，就可以把选定的对象复制到系统剪贴板上，在其他应用软件（比如 Word 和 PPT）的文档中，选用“粘贴”就可以得到图片。这里的“剪贴板位图格式比例”就是设置圈选的画板内容，以选定的样本数量复制到剪贴板上。样本数量越大，粘贴到其他软件中的图片就越精细和平滑（锯齿不明显）。“200%”就是“样本数量”扩大到原来的两倍再放到剪贴板上。如果在画板中选用了较小的值，到了 Word 中再去放大图，图片会很粗糙。系统默认是 100% 输出，在大多数情况下，打印的图片已经足够光滑。增大“样本”数量，会增大系统的负载。下图分别是 100% 和 800% 的比例，粘贴到 Word 中放大后的比较，其光滑度明显不同。比较而言，使用 100% 采样率圈选复制粘贴到 Word 中的图，文件占用空间大小比截屏软件把画板图粘贴到 Word 中，约小三分之一。

在画板中圈选选定的构图对象背景是白色时，在其他文档中有“透明”的效果。圈选画板中的对象后复制，粘贴到兼容软件（如 word）的图片，可以取消组合，对构图进行个别构件移动。其效果等同于将画板文档另存为“.emf”格式图片，然后插入到 word 中的取消组合操作。



第八章 显示菜单

显示菜单决定了画板作品的外观品质，共有 17 个命令分为 6 个功能区。在使用投影机或显示器展示作品时，“显示”就十分重要了。在本菜单最后一个功能区，管理文本工具栏、运动控制台和工具箱。

显示 (D)	构造 (C)	变换 (T)	度量 (M)	数据	
点型 (P)					▶
线型 (N)					▶
颜色 (C)					▶
文本 (X)					▶
隐藏绘制的点 (H)		Ctrl+H			
显示所有隐藏 (S)		Shift+Ctrl+H			
显示标签 (E)		Ctrl+K			
绘制的点的标签 (L)...		Alt+ /			

追踪绘制的点 (T)	Ctrl+T
擦除追踪痕迹 (E)	Shift+Ctrl+E
生成绘制的点的动画 (A)	Alt+ `
加速 (I)	Alt+ +]
减速 (D)	Alt+ [
停止动画 (S)	
显示文本工具栏 (T)	Shift+Ctrl+T
显示运动控制台 (M)	
隐藏工具箱 (Q)	

第一节 对象外观

一、点型(P)。前提是选定绘图区域中含有点的对象或者角标识。有四种点型可以选择。

显示 (D)构造 (C)变换 (T)度量 (M)数据 (N)绘图 (G)

点型 (P)

线型 (N)

颜色 (C)


文本 (X)

最小 (M)

稍小 (S)

✓ 中等 (M)

最大 (L)



如果有多个点重合在一起，还想看到不同的点，就需要依据点构造的时间顺序，依次设置点型为更小的点，且各点用不同颜色（新点在上）。如上右图，就是 4 个不同颜色重合点放大后的效果。

二、线型(N)。前提是选定绘图区域中含有线（包括函数图象、轨迹线、自定义变换得到的线、边界多边形和迭代的象线等）的对象。如果选定的是多边形内部，且内部属性勾选了“显示多边形边界”时，也可以激活此选项，直接修改边框的线型。共计有 4 种线径和 3 种线型共计 12 种组合可选（多边形的边界只能为实线）。

显示 (D)构造 (C)变换 (T)度量 (M)数据 (N)绘图 (G)

点型 (P)

线型 (N)

颜色 (C)

文本 (X)

极细 (H)

细线 (N)

✓ 中等 (M)

粗线 (K)

实线 (S)

✓ 虚线 (D)

点线 (Q)

隐藏对象 (H)

显示所有隐藏 (S)

显示标签 (E)

对象的标签 (L)...

Ctrl+H

Shift+Ctrl+H

Ctrl+K

Alt+/

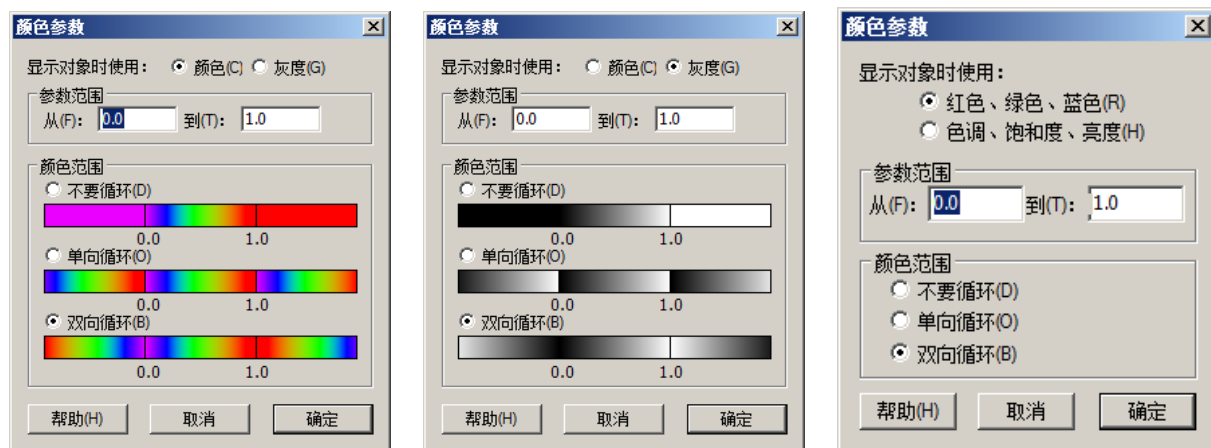
三、颜色(C)。选定绘图区域中的对象（点、线、曲线、文本、按钮、标签、内部、轨迹、自定义变换图形、函数图象、迭代象等）后，设置颜色。会出现颜色选项卡，提供了系统默认的 16 个颜色可以选择（此卡颜色组合可以在“编辑”-Shift+“高级参数选项”-“系统”中修改）。点击图卡最下方的“其它(O)”，可以打开下一级“颜色选择器”，可以无级选择各种过渡色。

在“颜色选择器”中，上边的 16 种颜色就是颜色选项卡的颜色。而“新建颜色”后边的两种颜色

系统的 6 个数值框中，可以直接输入需要的数值。还可以在渐变彩色中，使用鼠标点取其中任意位置颜色，然后，在右边的竖直滑竿中，通过调整那个控制三角的位置，对选定的颜色进行“亮度”、“红色”、“绿色”、“蓝色”的调整。比如“三角”滑块到最上端就是白色，“三角”到最下端就是黑色。



在颜色选项卡的下方，有一个“参数(P)”选项。如果选定的对象是“实体”对象（迭代的象、轨迹、函数图象和文本等除外）和一个参数（或度量值），此时，点击“参数(P)”，可以进入下一级“颜色参数”的对话框。如果显示对象时使用“颜色”，则参数控制颜色在紫色和红色范围内渐变（下左图）。如果显示对象时使用“灰度”，则参数控制颜色在黑和白范围内渐变（下中图）。如果选定的对象是“实体”对象（迭代的象、轨迹和函数的象等不是实体）和三个参数（或度量值），此时，点击“参数(P)”，可以进入下一级“颜色参数”的对话框（下右图）。此时，有两种选择，一种选择是使用三个参数控制对象红、绿、蓝三种颜色的 RGB²¹ 颜色系统，另一种选择是使用三个参数控制对象的色调、饱和度和亮度 HSV 颜色系统。如何选用和搭配使用，看板友实际需要了。



“参数范围”是参数变化的最小周期（循环节长度）。当参数变化值有多个周期时，可以选择颜色变化是否按照由紫色到绿色到红色的周期变化。“不要循环”颜色仅变化一个周期。“单向循环”颜色由紫到绿到红，再接由紫到绿到红循环。“双向循环”颜色由紫到绿到红，再接由红到绿到紫循环。

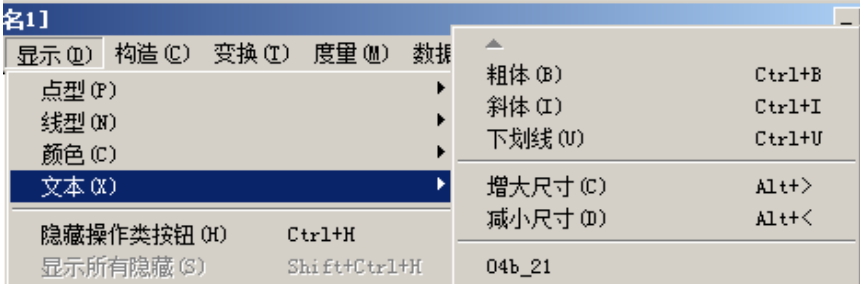
在对象的颜色参数设置中，对象可以一次选定多个，但参数一次只能选择一个或者三个，否则不会出现颜色参数对话框。如果某个对象 A 使用了参数作为颜色参数，则显示的是参数颜色的 B，A 被自

²¹ RGB 色彩模式是一种颜色标准，是通过对红(R)、绿(G)、蓝(B)三种颜色通道的变化以及它们相互之间的叠加来得到各式各样的颜色的，这个标准几乎包括了人类视力所能感知的所有颜色，是目前运用最广的颜色系统。

动隐藏了。将参数删除，对象 B 也被删除了，但原有的对象 A 继续被隐藏。因为通过鼠标右键“显示所有隐藏”不能将 A 显示出来，故称为“超级隐藏”。源对象可以通过显示某个对象的父或子对象显示出来。

四、文本(X)。

当选定的对象是文本（包括操作类按钮）、计算值或者显示了标签的对象时，点击“显示(D)”-“文本(X)”，会出现以下对话框，对文本进行样式、尺寸和字体进行设置。其中的改变尺寸快捷键“Alt+>”和“Alt+<”是高频快捷键，在 8 到 128 磅之间调整大小，这个区间以外的尺寸，需要直接输入数字。



如果在选择“点型”、“线型”、“颜色”、“文本”前，按住了 Shift 键，则本次设置只对当前选定的对象有效，以后绘制的对象恢复到本次选择对象以前的显示状态。比如，没有按住 Shift 键，在文本或者标签设置了字体和大小后，直接使用工具绘制“蚂蚁坐标系”，坐标系的字体就会随着文本的设置而改变。可以重新设置输入一次想要的字体，再绘制蚂蚁坐标系，坐标系的字体就会出现预期效果。

画板没有提供设定画板打开时默认的点大小和线粗细、线型等功能，默认的是中等大小的点和中等粗细的实线。

第二节 标签显示

一、隐藏对象(H)；Ctrl+H

选定绘图区域中的对象，点“显示(D)”-“隐藏对象(H)”，将隐藏对象，但其继续影响其子对象。

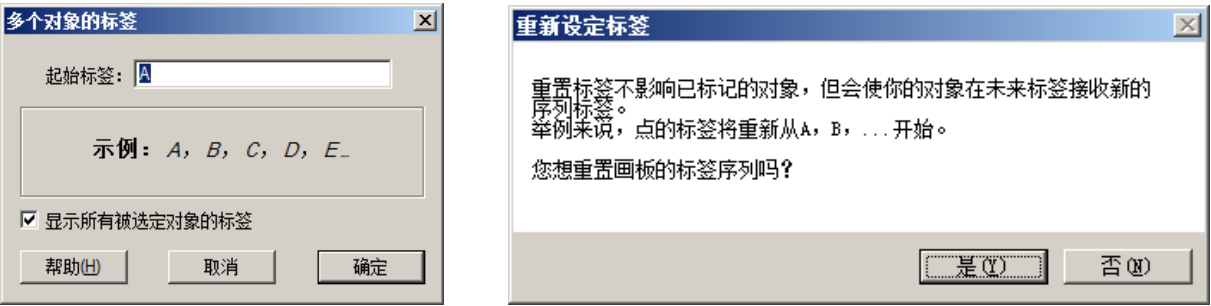
二、显示所有隐藏(S)；Shift+Ctrl+H

点击“显示(D)”-“显示所有隐藏(S)”，按照常规方法隐藏的对象就会显示出来。如果没有隐藏的对象，此命令不可用。自定义工具中隐藏对象和被“超级隐藏”的对象不能被显示出来。

三、显示/隐藏标签(B)；Ctrl+K

选定没有显示标签的对象，“显示(D)”-“显示标签(B)”会显示对象的标签；选定已经显示标签的对象，“显示(D)”-“隐藏标签(B)”，会隐藏对象的标签。

四、标签/重设下一个标签(R)；Alt+/,

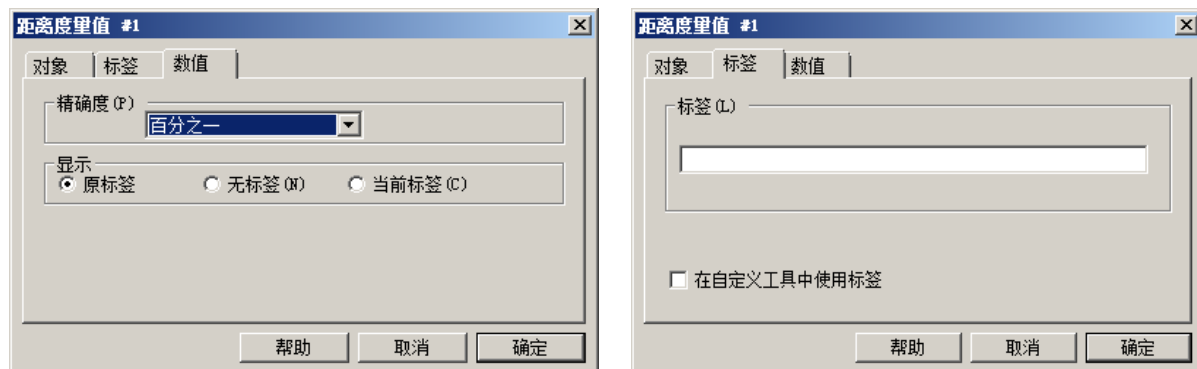


如果选定了多个对象（点、线、参数、度量值等都可以），点击“显示(D)”-“标签(R)”（不同对象，显示内容不同），会出现标签对话框，输入了第一个对象的标签，后边的对象会顺序自动加上标签。系统默认的对象都有默认序列标签，比如点是从 A 开始，圆是从 c1 开始，线段是从 j 开始等等，可以重设下一组对象序列标签从起始标签开始。比如已经有多个点的标签是从 A 开始的序列，还有一组点

想重新从标签 A 开始新的系列标签，不选任何对象，“显示(D)”-shift-“重设下一个标签(R)”，会出现上右图的对话框，选“是(Y)”就可以使得以后的默认标签系列重新从字母 A 开始标注。

选定多个对象，加上序列标签的快捷键是“Alt+/”，在绘图中高频使用。

如果选定一个对象或者度量值，“显示”-“度量值的标签”，或者右键，都会出现标签属性对话框。在标签中可以为对象或者度量值输入标签名称。关于标签格式的详细设置，参见第二章第四节“对象的标签”。“对象”是描述对象来历的。当对象是度量或者计算的数值型的，还会有“数值”选项，“数值”中的“精确度”是调整显示精度的，不是计算精度。“显示”可以选择对象或者度量值的标签形式。“原标签”是对象自动标签或人为输入的标签，“当前标签”是画板多个度量对象值的排序标签，默认从“#1”开始或者从“m1”开始。“无标签”则对象只显示度量值不显示标签。



当选定“点”以外的对象时，“在自定义工具中使用标签”就变为可选项。对象选定了这个选项，此文档如果被制作成自定义工具，当使用此工具绘制对象时，绘制的对象会携带系统排序的标签。如果度量值或者计算值的标签也勾选了“在自定义工具中使用标签”，在此文档制作的工具中，不但将对象的标签携带到工具作品中，也将度量和计算的操作携带到工具中，系统自动给度量值加上排序标签。此功能在制作自定义工具时非常有用。

第三节 运动显示

一、追踪(R); Ctrl+T

如果选定了绘图区域中的对象，点击“显示(D)”-“追踪对象(R)”，当对象运动时，会出现追踪踪迹。如果在“编辑”-“参数设置”中，勾选了“淡入淡出效果时间”，踪迹会缓慢淡入淡出。



二、擦除追踪踪迹(E); Shift+Ctrl+E

如果设定了追踪对象，当对象移动时就会有踪迹出现，如果没有使用“淡入淡出效果时间”，就需要使用“显示(D)”-“擦除追踪踪迹(E)”或者 Esc 键来擦除绘图区域的踪迹。还可以建立“系列”操

作类按钮，在属性中选“清除所有追踪踪迹”，利用按钮来擦除追踪踪迹。

三、动画(A)；Alt+`

此命令菜单是动态的，选定了绘图区域中的什么对象，就出现“动画某某”的命令。点击这个命令，就动画选定的那个对象。动画的对象，可以是参数。快捷键中的小顿号，在 Esc 键的正下方。当使用操作类按钮动画对象时，这个快捷键控制“恢复动画”和“暂停动画”。

四、加速(I)；Alt+]

点击会加快动画对象的运动速度。

五、减速(D)；Alt+[

点击会减慢动画对象的运动速度。

六、停止动画(S)

点击会停止动画对象的运动。当使用操作类按钮动画对象时，此功能变为“停止所有动作”。菜单级控制键为“Alt+D+S”。

第四节 控制显示

一、显示/隐藏文本工具栏(T)；Shift+Ctrl+T

系统“参数选项”可以设置“编辑文字时自动显示文本工具栏”，如果在编辑标签等文字时，没有文本工具栏出现，想要修改标签的字体、字号等就需要“显示”-“显示文本工具栏”。

例 8.3.1 笔形标签的输入

在做制表、描点、连线绘制函数图象的课件时，需要用到笔形的点标签。

1、在绘图区域中构造一个点，右键这个点，“点的标签”，输入半角英文“?”。

2、在选定点的状态下，“显示(D)”-“显示文本工具栏(T)”，选择字体为“wingdings”，“?”就变为了一个小手执笔的形状。选定点，快捷键“Alt+>”放大标签。



二、显示/隐藏运动控制台(M)

当点击这个菜单选项时，会显示或者隐藏动画对象的运动控制台。控制台中几个按钮的功能是：运动、停止、运动方向、暂停。



三、显示/隐藏工具箱(O)

当点击这个菜单选项时，会显示或者隐藏系统工具箱。

以上三个显示窗口，可以选定窗口边框的空白处，拖动到画板的窗口以外，就是视觉窗口的任意位置，并可以通过选定边界改变长宽比例（除运动控制台外）。当工具箱移动到画板窗框的边缘时，会自动吸附到画板窗口。文本栏和运动控制台移动到画板窗口上下边缘时，也自动吸附到画板窗口。

顺序选定一组文本型对象（文字、度量值、参数、算式、函数解析式、动作按钮等），按下“Shift+Enter”，所选定的对象会按照选定的第一个对象执行“列”左对齐，并顺序排列。连续“Shift+Enter”，会加大对象间距。画板中，没有设置自动执行“行”对齐的功能。

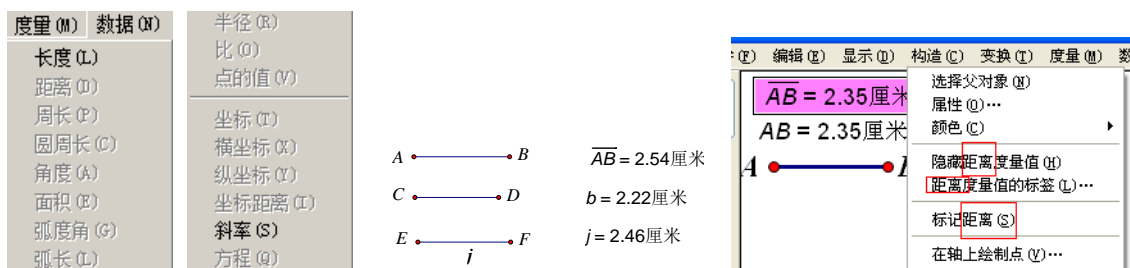
第九章 度量菜单

利用度量功能，可以方便的测量出对象的多种值，比如线段的长度、多边形的面积与周长、比、点的坐标、直线或圆的方程等等，度量菜单如图所示。共计有 17 个命令，分为 2 个功能区，许多功能一目了然，只要满足命令激活的前提条件，菜单就被激活。

第一节 常用度量

一、长度

当选定一条或多条线段的时候，单击“度量”-“长度”可以度量出线段的长度，度量出来的长度，会以线段的标签命名。也可以通过右键度量值，“属性”修改度量值的标签。在英文语义中，长度和距离经常通用，故在“长度”度量值的右键菜单和属性中，会看到“距离”名称，如下右图。



二、距离

当选定两个点、一条线段（包括射线和直线）和多个点、一个点和多个线段（包括射线和直线）的时候，此选项会变成可用。点击可度量出 2 点距离、多个点与线的距离、1 个点与多条线的距离。

三、周长

当选定多边形等内部的时候，可以利用这个命令度量出这个内部的周长。

如果选定是扇形，度量的周长就是弧长、2 个半径长的和。

如果选定是弓形，度量的周长就是弧长与弦长的和。

四、圆周长

当选定一个圆或者圆内部的时候，可以度量出这个圆的周长。

五、角度

只要选定角了，就可以度量角度。选定角的方法至少有以下几种。

方法一、选定点 B、点 A、点 C(注意，角的顶点一定要第二个选取)，‘度量’-‘角度’。

方法二、选定线段 AB、AC，‘度量’-‘角度’。

方法三、选定线段 AB、点 A、线段 AC，‘度量’-‘角度’。

方法四、选定角标识，‘度量’-‘角度’。

度量的角度大小与‘参数选项’中选择的‘单位’有关。

如果单位是‘方向度’或‘弧度’，则范围为 $[-180^{\circ}, 180^{\circ}]$ 或 $[-\pi, \pi]$ ，逆时针方向角为正。

如果单位是‘度’，则范围为 $[0^{\circ}, 180^{\circ}]$ 。

如果选定一条或者多条弧，则度量弧度角的范围为 $[0^{\circ}, 360^{\circ}]$ 或 $[0, 2\pi]$ 。

如果选定圆和圆上的 2 个点，度量的弧度角就是劣弧所对的圆心角。

如果选定圆和圆上的 3 个点，则度量圆上从第一个选定的点经过第二个点，到第三个点的弧所对的圆心角的度数。若角度单位是‘度’，范围为 $[0^{\circ}, 360^{\circ}]$ ，若角度单位是‘方向度’或‘弧度’，则范围为 $[-360^{\circ}, 360^{\circ}]$ 或 $[-2\pi, 2\pi]$ 。

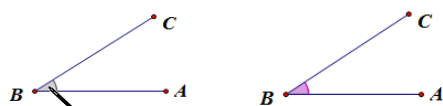
当度量的角度是弧度角，而且其值是某些特定值，度量值可以自动显示为几分之几 π 的分数形式，范围是 $[-\pi, \pi]$ 。比如， $\frac{\pi}{2}$ 、 $\frac{3\pi}{4}$ 、 $-\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{2\pi}{3}$ 、 $\frac{\pi}{6}$ 等。如下右图。

在较低版本的画板中，有时度量的角度值名称前边会带有半角英文字母“m”。

例 9.1.1 利用角标识度量角度。

系统默认度量的角度值在 0° 到 180° 之间，选定对象的顺序决定了度量的角度正负值。

1、在绘图区绘制一个角，如下图。

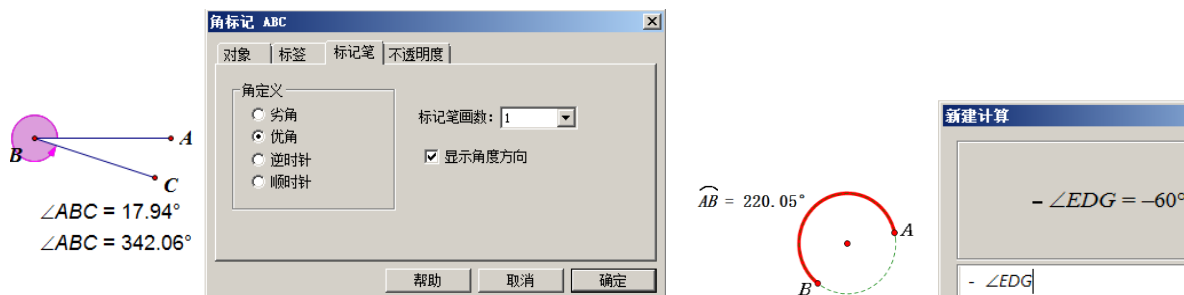


$$\angle EDF = \frac{\pi}{6} \text{ 弧度} \quad \angle EDH = \frac{3\pi}{4} \text{ 弧度}$$

$$\angle EDG = \frac{\pi}{3} \text{ 弧度} \quad \angle EDI = \frac{2\pi}{3} \text{ 弧度}$$

2、利用标识笔工具指向点 B，向角的内部拖动，会出现一个标识角如上中图所示。只需要选定那个标识符号，点击“度量”-“角度”，就可得到度量结果。

3、这里可以对标识角的属性进行设置，修改为“逆时针”。如果需要角标识显示角的方向，还可以勾选“显示角度方向”。如下左图。



此时度量出来的角度会从 0° 到 360° 变化。如上图所示，第一个是直接选定 A、点 B 和点 C 的度量结果，第二个是对标识角度量的结果。（标识的角可以度量出超过 180° 的值）

例 9.1.2 利用弧度角度量 0° 到 360° 之间的角度。

如果想得到 0° 到 360° 间的角，可以先在圆上构造弧，然后度量弧度角，随着弧的变化，角的取值可在 0° 到 360° 之间变化。如果想标识一个负角，可以先度量得到正角后用计算器“计算”出一个负角。

1、使用“圆工具”在绘图区域绘制一个圆，使用“点工具”在圆上构造点 A、B。

2、依次选定圆心、点 A、点 B，“构造”-“圆上的弧”。

3、选定弧 AB，“度量”-“弧度角”出现度量值。

4、移动点 B，改变圆上弧的大小，度量角度随动。

因为画板提供的基本度量是 0° 到 180° 的数值，故表示负角度和大于 360° 的角，就需要其他技巧了。详见综合实例“利用自定义变换表示任意角度”。

六、面积

当选定一个圆、圆内部、扇形内部、弓形内部或多边形的内部都可以度量面积。

七、弧度角、弧长、半径

选定弧、弧内部、扇形内部、弓形内部，都可以分别度量这三个值。

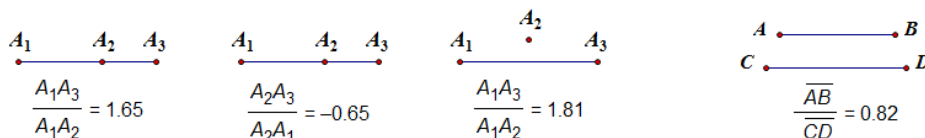
八、比

这个比的入口条件是：选定在同一直线上的三个点或者两条线段。

1、选定三个点

如下左图所示依次选定点 1、点 2、点 3，度量比的结果。“比值大小”是先选的两点的距离作为分母，第一个选的点与第三个选的距离作为分子，“比值正负”是由先选的 1、2 点与 1、3 点的方向

决定的，当同向的时候为正号，反向的时候为负号（如下左 2 图，选点顺序是 2、1、3）。如果度量完了比以后，将点 A_2 从线段分离，会得到不在同一直线上的三点距离比，如下左 3 图。



2、两条线段

如上右图，依次选定线段 AB 和 CD，度量比，可以看到先选的线段作为分子，后选的线段作为分母。

九、坐标、横坐标和纵坐标

当选定一个点或多个点时，可以通过这三个菜单选项度量出需要的坐标值。度量“坐标”是将横坐标和纵坐标的值同时度量出来，以括号包围和逗号分隔的形式表现出来，这是一个度量值。如果按住“Shift”键，此时的“坐标”命令就会变成度量“横&纵坐标”命令，即一次性度量点的横、纵坐标两个度量值，并分别列放两个度量值。一个度量值显示的横纵坐标，如 (3.0, 4.0) 显示，修改精度在“编辑”-“参数选项”-“其他”-“精确度”中设置。单列的横坐标和纵坐标的精度，可以在“属性”-“数值”-“精确度”中设置。

十、坐标距离

在坐标系中绘制两个点，依据两点的坐标，计算两点的距离，无单位，不是实际距离。当坐标系的单位长度变大时，两个点的实际距离（有单位）会变大，但坐标距离没有改变。

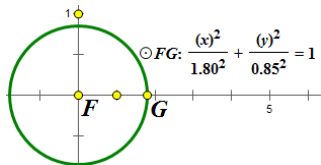
十一、斜率

当选定一条或多条线段（包括直线、射线），可以通过此命令来度量所在直线的斜率。

十二、方程

当选定直线（必须为直线，线段和射线都不可以）或者圆时，可以通过这个命令度量他们的方程。

但是，知道了圆的方程，却不能利用方程直接绘制出圆。当直线与 x 轴平行时，直线方程自动变为“y=b”形式，当直线与 x 轴垂直时，直线方程自动变为“x=c”形式。在方形网格和矩形网格坐标系中，同一个圆或者直线，度量的方程不同。矩形网格中，圆的方程是椭圆方程表示形式。



第二节 点的值

如果说笛卡尔的变数²²开创了解析几何，“点的值”就是几何画板中重要创举！点都有坐标，是图形“动”的基础。“点的值”使得解析几何精髓在画板中得到更加充分的体现。“点的值”分点在路径上和点不在路径上两种情况。

一、点在路径上

这里的路径（点可以在此对象上移动）指的是：线段、射线、直线、圆、圆弧、内部（边界）、轨迹和函数图象等，而且必须注意路径的起点和终点（也就是方向性）。

1、点在线段上

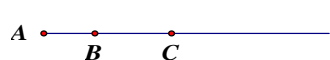


²² 笛卡尔提出了运动的一点的坐标的概念，因为点是运动着的，故其坐标就是变换的数值。“数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，有了变数，微分和积分也就成了必要的了”——恩格斯。

如图所示，点 C 在线段 AB 上，当选定点 C，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个在 $[0, 1]$ 范围内的数值。通过依次选定点 A、点 B 和点 C 度量比，可以看到点 C 在 AB 上的值与比是相等的，因此，可以把点在线段上的值理解为：这点到线段起点（即先绘制的点）的距离与整个线段长度的比值。

2、点在射线上


如图所示，点 C 在射线 AB（点 A 和 B 是射线的父对象）上，当选定点 C，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个在 $[0, \infty)$ 范围内的数值。通过依次选定点 A、点 B 和点 C 度量比，可以看到点 C 在 AB 上的值与比是相等的，因此，点在射线上的值可理解为：点到射线起点的距离与线段 AB 长度的比值。



$$C \text{ 在 } \overrightarrow{AB} \text{ 上} = 2.50 \quad \frac{AC}{AB} = 2.50$$

3、点在直线上

如图所示，点 C 在直线 AB（点 A 和 B 是直线的父对象）上，当选定点 C，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个值，当点 C 在直线上移动时，可以得到在全体实数范围内的数值。通过依次选定点 A、点 B 和点 C 度量比，可以看到点 C 在直线 AB 上的值与比是相等的，因此，可以把点在直线上的值理解为向量 AC 与向量 AB 的比。当点 C 在 A 的左侧时，两个向量的方向相反，点的值是负值。

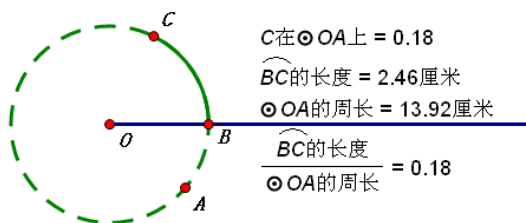


$$C \text{ 在 } \overleftrightarrow{AB} \text{ 上} = 1.98 \quad \frac{AC}{AB} = 1.98 \quad D \text{ 在 } \overleftrightarrow{AB} \text{ 上} = -0.66 \quad \frac{AD}{AB} = -0.66$$

小结：线段、射线、直线有两个控制点（两点有先后次序），点在线上的点值是对应的比。

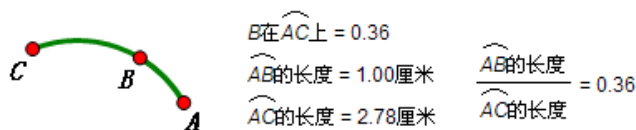
4、点在圆上

如图所示，点 C 在圆 O 上，当选定点 C，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个在 $[0, 1]$ 范围内的数值。可以理解为：过点 O 做一水平直线，作出水平线与圆右交点（如图中的点 B），则点的值就是弧 BC 长度与圆周长的比值。



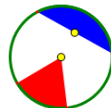
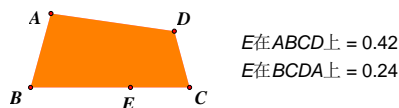
5、点在弧上

如图所示，点 B 在弧 AC（点 A 是起点）上，当选定点 B，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个在 $[0, 1]$ 范围内的数值。可以理解为：弧 AB 与弧 AC 长度的比值。



6、点在有芯多边形的边界上

如图所示，点 E 在一四边形 ABCD 的边界上，当选定点 E，单击“度量”-“点的值”，可以得到一个在 $[0, 1]$ 范围内的数值。可以理解为：点 E 从四边形边界的起点 A，到点 E 所经过的路程与多边形周长的比值。构造四边形时先构造的点就是多边形的起点，同时，也是四边形的终点。点 E 在四边形边界上的值，与点 E 所经过的路程和构造多边的顺序有关（分为顺时针和逆时针两种）。点 E 越是接近四边形的起点，“0.5-点 E 的值”的绝对值越接近 0.5。



上左图构造了两个四边形内部, 它们重叠在一起, 第一个四边形依次选定点 A、B、C、D、A 构造, 第二个四边形依次选定点 B、C、D、A、B 构造, 可以看到点 E 在两个多边形上的点的值是不同的。(度量不在路径上的点的值, 需要选定点和路径, 按 Shift 键, 然后“度量”-“点的值”)

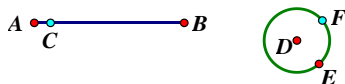
7、点在弓形或者扇形边界上

右键弓形或者扇形的内部 (或者选定内部, 点“绘图”菜单) - “在弓形(扇形)上绘制点”, 就可以在“边界”上绘制一定点值的点。还可以选定弓形或者扇形的内部, “构造”-“弓形(扇形)上的点”, 在“边界”上构造可以在边界上拖动的点。如上右图, 黄色的点就是分别构造在弓形和扇形边界上的点, 目前的点值是 0, 围绕其内部逆时针方向移动黄点, 点值在 $[0, 1)$ 之间渐变。5.06 版本以后, 可以使用“点工具”直接构造内部“边界”上的点。

在画板中, “构造”的点是自由可动的点, “绘制”的点是点值固定的点。如果绘制的点使用的点值是可变计算值或者度量值, 点可以因这个值变化而移动。以下案例可以实现点随动。

例 9.2.1 利用动态点值绘制随动点。

- 1、构造线段 AB, 在线段上构造点 C;
- 2、选定点 C, “度量”-“点的值”, 得到度量值;
- 3、构造圆 DE, 右键圆-“在圆上绘制点”, 点入步骤 2 的度量值, 得到点 F;



拖动点 C, 点 F 随动, 此两点同时出发, 同时停止。如果两个点的速度不同, 对步骤 2 度量的点值, 加入计算, 然后, 使用计算值在圆上绘制点即可。圆还可以是其他路径。

圆以圆心水平向右射线与圆的交点为起点; 弧、多边形以第一个点为起点; 扇形以圆心为起点; 弓形以弦的中点为起点。路径上点的值是该点在路径上移动时, 距起点的路径长与整个路径长度的比。

8、点在轨迹与函数图象上

点在轨迹和函数图象上由于类型较多, 构造方式不同, 轨迹和函数图象起点、终点和长度不同, 导致点的值不同。轨迹上点的值对应形成轨迹的主动点的点值; 函数图象上点的值对应自变量的值。

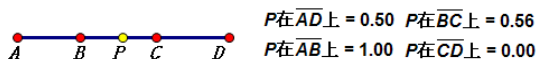
9、点在平行线、垂线和角平分线上

过一点 A 做某线 m 的平行线或垂线 n, 点 A 在线 n 上的点值, 就是 0.5。线 n 上点值是 0 和 1 的位置, 与线 m 的父对象点相关。角平分线是一条射线, 其上点值为 0 的点, 是角的顶点, 点值为 1 的点, 是以角顶点为圆心, $\frac{5\sqrt{10}}{16}$ 英寸为半径的圆与角两条边交点的连线与角平分线的交点。

二、点不在路径上

对于点不在路径上, 也可以度量点的值, 做多段变换路径的控制 0 到 1 的开关, 经常用到。(详见综合实例的“绘制跑道”和“重叠面积构造”)

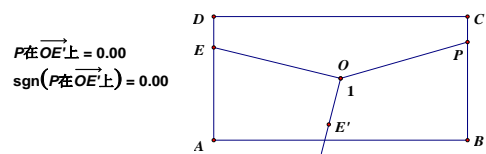
点 P 在线段 AD 上。点 B、C 把线段 AD 分为三部分, 绘制线段 AB、BC 和 CD (方向都是自左向右), 此时, 选定点 P, 度量点的值发现, 度量的结果是点 P 在线段 AD 上的值。那怎样度量点 P 在线段 AB、BC 与 CD 上的值呢? 因为点 P 不在这三条线段上, 度量点 P 在线段 AB、BC 和 CD 上的值的时候, 必须选定点和一条线段, 按住键盘上的“Shift”键, “度量”-“点的值”, 才能度量。每次只能选定点 P 和一条线段。



可以理解为: 点 P 不在线段 (对象) 上时, 线段 (对象) 上距离点 P 最近的那个点的位置值, 就是点 P 在线段 (对象) 上的点值。例如上图中, 点 P 在线段 AB 上的点的值为 1, 因为此时, 点 B 在线段 AB 上, 且距离点 P 最近, 故点 P 在线段 AB 上的点值, 就是度量点 B 在线段 AB 上的点值。点 P 在线段 CD 上的点值同理, 是点 C 在线段 CD 上的值。如果构造线段 DB (从右向左), 当点 P 移向点 D 时, P 在

线段 DC 上的点值趋于 0。求路径外一点到路径的最短距离，经常利用这个点值在路径上绘制点。

点不在路径上的点值，常用计算做开关。如下图就是判断橡皮筋 EOP 的拐点，其中 $\angle EOE'=90^\circ$ 。当点 P 在射线 EO 的上方时，点 P 在射线 OE'上的值就等于 0，当点 P 在射线 EO 的下方时，点 P 在射线 OE'上的值就大于 0。Sgn 计算就是得到一个在 0 和 1 之间的开关值。详见综合实例 17.2.5。

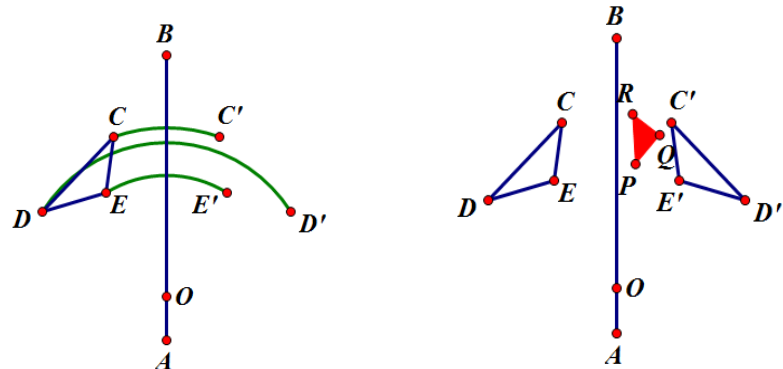


以下是点值条件和点值（t）区间列表。

路径对象	点值范围	备注
线段	$0 \leq t \leq 1$	前提：1、选定路径对象上的一个或多个点；2、选定一个路径与一个不在路径上的点。 实质：度量被选定的点在路径上的相对位置。 注意：如果选定的点不在路径上，需要按下 Shift 键，才可以度量。度量的是在路径上距被选定点最近的点的位置值。
射线、角平分线	$0 \leq t$	
直线（平行线、垂线）或轴	全体实数	
圆	$0 \leq t < 1$	
弧	$0 \leq t \leq 1$	
内部（其实是内部的边界）	$0 \leq t < 1$	
被一个点驱动定义的点的轨迹	$0 \leq t \leq 1$	
被一个参数驱动定义的点的轨迹	驱动参数的范围	
函数图象	自变量的范围	

例 9.2.2 利用点的值构造轴对称图形的演示。

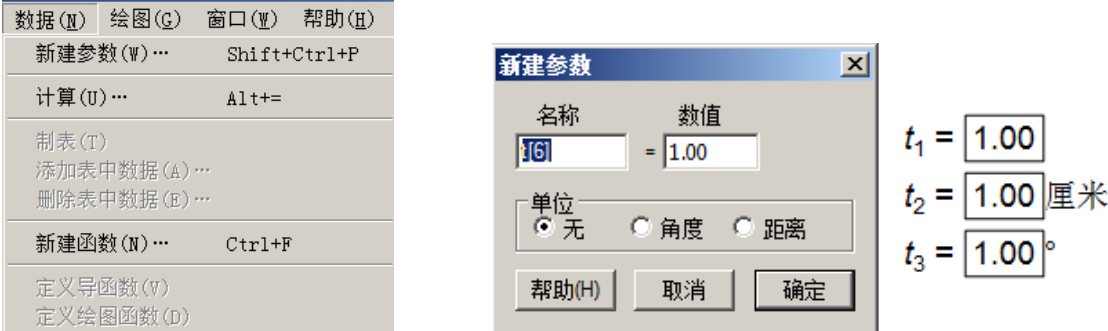
- 1、按住“Shift”键，使用“线段直尺工具”构造竖直线段 AB。
- 2、在线段的左侧绘制 $\triangle CDE$ 。
- 3、双击线段 AB 标记为镜面，选定点 C、D、E，“变换”－“反射”，得到点 C'、D'、E'。
- 4、在线段 AB 上任意绘制一点 O，选定点 O、E'、E，“构造”－“圆上的弧”；选定点 O、D'、D，“构造”－“圆上的弧”，选定点 O、C'、C，“构造”－“圆上的弧”。如下左图。



- 5、构造 $\triangle C'D'E'$ ，在弧 EE'上构造一个点 P，“度量”－“点的值”。
 - 6、右键弧 DD'，“在弧上绘制点”，点值使用步骤 5 度量的点值（在数值框内点入度量值，不能是用键盘输入点值）。点的标签为 Q。
 - 7、右键弧 CC'，“在弧上绘制点”，点值使用步骤 5 度量的点值（在数值框内点入度量值）。点的标签为 R。
 - 8、选定点 P、Q、R，“构造”－“三角形内部”。右键内部，修改属性为“红色”、“不透明”。
- 隐藏不必要的对象，改变点 O 的位置，可以调整运动弧度。拖动点 P，动态效果明显。如果使用自定义工具中的构造椭圆一部分工具绘制部分椭圆代替圆弧，效果会更好，只是制作难度增加了许多。

第十章 数据菜单

数据菜单是所有一级菜单中下级菜单比较少的，但功能非常大。有 8 个命令被分为 5 个功能区。



第一节 参数与计算

一、新建参数：Ctrl+Shift+P

单击“数据”菜单，选择“新建参数(W)”命令后，会出现如下图的对话框，参数默认单位“无”。如果建立的是长度参数，必须选择单位“距离”，参数后边单位可以是“厘米”、“像素”和“英寸”。如果建立的是角度参数，必须选择单位“角度”，参数后边单位为“°”或者“弧度”（默认单位可在“编辑”-“参数选项”中设定）。单击“确定”后，便在绘图区域出现参数。还可以通过“计算”或“新建函数”面板中的“数值”-“新建参数”打开此对话框，也可以右键绘图区域的空白处，“新建参数”打开此对话框。“新建参数”的快捷键是“Ctrl+Shift+P”，比较常用。

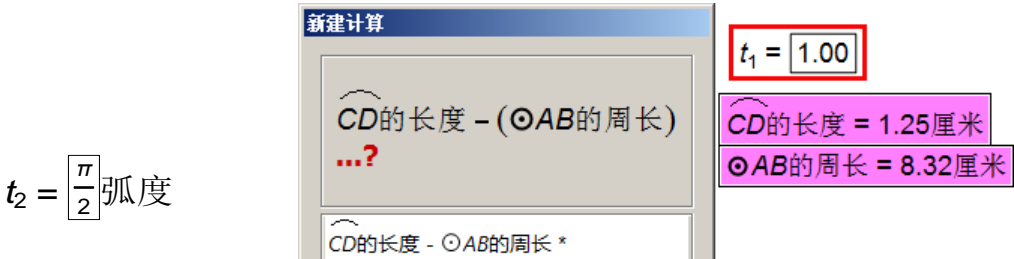
新建参数时，其显示精度按输入的数值精度自动设置。数值框中如果输入“1”，新建参数属性显示精确度是“单位”，也就是 1，当参数进行动画等改变时，以“1”为变化步幅；如果输入的是“1.0”，新建参数精确度就是十分之一，改变时以“0.1”为变化步幅；……；参数最大显示精度为十万分之一。

如果角度默认单位是“弧度”（编辑参数选项），可以输入 π 的分数。在“数值”框中输入半角英文字母“p”就输入了“ π ”，“/”就是分数线。结果如下左图。此法可以用于画板其他数据对话框。

二、计算：Alt+=

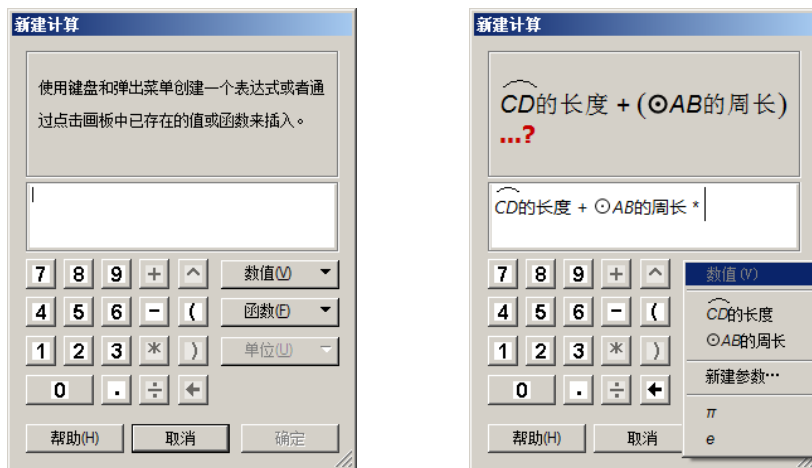
打开“数据”-“计算(U)”，相当于打开一个计算器。这个计算器中含有 13 个常用的函数，计算功能强大，而且自动禁止格式上的输入错误。

1、可以利用这个计算器来计算解决纯数字间的计算问题。



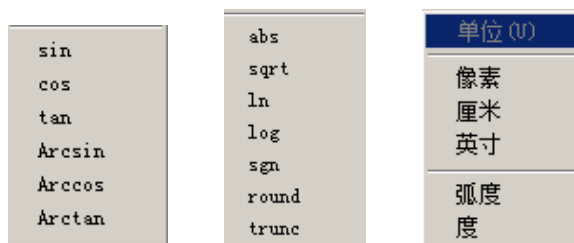
2、在计算的时候，会用到“度量”出的数值或一些参数值，此时，只需要用鼠标对准度量值或参数值单击一下，数据边缘有红色矩形框出现，那么这个数值就会跳到计算面板中了，绘图区域中的数据就显示为选定状态。如上图所示。数字与度量值或参数相乘的时候可以不要“*”号，但是度量值与度量值或度量值与参数相乘的时候，中间必须要用“*”连接。计算结果在计算器的上部区域中预览。

在下图中，右边第一个按钮是“数值”，点击“数值”，会出现下一级菜单，其中包括“数值(V)”、“新建参数”、“ π ”和“ e^{23} ”。如果在绘图区域中有建立的参数或者度量值，且某一个数值被点击引入到过输入框中，“数值(V)”就会增加显示这个值，方便下次计算点击取用。在“数值”中还有两个常见的数值 π 和 e ，圆周率和自然常数的数值都是无理数，在普通计算中很难输入精确值，但几何画板提供了比较精确的数值引用。对于“ π ”和“ e ”还可以用快捷键（半角小写字母“p”、“e”）快速输入。



计算器中还有个重要的选项就是“新建参数”命令，这里“新建参数”命令与上面菜单中的新建参数命令效果一样，都可以新建一个参数，但是，在这里作用很特别。例如，已经写了很长的计算公式时，突然发现少建了一个参数，此时上面菜单中的“新建参数”命令又不可以调用，如果取消编辑的话，前面的输入公式就会白输，此时，点击这里的“新建参数”就能够不退出计算编辑状态，临时新建一个参数并直接插入到计算解析式中。

计算器右边第二个按钮是“函数²⁴”，它分成两部分，上半部是三角函数与反三角函数，下半部分是其它常用的函数。如下图所示。



上半部分是基本的正弦、余弦、正切和他们的反函数。余切、正割、余割函数可以通过这几个函数进行转换计算而得。下半部分的函数是几何画板精选的几个函数，尽管少，但功能组合强大。

在画板中，函数运算的结果是一个值，就是某个自变量的函数值。自变量在括号内，可以是输入的数值、引入的参数或计算解析式。

1、“abs()”。绝对值函数，返回括号内值的绝对值。

2、“sqrt()”。算术平方根函数，返回括号内值的算术平方根。

3、“ln()与log()”。自然对数和常用对数函数，分别返回括号内值以 e 和 10 为底的对数。如果求以 5 为底 3 的对数，请使用换底公式，计算“ $\log(3)/\log(5)$ ”的值。

4、“sgn()”。符号函数，当 $x>0$ 时， $\text{sgn}(x)=1$ ；当 $x=0$ 时， $\text{sgn}(x)=0$ ；当 $x<0$ 时， $\text{sgn}(x)=-1$ 。此函数常用来制作开关函数，详见绘图综合实例有关介绍。

5、“round()”。四舍五入取整函数，返回括号内值的整数部分。在几何画板中， $\text{round}(-1.5)=-1$ ，

²³ e 是自然常数，当 n 趋向无穷大时， $(1+1/n)^n$ 的值就是 e ，常用近似值为 2.71828。为纪念欧拉而命名。

²⁴ 设在一个变化过程中有两个变量 x 和 y ，变量 x 在一个给定的数域 D 中取值，如果对于 D 中每一个确定的变量 x 的取值，变量 y 按照一定的法则，总有唯一确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的函数。唯一确定的函数叫单值函数，在画板和一般的高数中，研究的函数对象都是单值函数。

因为5而“入”向大数“-1”。

6、“trunc()”。去尾取整函数(截去小数保留整数),返回括号内值去掉小数的部分。如:
trunc(5.912)=5, trunc(-1.12)=-1。不同于高斯取整函数²⁵。

对于指数的运算,计算面板中有个“^”符号,使用半角英文键盘“Shift+6”输入,它代表指数运算。几何画板计算精度很高,但结果显示最多可以精确到十万分之一位,系统默认精确到百分之一。如果想修改的话,可以选定计算结果在属性面板中的“精确度”中修改。或者“编辑”-“参数选项”,修改默认的计算精确度。

在计算器输入窗口,可以输入函数的前几个字母实现快速输入这些函数,相当于记忆式键入。

“sqrt(4 厘米²)”和“(4 厘米²)^{0.5}”的区别是,前者将单位也进行了计算,后者只计算数值。它们分别返回计算值“2 厘米”和“2”。

通过对这些基本的函数进行有限次地四则运算和有限次地复合运算,可以形成新的函数(复合函数)。

计算器右边第三个按钮是“单位”,在几何画板中有两种单位,一是距离单位,二是角度单位(如上图)。在做计算时一定要标清单位。例如,当按一定的角度旋转时候,数值一定要加上角度单位;当按一定的距离平移时候,数值一定要加距离单位。对于角度,如果在“编辑”-“参数选项中”把角度单位改成了弧度,那么这里如果选择了“°”单位,系统会自行进行转换为弧度,距离单位也一样,系统自动在厘米、像素和英寸间转换。有时候,计算结果不能直接加上单位,此时,可以通过“*1(单位)”的技巧来解决。而消除单位,可用“÷1(单位)”的方式。如:已知∠ABC和∠EDF的度量结果单位都是“度”,计算:“(∠ABC-∠EDF)÷1°*1 厘米”,得到的结果就是以厘米为单位。没有使用清除单位方式,直接进行单位组合乘除等运算(如(∠ABC-∠EDF)*1°*1 厘米),计算的结果没有单位。

因为数学计算能够表达和延续的原因,画板对数值计算时做了一些规定,如:∞、未定义、π和e。

在数学定义中, $\sqrt{-1}$ 、 $\frac{1}{0}$ 、 0^0 和 $\frac{0}{0}$ 都是没有意义的,在画板中,设计者做了一些改变。如:sqrt(-1)=未定义、 $\frac{1}{0}=\infty$ 、 $\frac{-1}{0}=-\infty$ 、 $\frac{1}{\infty}=0$ 、 $\frac{\infty}{\infty}$ =未定义、 $0^0=1$ 、 $\frac{0}{0}$ =未定义。

而无穷大即使是计算机也不能真正找到,那是一个“理想”数值。π和e更是这样,想确切表示,任何一台电脑也做不到。设计者设置了数的范围,当一个数达到了某个阈值后就用∞、π和e表示。

因为计算精度的设置和显示精度的原因,有时,涉及到画板自己定义的计算,会出现计算结果跳跃。比如,计算 $(x+1)^{\frac{1}{x}}$ 的值,当x趋向于0时,底数趋向于1,1的n次方等于1;当x趋向0时,指数趋向于∞,底数趋向于“ $1+\frac{1}{\infty}$ ”,这个值趋向于e,就是2.71828……。当x趋向0时,这个值就在1和e之间跳跃。

如果在计算器窗口中,只是输入一个数字或者带有减号的数字,则系统自动转为建立数值等于这个符号数字的参数,在绘图区域中,并不能出现一个计算表达式。比如,“数据”-“计算”,在计算器中输入“-5”,则新建了一个参数,其数值为“-5”。

第二节 表操作

本功能区中包括,“制表(T)”、“添加表中数据(A)”和“删除表中数据(E)”三个命令。“制表(T)”命令提供了方便的绘制出表格操作,但只能是竖直增删(改变行数)数据的二维表格²⁶。

例 10.2.1 制作表格

²⁵ 高斯函数是取整函数,与trunc函数不同。[x]的意义是不超过x的最大整数,比如[-1.3]=-2。而trunc(-1.3)=-1。

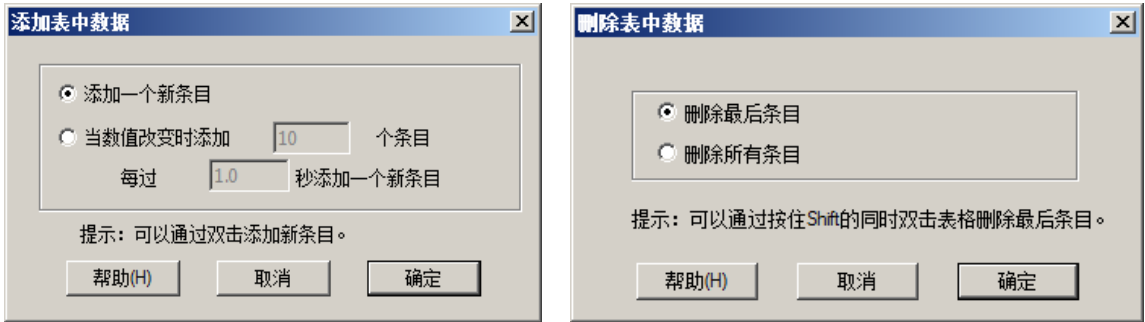
²⁶ 只有纯粹的行和列,每个小格都是单元格,无单元格合并操作。

- 1、在绘图区域绘制一个圆，圆心为 A。
- 2、只选定点 A 和点 B，“度量”－“距离”，右键度量值，“属性”－“标签”，修改为“r”。
- 3、只选定圆周，“度量”－“圆周长”，右键度量值，“属性”－“标签”，修改为“c”。
- 4、只选定度量值 r 和 c，点击“数据”－“制表”，可以得到下图。



改变圆的大小时，r 和 c 会发生变化，表中的数据也会跟着变化。

选定表格，单击“数据”－“添加表中数据”以后，会出现如下对话框，有两种添加条目模式。选定“添加一个新条目”，单击确定，表中增加一组数据，或者使用鼠标直接双击表格就可以自动增加表中数据了。选定“当数值改变时添加”，改变圆大小，表格会每过 1 秒钟添加一组数据，一次可以添加 10 组（可以根据需要修改）。

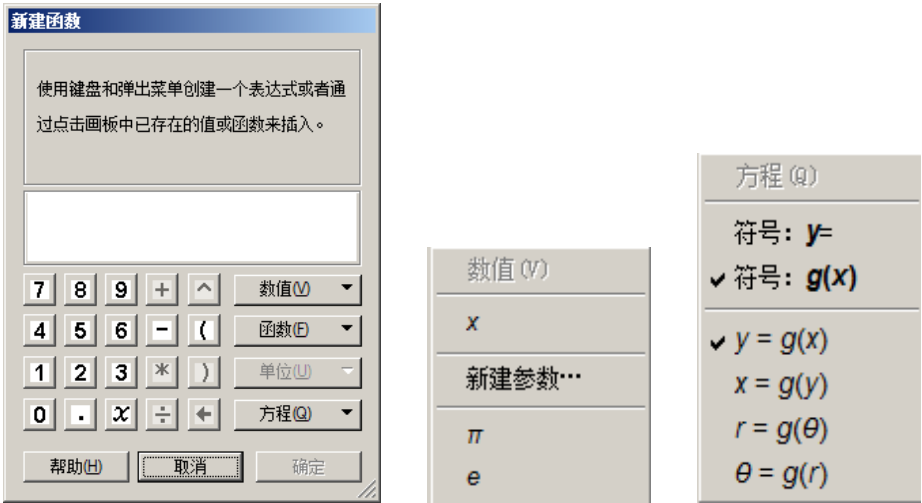


选定表格，单击“数据”－“删除表中数据”，此时也会出现两种模式，如上右图。第一种模式，每次只能删除最后一组数据，也可以按住 Shift 键双击表格，删除最后一组数据。第二种模式，删除所有，但是表中会保留字段名称以外的第一组数据，保证表格存在，即最小的表格是两行。

数据表中能够存放的数据上限数量没有测定，但肯定超过 500 组。

第三节 函数操作

一、新建函数；Ctrl+F



单击“数据(N)”－“新建函数(N)”，会出现如上图所示的对话框。可以直接输入编辑的函数，可以调用内置的 13 个函数（同于计算），也可以改变函数的方程书写模式。例如，系统默认的是“y=f(x)”

模式的，可以在函数面板的右下方“方程”按钮下，进行修改，可以改成 $r=f(\theta)$ 、 $x=f(y)$ 模式等。

像椭圆方程、双曲线方程等等不是单值函数（一个确定的 x 对应两个 y ），故几何画板不能直接的输入，也不能直接绘制其方程图象（可以使用绘制参数曲线和输入隐函数²⁷的方式绘制）。需要将方程表示的隐函数显化才可以绘制函数图象，就是将方程转换为 $y=f(x)$ 的形式，就可以绘制了。

二、定义导函数²⁸

选定一个函数解析式，单击“数据 (N)”-“定义导函数 (V)”，就会直接创建该函数的导函数，并将导函数的解析式显示在绘图区域。下图中第二个函数就是第一个函数的导函数。

$$f(x) = x^3 + x^2 \quad f'(x) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x$$

几何画板甚至可以求出 $y=x^x$ 和 $y=|x|$ 的导函数。

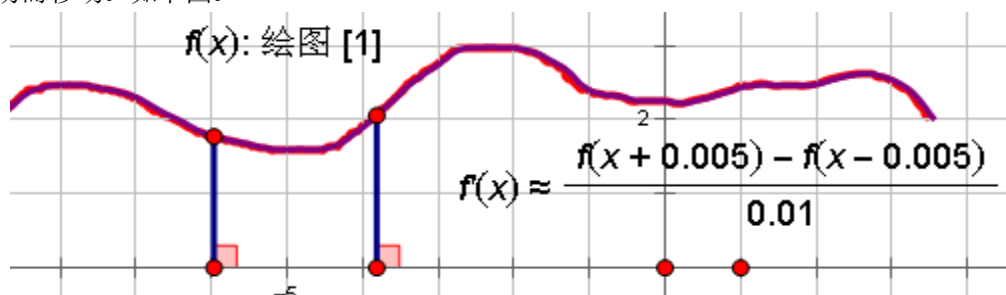
$$y = x^x \quad y' = x^x + x^x \cdot \ln(x) \quad y = |x| \quad y' = \text{sgn}(x)$$

在几何画板中求得的导函数通常是没有整理的，往往不是最简式。所以，几何画板求导函数更适用于计算或者验证。

三、定义绘图函数

如果使用标识笔在绘图区域中绘制一条曲线，曲线上是不能再构造点的。也就是说不可能在手绘线上绘制一个动点，但“定义绘图函数”以后，就可以了。

选定手绘线图片，单击“数据 (N)”-“定义绘图函数 (D)”，就会创建了一个图片函数。右键这个函数解析式-“绘制函数”，在手绘线上会出现图片函数图象，在图象上构造点，就实现点在“绘制线”上移动的效果。选定这个绘图函数，右键还可以“定义导函数”。如果所绘制的曲线中一个 x 的值对应多个 y 的值，则计算函数值时，自动取最大的值。此图片函数的图象不随坐标系的移动而移动，但随图片的移动而移动。如下图。



因为有此功能，使得任意手绘图象都能转换为一个函数解析式，进而绘制成真正的函数图象。在这个图象上构造点，就相当于在图片的线条上构造点了。对于高数中那些不知道解析式，只有图象的函数，就能通过此法，很好地实现其函数的图象演示性能。

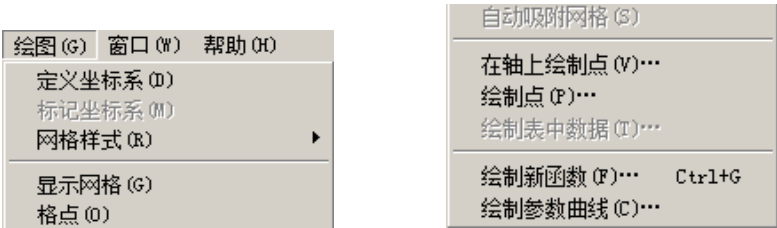
计算表达式和函数解析式都可以复制，并且通过粘贴，能在绘图区域中得到新的结构相似的表达式。但如果原表达式中的数据有父对象，粘贴的结果，可能携带了父对象的复制品。比如，一个点在线段上的点值参与了计算，则复制后粘贴表达式的同时，会携带线段端点的复制品。

²⁷ 圆的方程改写为 $y=f(x)$ 的形式时，会有两个函数表达式，这两个函数就是圆方程的隐函数。

²⁸ 导函数简称为导数 (Derivative)，是微积分中的重要基础概念。当自变量的增量趋于零时，因变量的增量与自变量的增量之商的极限。在一个函数存在导数时，称这个函数可导或者可微分。导数实质上就是一个求极限的过程。导数的几何意义是原函数图象在某一自变量点的切线的斜率，也就是体现原函数因变量此时的变化趋势。

第十一章 绘图菜单

在“绘图 (G)”菜单中，有 11 个命令被分为 4 个功能区。



第一节 系统坐标系

一、定义坐标系

在没有选定任何对象的情况下，单击“绘图 (G)” - “定义坐标系 (D)”，在绘图区会出现一个坐标系。如果在单击“绘图 (G)”前，选定不同对象会有不同选项。①选定了一个点，会出现“定义原点”，新出现的坐标系原点就由选定的点来决定。②选定一个线段或带距离单位的参数和一个点，会出现“定义单位长度”，点击，选定的点变为坐标原点，长度数值变为了坐标系的单位长度。③选定两条线段或两个带距离单位的参数和一个点，会出现“定义单位长度”，点击，选定的点变为坐标原点，坐标系是一个矩形的坐标系，x 轴和 y 轴的单位长度不一样，先选的线段或参数作为 x 轴的单位长度。④选定一个圆，会出现“定义单位圆”，坐标系会随圆半径改变而改变单位长度。

当新建了一个坐标系以后，此时要想再建一个坐标系，可以选定一个点，单击“绘图 (G)” - “定义原点”或者按照以上描述选定对象，单击“绘图 (G)” - “定义单位长度”，建立新坐标系。

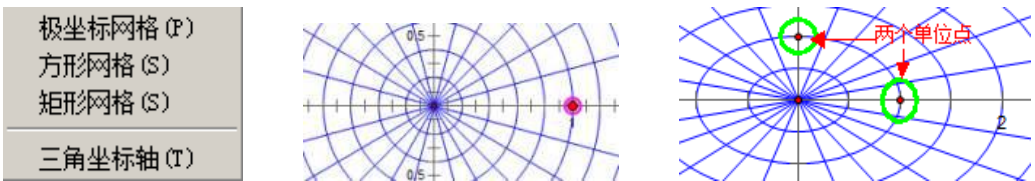
二、标记坐标系

如果绘图区域中存在多个坐标，系统一次只能在一个“活跃”的坐标系中绘制图象，这时，就需要通过“标记坐标系”来“激活”一个坐标系。选定想要“激活”坐标系的原点（不同方法绘制的坐标系，原点选定的方法会不同），单击“绘图 (G)” - “标记坐标系 (M)”，自原点出现一小段动画，显示标记坐标系成功，就可以在这个坐标系中进行绘制函数图象或绘制点等操作。同样，可以标记其他坐标系，在其他坐标系中进行相关操作。

在自定义工具中，选用“蚂蚁坐标系”绘制坐标系，需要初始化后，选定原点才能“标记坐标系”。选用“飞狐坐标系”绘制坐标系，需要显示隐藏的原点或者初始化坐标系以前，选定原点才能“标记坐标系”。选用京京和石岩坐标系，随时可以选定原点“标记坐标系”。

三、网格样式

系统默认的坐标系是方形网格（x、y 轴的单位长度相同），可以通过“绘图” - “网格样式”修改坐标系网格样式。



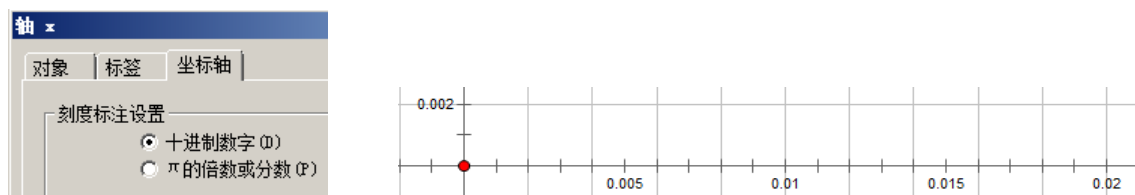
如图所示，第一个“极坐标网格 (P)”，选定后就会出现极坐标形式的网格。默认的极坐标系只有一个单位点。如果先设置“矩形网格”，再选“极坐标网格”，极坐标系会有两个单位点，出现椭圆极坐标。第二个“方形网格 (S)”，此时 x、y 轴单位长度相同，所以只有一个单位长度点，在 x 轴上。第三个是

“矩形网格(S)”,有两个单位点,此时 x、y 轴单位长度可以不相同,在 x、y 轴上有两个单位点。最后一个三角坐标轴,选定极坐标网格后,再选三角坐标轴,可以得到 x 与 y 坐标轴上的刻度标注都是 π 的倍数。如果选定方形网格或矩形网格,再选三角坐标轴,此时只有 x 轴上的数字样式是 π 的倍数。

“三角坐标轴”对于绘制自变量为弧度的函数,很方便。在选择“三角坐标轴”的同时,系统自动将默认的“角度”单位改为了“弧度”。如果要在自定义工具绘制的“三角坐标系”中绘制自变量为弧度的函数,必须在“编辑”-“参数选项”-“角度”中,修改单位为“弧度”。

修改坐标轴数字(刻度标注)样式,可以右键选定的坐标轴,选择“属性”,来修改包括刻度数字样式在内的多种属性,如下图所示。鼠标左键点住刻度标注,可以拖动改变坐标轴单位长度。

选定坐标轴,可以修改坐标轴的颜色和线型;调出文本工具栏,可以修改刻度标注的所有属性。如果坐标刻度标注颜色与背景颜色相同,则“隐藏”了刻度标注。自定义坐标系隐藏刻度线和修改刻度字体由单独的菜单项控制。右键坐标轴,打开属性对话框,可以修改轴属性。下图是 x 轴属性中刻度标注。



拖动单位点,系统会自动在原点和单位点之间增加新的分度值,最多可以精确到千分位。

如果在绘制函数图象或点前没有定义坐标系,系统也会自行创建坐标系,如果需要三角坐标轴的,系统也会提示是否改成三角坐标轴。自定义工具如蚂蚁坐标系的坐标轴刻度不能实现“十进制数字”和“ π 的分数和倍数”自由转换,需要用“三角坐标系”绘制专门刻度的坐标系。“新新坐标系”能在坐标系菜单中实现“显示”上的自由转换,但也不能自动修改系统“参数选项”中的“角度”单位。

四、显示网格

“显示网格(G)”菜单是根据绘图区域中的情况,智能操作的命令。如果绘图区域中没有坐标系,可以点击“显示网格(G)”建立坐标系。如果绘图区域中有坐标系或者绘制函数图象或绘制点后,坐标系都会默认显示网格,此时,单击“绘图(G)”,出现“隐藏网格(G)”命令,点击,就会隐藏坐标系的网格。如果在单击“绘图(G)”时,按住 Shift 键,会出现“隐藏/显示坐标系”的命令。系统默认网格的颜色是灰色的,可以点击网格的节点处选定网格,单击“编辑”-“颜色”修改网格颜色。系统坐标系网格线作为图象背景,其线径不可调。自定义坐标系的网格线,不是背景线,故会“分割”图象。

五、格点

同“显示网格”一样,可以直接单击“格点(O)”新建坐标系。此时,坐标系会出现很多点,如果不需要,可以“隐藏网格(G)”,将格点隐藏。格点也可以修改颜色,选定格点,单击“编辑”-“颜色”修改格点颜色。如果想要网格样式的,只要把“格点(O)”前面的勾去掉即可。

六、自动吸附网格

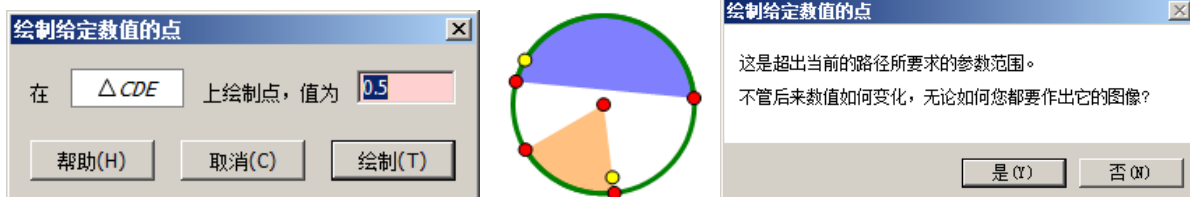
勾选“自动吸附网格”后,当使用点工具构造点时,点会自动吸附到网格节点或格点上,实现精确定位。但在几何画板中,构造的点只是自动吸附在整数坐标单位的点上,当横坐标轴使用 π 的整数倍标注时,不能吸附在横坐标是 π 整数倍的点上,而是仍然吸附到横纵坐标均为整数的点上。在极坐标中,整点是 r 为整数, θ 为 15° 倍数的点。对于使用自定义工具绘制的坐标系,当自定义坐标系与系统坐标系网格对应时,自动吸附网格功能也有效。

第二节 根据数值绘制对象

一、在轴上绘制点

这是个动态的菜单,选定不同的对象,选项会自行改变。单击“在轴上绘制点”,默认的是 x 轴。只需单击任意一个路径,它会自动改变。例如,选定一个圆,它会变成“在圆上绘制点”,选定一个三

角形内部，它会变成“在三角形上绘制点”，选定一个多边形内部，它变成“在多边形上绘制点”等等。选定三角形内部，“在三角形上绘制点”对话框会变为如图所示，点“绘制”，就在三角形边界上构造一个特定点值的点。如果选定了弓形或者扇形内部，会出现“在弓形/扇形上绘制点”，此时使用点值绘制的点，是在弓形或者扇形的边界上的点。弓形的边界包括弧和弦，扇形的边界包括弧和两条半径。



在路径上绘制的点，都是以“点的值”来绘制的。点值是确定的值，点就是固定的。当输入点值的框高亮时，可以直接单击绘图区中的参数或度量值，它们会自动进入数值输入框。如果这个数值是一个动点的点值，因为点和值都在变化，根据变化的参数绘制的点也是动态的，就实现了绘制的点随主动点运动。如果这个变化的数值暂时超出路径的点值范围，会出现上右图的提示框。

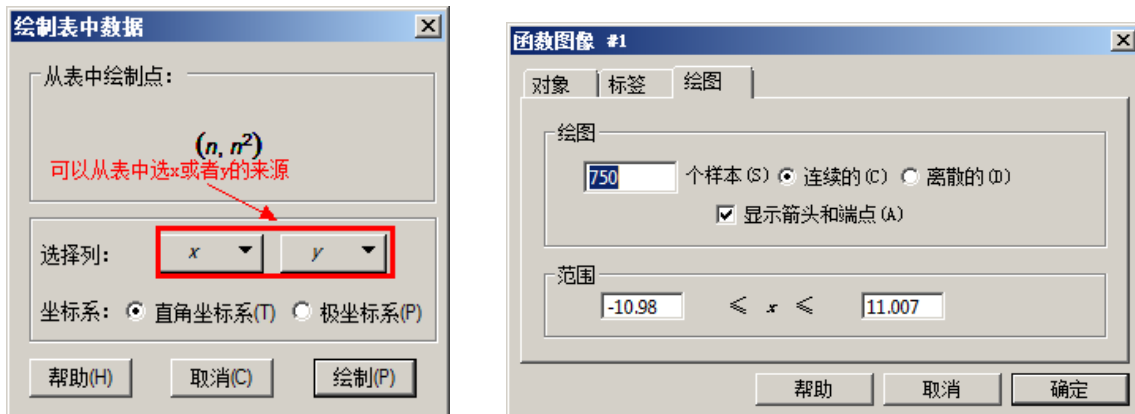
比较而言，选定对象，“构造”-“对象上的点”，是构造出可以在路径上自由移动的点。而“绘制点”，是在路径上绘制“特定值”的点。点的移动，取决于“特定值”是否变化。

二、绘制点

选定两个数值或选定两个变量，点击“绘图(G)”-“绘制点(P)”，会在坐标系中绘制出一个点，先选的作为横坐标。也可以先单击“绘图(G)”-“绘制点(P)”，直接输入横、纵坐标。对于变量，当输入框高亮时，可以直接用鼠标点击绘图区中的数值或计算值完成输入。输入半角“p”就是输入“ π ”。自然常数 e 不能通过快捷键输入，只能先做一个计算，得到 e 的值，然后再点击计算值引入。在极坐标中绘制点，需要输入的是长度和角度值。

三、绘制表中数据

此功能激活的前提是选定画板表格（见上一章）。单击“绘图(G)”-“绘制表中数据(T)”，出现对话框后，系统默认前两列数值作为横、纵坐标。可以单击 x、y 的下拉菜单选择变量作为横、纵坐标，如图。选好横纵坐标后，再选定相应的坐标系样式，单击绘制，就会出现系列点。对于迭代产生的表格，也可以绘制表中数据。还可以用鼠标右键绘制的表格-“绘制表中数据”直接打开这个对话框。



四、绘制新函数

在“数据(N)”-“新建函数(N)”中，得到的只有函数解析式。点击“绘图(G)”-“绘制新函数(F)”，在函数编辑器中输入函数解析式后，在绘图区域不仅产生函数解析式，而且直接绘制出函数图象。在“数据(N)”-“新建函数(N)”中得到的函数解析式，如果右键这个解析式，“绘制函数”，也可以绘制出这个函数图象。如果新建的函数是三角函数，系统会提示是否自动转为弧度制。选“是”系统自动改变默认“参数选项”中的“角度”为弧度制。

选定函数图象，右键，选定“属性”，弹出属性对话框，单击“绘图”，如上右图所示。这是系统默认图象的属性。例如，想要一个定义在[0, 3]区间的函数图象，可以在“范围”内直接修改得到，但

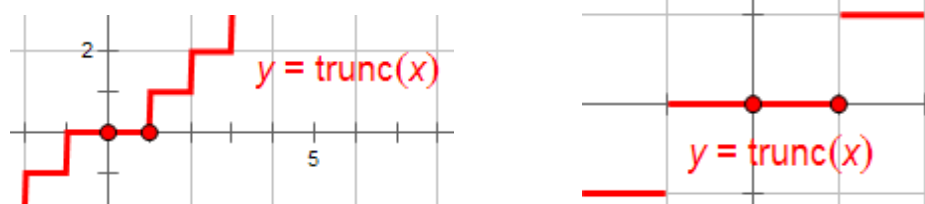
不能设置开区间（想要表示开区间，可以手动在图象两端构造与背景色同色的点）。此时图象会带有箭头，在绘图区域中选定箭头，用鼠标拖动，会改变图象的范围。如果不想要箭头，可以把上面“显示箭头和端点”前面的勾去掉。

“样本”数量决定图象的“平滑”程度，平滑与否还与图象的长度有关。如果“样本”是离散的，图象就是散点，不连续。

利用“0”型构造法，可以构造函数指定的定义域和值域，详见“综合实例绘制分段函数”。

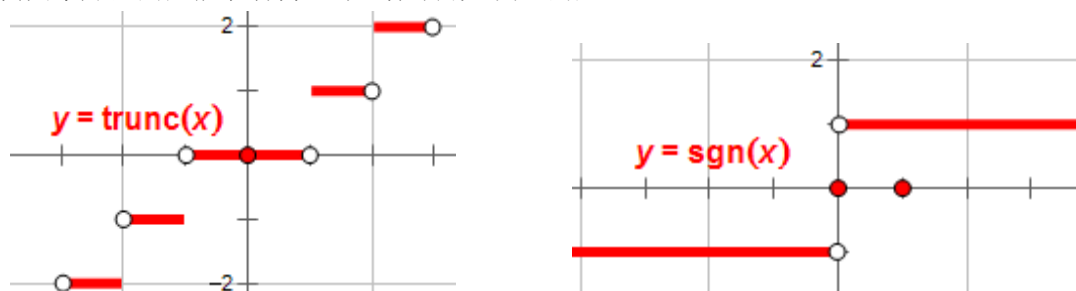
几何画板可以绘制出所有的基本初等函数²⁹和初等函数³⁰。但不能绘制出所有的函数，比如狄里赫勒(Dirichlet)函数：当 x 为有理数时， $f(x)=1$ ，当 x 为无理数时， $f(x)=0$ 。对于多值函数³¹，比如椭圆、圆等，也不能直接输入解析式而绘制出函数图象。

另外，几何画板绘制的函数图象也有着明显的弱点，它不能绘制孤立的点和表示开区间的端点。还有小的瑕疵，比如绘制 $y=\text{trunc}(x)$ 函数图象，就会出现如下显示问题：跳跃间断点显示不间断且没有开区间。



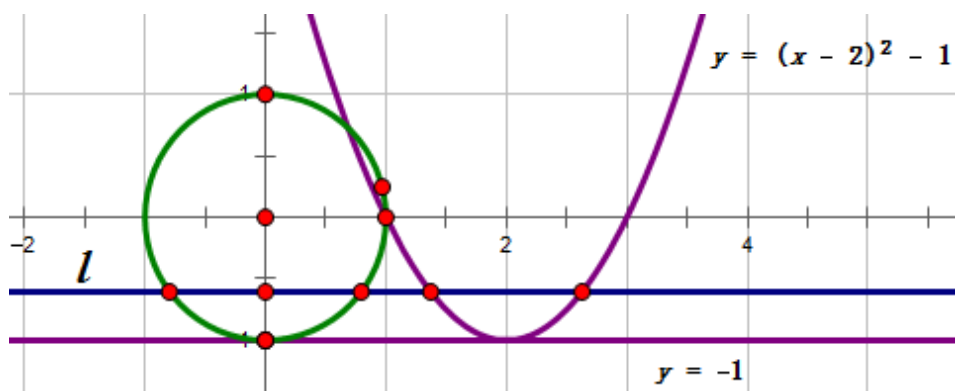
解决“连续”的方法有两个，一是拖动坐标单位点，找到适当的显示位置，间断点自动正确显示。二是右键图象，“属性”-“绘图”-“离散的”，将图象修改为散点图。

解决图象开区间只能手动构造与坐标系底色同色的点。



相同自变量的不同函数图象，如果有相交点，选定不同的函数图象，可“构造”-“交点”。比如 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 函数，当图象相交时可构造交点； $y=f(x)$ 和 $x=g(y)$ 的函数，图象即使相交也不能“构造”交点。使用蚂蚁或者飞狐自定义坐标系的构造交点工具也不能构造不同自变量的函数图象的交点。

当两个函数图象(紫色)处于如下图的相切状态时，也不易构造交点。



²⁹ 包括：常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数六种。

³⁰ 由基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合运算而形成的，并可用一个式子表示的函数。大多数分段函数不是初等函数。

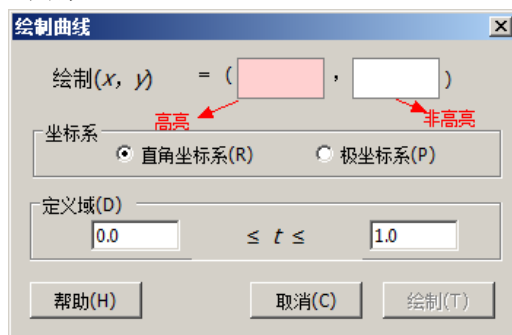
³¹ 在定义域中，某些自变量 x 值，有多于 1 个函数值 y 与之对应。

如动直线 l (蓝色) 与 x 轴平行, 当其函数解析式不是 $y=-1$ 时 (大于 -1), 其与 “ $y=(x-2)^2-1$ ” 相交 (抛物线有割线), 则两个函数图象 (或直线与函数图象) 可以构造交点。当直线 l 移到圆的最下方, 即直线 l 通过抛物线的顶点时, 直线 (或者直线图象) 不易与抛物线构造交点, 但可以与圆有一个交点, 即切点。同样, 某些函数与坐标轴 (函数或直线) 成 “相切” 状态, 此时, 也不易构造这个 “切” 交点。某条直线不以交叉的方式经过尖波函数的尖波点, 选定这个函数和直线, 也不易构造交点。函数图象是多个采样点拟合³²而成, 如果切 “点” 刚好就是曲线图象中某个采样点, 切 “点” 才能构造成功。

一次函数图象表现为 “直线”, 但需要在图象上构造一条直线, 通过构造过图象外一点与实体直线的平行线, 来表示过图象外一点且与图象的平行线。

五、绘制参数曲线³³

“绘制参数曲线 (C)” 的前提是绘图区中含有一个或一个以上的同自变量的函数。单击 “绘图 (G)” - “绘制参数曲线 (C)”, 出现对话框。



绘制参数曲线根据坐标系的不同, 有两种对应的模式, 即 (x, y) 和 (r, θ) 。其原理就是在坐标系中绘制点, 而点的坐标值使用同一个变量的函数得到。

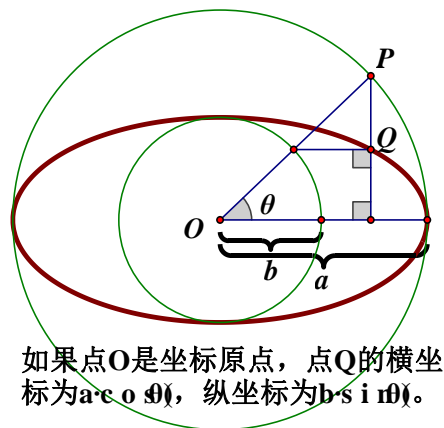
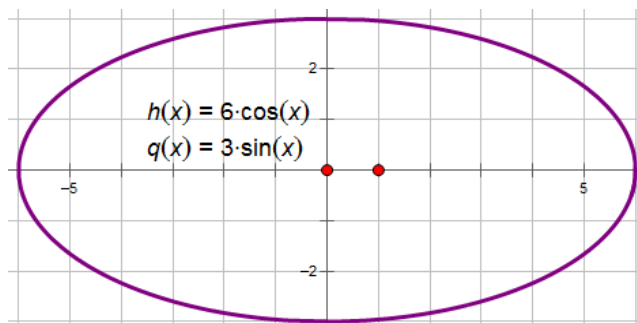
例 11.2.1 绘制椭圆参数方程

1、“数据 (N)” - “新建函数 (N)”, 新建两个函数, $h(x)=6\cos(x)$, $q(x)=3\sin(x)$ 。

2、“绘图 (G)” - “绘制参数曲线 (C)”, 在 (x, y) 模式下, 依次单击 $h(x)=6\cos(x)$ 、 $q(x)=3\sin(x)$ 。

只有在高亮的状态下才可以选定函数, 如果不是高亮, 用鼠标点击输入框一下便可, 也可以在单击 “绘制参数曲线 (C)” 前, 依次选定 $h(x)=6\cos(x)$ 、 $q(x)=3\sin(x)$, 然后选定 (x, y) 模式。

在 “定义域 (D)” 中输入合适的数值 (“ π ” 的输入快捷键是 “p”) 便可以得到下左图。



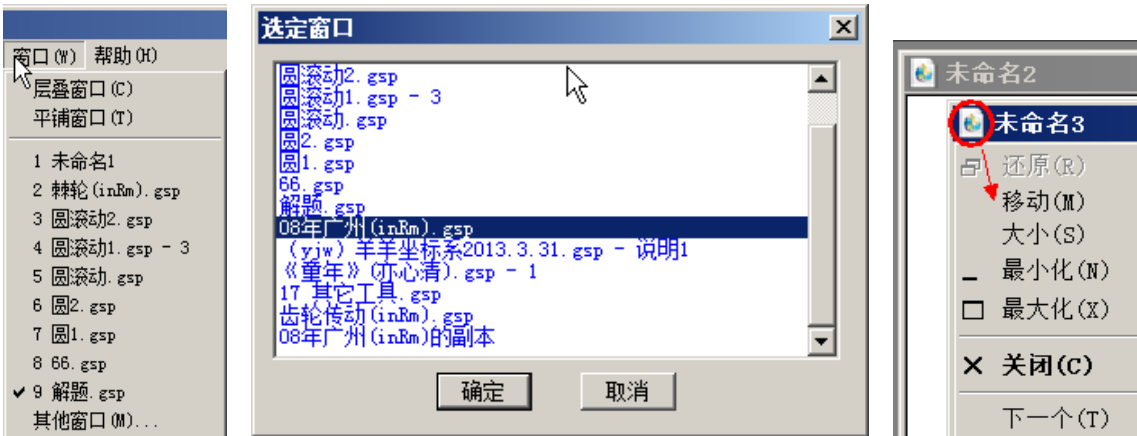
上右图中, 驱动点 P 是圆上的自由点, 随动点 Q 的轨迹就是椭圆。可以看出, 椭圆参数方程的几何意义十分清晰。

³² 形象地说, 拟合就是把平面上一系列的点, 用一条光滑的曲线连接起来, 系列点间的点都是推算而来的点。

³³ 由参数方程确定的曲线。在给定的平面直角坐标系中, 如果曲线上任意一点的坐标 (x, y) 都是某个变数 t 的函数 $x=f(t)$, $y=g(t)$; 且对于 t 的每一个允许值, 由方程组所确定的点 $m(x, y)$ 都在这条曲线上, 那么方程组称为这条曲线的参数方程, 联系 x 、 y 之间关系的变数称为参变数, 简称参数。这条曲线叫参数曲线。类似地, 也有曲线的极坐标参数方程 $\rho=f(t)$, $\theta=g(t)$ 。

第十二章 窗口菜单

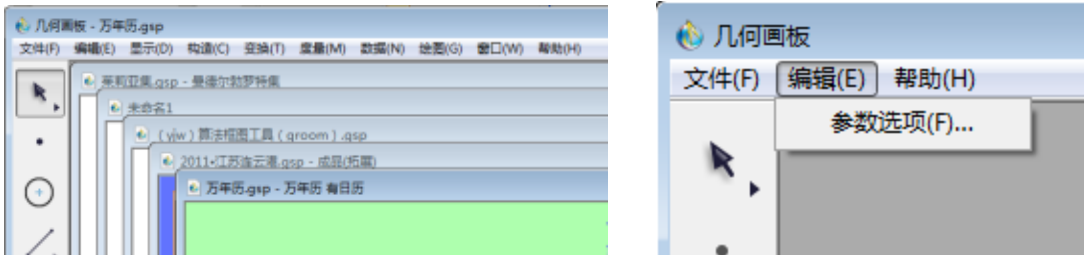
这个菜单和一般 Windows 软件一样，通过它来查看同时打开的不同文件。可以调整窗口的排列方式，可以选择平铺或层叠效果。几何画板中，最多可以打开的文档窗口数与系统内存等配置有关，当打开的文档超过 10 个时，会根据打开的次序标注 1-9 号窗口，第 10 个以后标注为其他窗口，但最后打开的文档序号为 9，且为当前窗口。点击“其他窗口”会出现打开文档列表。可选任意一个文档在当前窗口显示。在每个文档菜单栏的最左边，是一个图标，点击图标会出现下图，其中的操作也是控制窗口的。其中的“下一个”是切换文档列表中其前一个序号文档到当前窗口中。



平铺窗口效果如下：

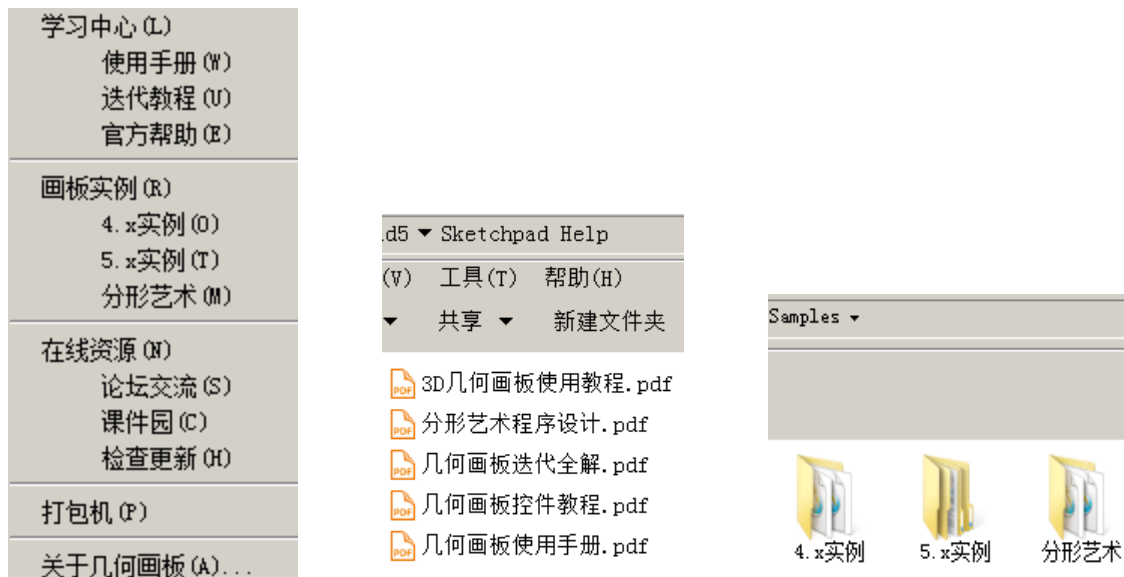


层叠窗口效果如下左图。关闭所有画板文档，且保留软件窗口如下右图（编辑中只有一个选项）：



第十三章 帮助菜单

在帮助菜单中，有 5 个功能区，共计 14 个命令，每个功能区的标题也是命令菜单。只需用鼠标单击一下，就可以打开这些资源。这些文件，还可以在几何画板安装路径下的“Sketchpad Help”和“Samples”中找到，方便大家打印阅读。



第一节 学习中心

点击“学习中心”，直接打开安装路径下的“Sketchpad Help”文件夹，包括如上中图的 5 份教程。

一、使用手册

点击“帮助(H)”-“使用手册(W)”，就打开了随机帮助的图文手册。此手册是多年来国人集体智慧的结晶，是 pdf 格式，针对 5.06 版本编写。需要系统中安装默认 pdf 文档阅读器³⁴才可以正常打开。

二、迭代教程

由贺基旭老师倾情奉献，是从低到高学习迭代应用的指导作品。点击“迭代教程(U)”，进入《几何画板迭代教程》的文档。此文档是 pdf 格式，需要系统中安装默认 pdf 文档阅读器才可以正常打开。

三、官方帮助

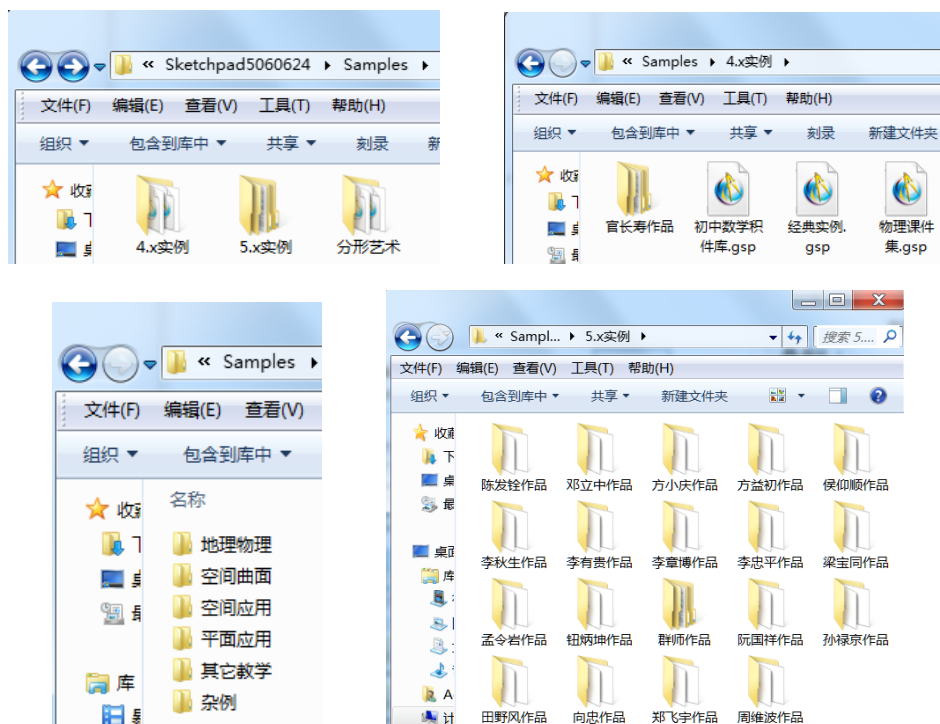
自 5.04 开始，汉化版本链接了官方帮助，可以直接与开发公司进行交流。此网站是英文网站，板友可以直接接触到与时俱进的几何画板。点击“官方帮助(E)”直接进入官方网站。

第二节 画板实例

自几何画板汉化以来，大量板友积累了众多的优秀课例。到 5.06 版，汇集了 1433 个课例，分为 4.x、5.x 和分形艺术 3 个文件夹存放，并对每个版本的课例进行了分类。在每个文件夹下都有许多优秀的课例，可以说，几何画板 5.06 是画板精品的集中地。点击“画板实例”直接进入文件夹。

如果板友是中学教师，强烈建议学会画板的基本操作以后，只要会用画板操作软件即可。全国的画板技术精英已经足够多了，您的工作只是能找到课件，然后会用即可！

³⁴ Pdf 文档阅读器可以下载安装，比较小巧的软件是福昕阅读器。



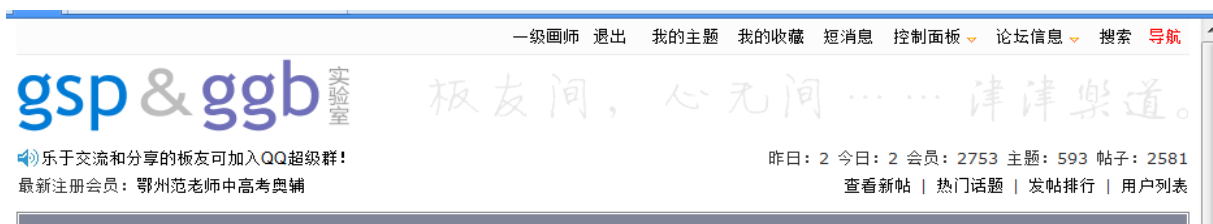
- | | | |
|-------------------|-------------------|----------------------|
| (inRm)摆线 | 【教程】用迭代构造平面直角: | 08常德市中考 (7.31) |
| (inRm)错觉 9例 | 09年潍坊17题答案 (蚂蚁制作) | 08年荆州中考题 (7.31) |
| (inRm)翻墙三角形 | 10福建宁德26题 (蚂蚁) | 2005年南京中考题 |
| (inRm)斐波那契螺旋线 | 10福建宁德26题2 (蚂蚁) | 2006年吉林课改卷 |
| (inRm)割矩为方 | 2010湖南衡阳 (蚂蚁制作) | 2007年山西太原中考 |
| (inRm)割圆为方 | 参数的应用-正三角形在正方形 | 2008年广州市中考数学压轴题 |
| (inRm)割圆为方详解 | 点的迭代 (蚂蚁) | 2010年河北中考试题 (2013.1) |
| (inRm)勾股定理万能证明法 | 迭代方法2 (蚂蚁) | 2010年威海中考 |
| (inRm)勾股定理验证之尺规法 | 多边形 (蚂蚁制作) | 2011江苏连云港 |
| (inRm)勾股定理证明 (4例) | 方形车轮 (蚂蚁) | 2011年十堰中考 |
| (inRm)淮安压轴题 | 光的折射 (蚂蚁制作) | 2011年无锡 |
| (inRm)简单迭代12例 | 滑块 (蚂蚁) | 2012济南中考 |
| (inRm)牛吃草 | 化圆为方 (蚂蚁制作) | 2012年德州中考压轴题 |
| (inRm)平方差 (尺规法) | 平面镶嵌迭代 (蚂蚁) | 2012年广安中考试题 |
| (inRm)平方和差公式 | 棋盘【蚂蚁】 | 2012年吉林 (三种方法构造) |
| (inRm)三角转子 | 三个参数控制颜色 (蚂蚁) | 2012年江苏省淮安市中考压轴 |
| (inRm)三角转子3 | 三角形内角和定理 (蚂蚁制作) | 2012年娄底中考压轴题 |

第三节 在线资源

在网络无处不在的今天，学习无处不在，学习可以随时随地发生。汉化作者和国内画板专家纷纷建立各种论坛和讨论群，无私地分享自己的画板成果。在线资源链接了其中3个优秀的远程资源。

一、“论坛交流(S)”的地址是 <http://www.gspggb.com/>，是陈发铨老师2011年创建的画板实验室。点击“帮助(H)”-“论坛交流(S)”，就可以进入实验室主页。免费注册会员就可以进入交流，不论新手还是高手，都有可学之处。“板友间，心无间……津津乐道！”是实验室的主旨。

点击可以进入各个板块，使用“搜索”功能，可以在实验室中找到许多已有的话题和资源。



这个实验室分两个板块，一个是几何画板区域，一个是 GeoGebra 区域，全球的画板爱好者都可以免费注册登录。这里积累了众多的画板问题和研究专题，很方便地在论坛内按照关键词搜索。



二、课件园多年为一线教师提供了大量的媒体支持，是一线教师的教学资源家园！地址如下：
<http://www.kejianyuan.com/> 点击“帮助(H)”-“课件园(C)”，就进入课件园主页。“打造优质免费教学资源站”是课件园的座右铭。



三、检查更新指向地址

<http://www.jinhu.me/default.asp?tag=%E5%87%A0%E4%BD%95%E7%94%BB%E6%9D%BF> 这是金狐工作室的网站主页。多年来，板友习惯于 <http://exjh.com> 的链接（e线江湖），可知众多课例来自金狐工作室。这里是几何画板软件更新的中心！点击帮助(H) - “检查更新(H)”进入金狐工作室的主页。



第四节 打包机

打包机是将几何画板文档转换为可执行文件，就是将“.gsp”格式画板文档，转换为“.exe”文件。在没有安装几何画板软件的电脑中，也可以执行这个文件，而且，几何画板源文件也不能被破坏。

5.06 携带的是武汉武钢三中的金正祥（网名：xiaoben）开发的打包机。点“帮助”-“打包机”就进入如下界面。此款打包机特色：



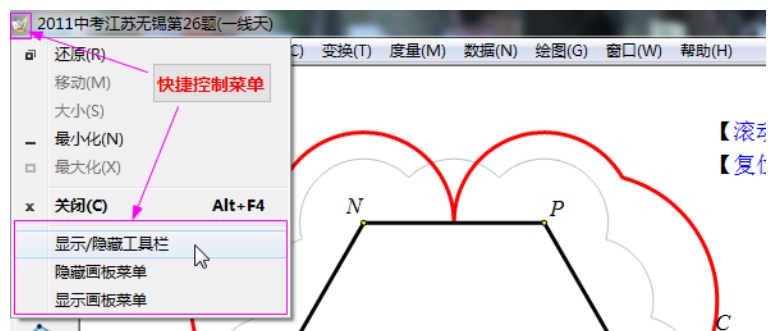
1. 打包 gsp 文件为 exe 格式，防修改，高压缩率，无需安装几何画板直接运行；
2. 高度可自定义模式，满足板友多种需求；
3. 全屏模式效果同幻灯片，鼠标移至顶部右侧会出现下滑控制菜单，效果前所未有；
4. 显示菜单模式，点左上角标题边的程序图标可“隐藏或显示”画板菜单；
5. 去除自动写注册表关联文件功能，运行后不影响原几何画板的关联；
6. 可同时运行多个打包后的课件；
7. 打包时支持以拖曳方式把 gsp 文件拖到打包对象框；
8. 支持热键显示和隐藏菜单栏（Ctrl+Alt+F4）及工具条（Ctrl+Alt+F5），页面切换（PgUp，PgDn）；
9. 支持自定义打包后的 exe 文件图标，前所未有。
10. 在打包课件中使用工具集的简便方法：打包后的 exe 文件、工具文件夹 Tool Folder 放在

同一目录。

全屏模式。鼠标移动到顶部右方，菜单下滑显示如下图。



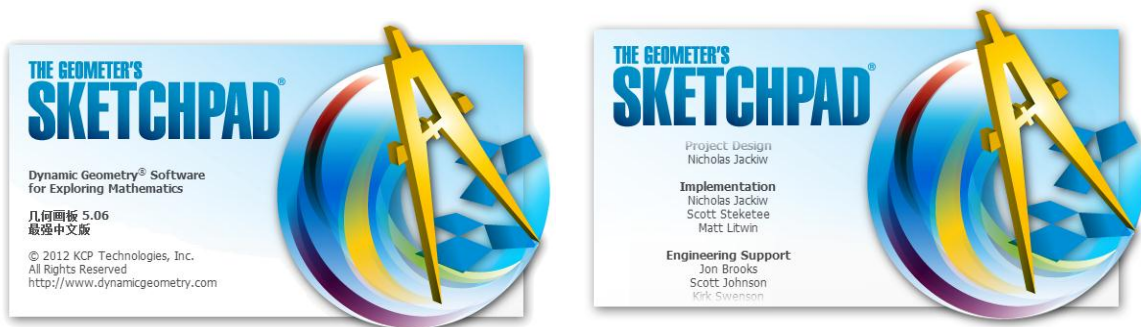
显示菜单模式，点左上角标题边的程序图标可“隐藏或显示”画板菜单。：



使用方法详解请浏览 <http://www.gspggb.com/2012-6/24/1623152614.html>

打包后的文件就是 exe 文件，可以脱离几何画板环境运行。请注意留存自己的几何画板文档，因为打包后的 exe 文件不能逆转变为几何画板文档。执行的 exe 文件时，可以编辑几何画板文档，但不能保存进 exe 文档中。exe 文档不能作为几何画板文档使用控件无缝嵌入到 ppt 中去，只能使用超级链接的方式，链接到 ppt 中。打包机还不能做到 32 位和 64 位操作系统完美兼容，早期版本的打包机的产品，尽管是 exe 文档，在新的操作系统下，也可能执行不了。运行 exe 文件时，最好关闭几何画板软件。

点击“关于几何画板”会出现当前使用的几何画板软件的版本号、作者、研发团队、版权信息和致谢等信息。这些信息会自动滚动，点击鼠标和键盘任意字符，退出显示状态并返回到编辑状态。



第十四章 奇妙的参数

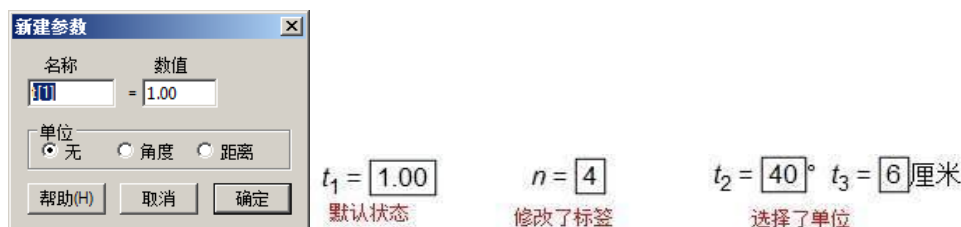
几何画板中的参数是独立存在的一种数值，它的建立不依靠具体的对象。使用参数可以进行计算、构造可控制的动态图形、建立动态的函数解析式、控制图形的变换、控制对象的颜色变化等。

第一节 参数属性

一、新建参数

单击“数据”-“新建参数”，出现如图的对话框，参数默认无单位，也可以建立带单位的参数。单击“确定”后，在画板绘图区便出现了参数。参数的格式可以在“编辑”-“参数选项”中设定。

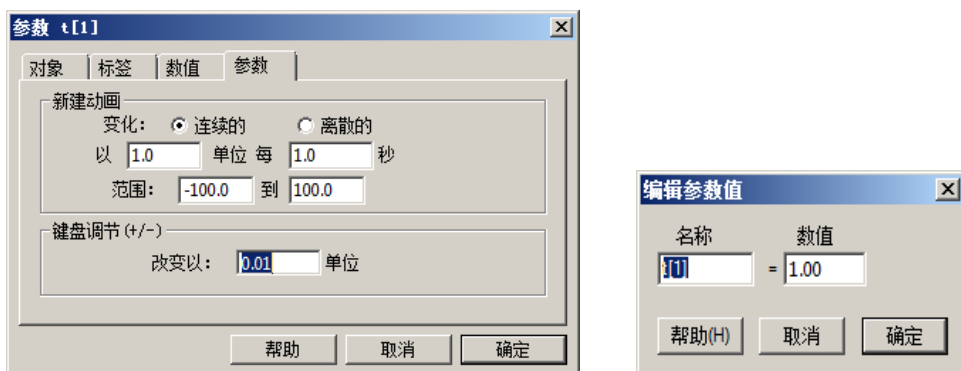
在 5.x 版本，新增了其他的几个对话框也可以“临时”建立参数。在“数据”-“计算”；“数据”-“新建函数”；“绘图”-“绘制新函数”等的对话框中，点击“数值”，都可以新建参数。在绘图区域空白处右键鼠标，其中也有新建参数选项。所有方式都是打开同一种对话框。



二、控制参数值的改变

参数建立后，对参数大小改变有以下几种方法。

方法 1：选定工作区中的参数（框选或者点参数等号以前部分），通过按键盘上的“+”或“-”键可以使参数值增加或减小。默认改变幅度受参数数位影响，如数值是 1.00，就是以 0.01 个单位改变。可以“右键”参数-“属性”，进行修改。也可以选定一个参数，单击“编辑”-“属性”，修改变化幅度，如下图所示。

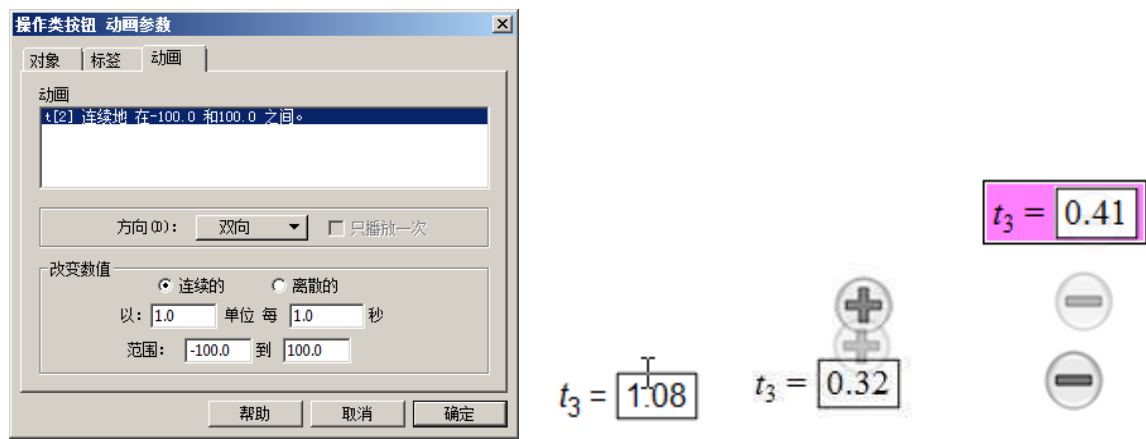


方法 2：双击工作区中的参数，打开“编辑参数”对话框（如上右图），可以直接输入需要的值。

方法 3：对参数进行“动画”和“移动”。选定参数后，“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，打开参数的动画属性对话框，根据需要进行相关设置。单击“确定”后，在工作区中出现一个“动画参数”按钮，单击此按钮参数按设置进行变化。这里的“范围”只是动画参数时的范围，使用其它方式改变参数大小，参数大小不受这个“范围”限定。

选定两个参数后，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，打开“操作类按钮”-“移动”对话框，根据需要进行相关设置。单击“确定”后，在工作区中出现一个“移动参数”按钮。单击此按钮第一个

选定的参数数值，向第二个参数值变化，直到相等才停止变化。第二个参数可以是度量值或者计算值。



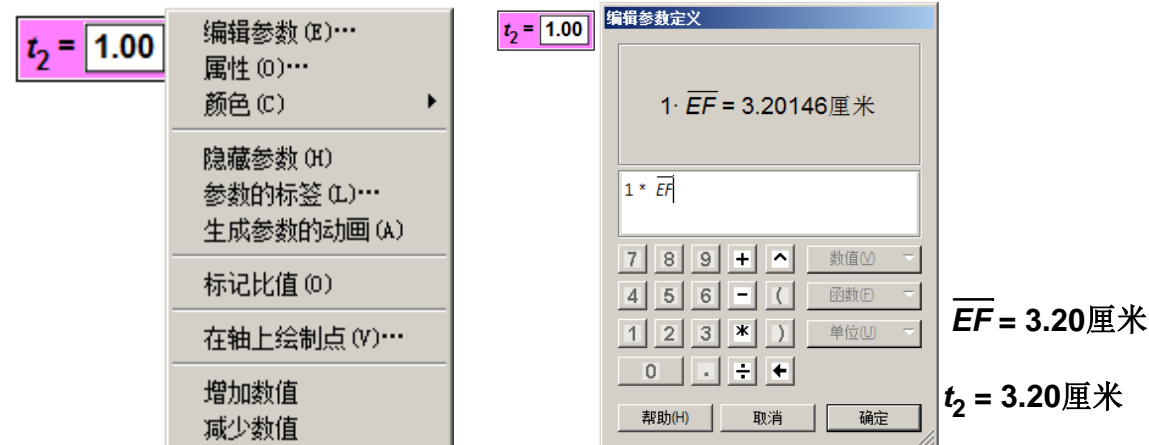
方法 4:默认新建的参数都有编辑框（可以在“编辑”-“参数选项”-“文本”中设置），点击编辑框，直接输入数值即可。

方法 5:当鼠标不是在参数编辑框中编辑数字状态，参数也不是被选定状态时，如上中图，光标的“工”字在参数编辑框的上或者下边框，迅速点住左键同时向上或向下拖离鼠标，可以按照参数属性中的基本变化值改变参数。向下拖离减小参数，向上拖离增大参数。参数改变速率与鼠标距离编辑框距离成正比。如上右图。

方法 6:右键参数，可选“增加数值”和“减少数值”，点一次，增加或减少默认设定的变化值。

三、编辑参数定义

右键参数，“编辑参数”，会出现“编辑参数定义”的对话框。这个编辑器外表很像系统计算器，可以对参数进行新的运算。如果加入了计算，点击“确定”后，参数继续存在，但其内涵已经由参数变为计算解析式表达的定义了。如果参数参加了构图，则新的定义内容，继续“顶替”参数去控制子对象。同理，某个计算解析式中，组成成分有参数，也可以通过编辑计算，变为有参数内涵的定义。



如上右图，编辑参数定义时，使用了线段 EF 的长度值乘以原有参数 t_2 的值，参数 t_2 的名称继续存在，但内涵变为线段 EF 的长度了。确定后，由 t_2 控制的子对象，都由线段 EF 的长度控制了。如果编辑这个解析式，删除线段 EF 的长度内容，只保留参数 t_2 原有的值，则计算解析式定义就变回参数了。

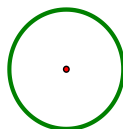
第二节 参数使用实例

一、用参数构造动态图形

在绘图区中建立一个以距离为单位的参数 R，然后用“点工具”绘制出点 O，选定参数 R 和点 O。“构造”-“以圆心和半径绘圆”，绘制出 $\odot O$ 。此圆可以通过改变参数值控制圆的大小。用上面的方法 1

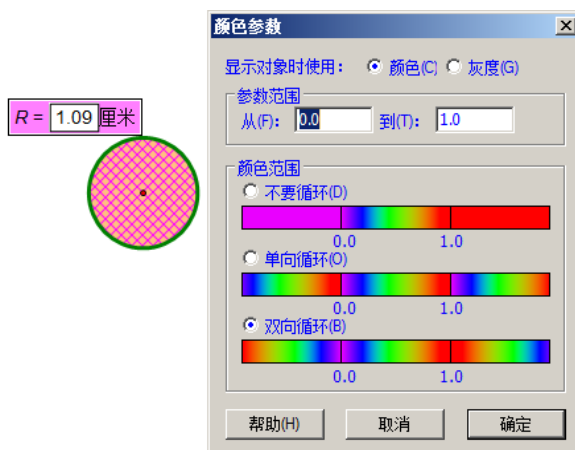
可以使圆的半径递增（减）；方法2可以在“编辑参数”对话框中直接输入数值；用方法3制作一个“动画参数”的按钮后，单击按钮后， $\odot O$ 自动进行缩放。方法4是在参数编辑框中直接输入数值。等等。

$$R = 1.09 \text{ 厘米}$$



二、用参数控制对象颜色

选定 $\odot O$ ，“构造”-“圆内部”，填充圆内部。依次选定参数R和圆内部，如图。“显示”-“颜色”-“参数”，打开如下图的对话框。单击“确定”。经过这样的设置后，圆的大小和内部颜色会随参数改变。当用“动画参数”按钮控制圆的缩放时，圆内部的颜色会进行循环的色彩变化。“参数范围”决定了颜色的变化周期。



三、用参数构造动态解析式

用参数构造的函数解析式，可以通过参数的改变来控制解析式的改变，进而控制函数图象的改变。动态解析式的实现生动直观地揭示了函数的性质以及函数图象的变化规律。下面以用参数构造动态解析式 $y = a(x-h)^2 + k$ 为例，来看看动态解析式是如何通过参数来实现的。

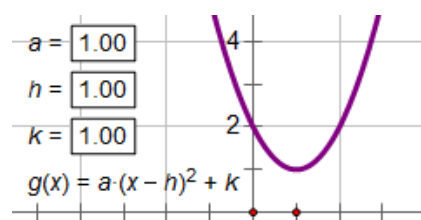
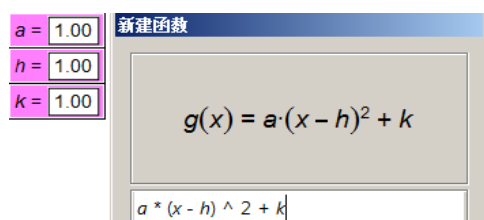
1、新建三个参数 a 、 h 、 k ，默认选择即可。

2、绘制函数的图象。

① “绘图”-“绘制新函数”，弹出“新建函数”对话框。

② 依次点击工作区中的“ $a=1.00$ ”、“*”、“(”、“ x ”、“-”、工作区中的“ $h=1.00$ ”，“ $)$ ”，再点“^”、“2”、“+”、工作区中的“ $k=1.00$ ”。

③ 这时的计算器中的显示如图，单击确定。绘图区域中会出现坐标系和函数的图象。



这时改变参数 a 、 h 、 k 的值，抛物线的形状和位置进行相应的改变。

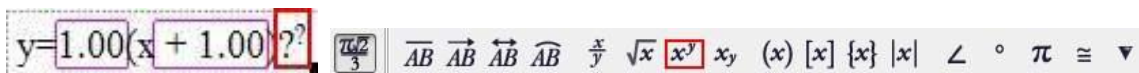
在函数编辑器中，点“方程”，可选解析式为“y=”的形式。

3、动态解析式的建立

①用“文本工具”在绘图区域中依次输入，“y=”，单击参数 a，a 的值就会跳到“y=”的后面。

②y=1.00 后面继续输入“(x”，用鼠标单击参数 h，那么 h 的值就会跳到了 x 的后面。

③在 $y=1.00(x+1.00$ 后面输入“)²”，这里的指数 2 可以在“文本栏”里的符号面板中找到（如果绘图区域中没有“文本栏”，可以单击“显示”-“显示文本工具栏”）。直接用键盘输入数字 2，注意光标的位置，可以按键盘上的“→”把光标从“上标”中拿下来。输入“+”，用鼠标单击参数 k，k 的值就会跳到最后面。最后，可以得到一个动态的函数解析式。



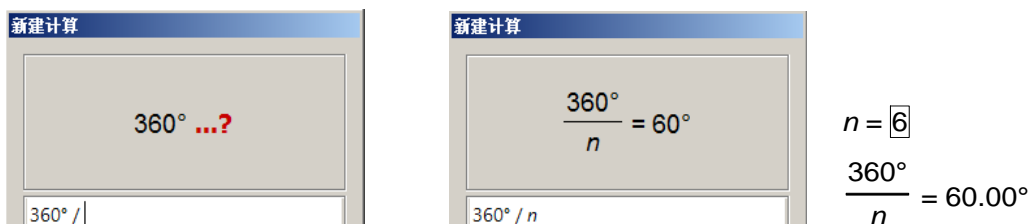
④改变三个参数，可以同时控制解析式及其图象的变化。

本例中，用到了“热文本”合并参数或者度量值到文本。改变参数，这个解析式中的相关数据随动。

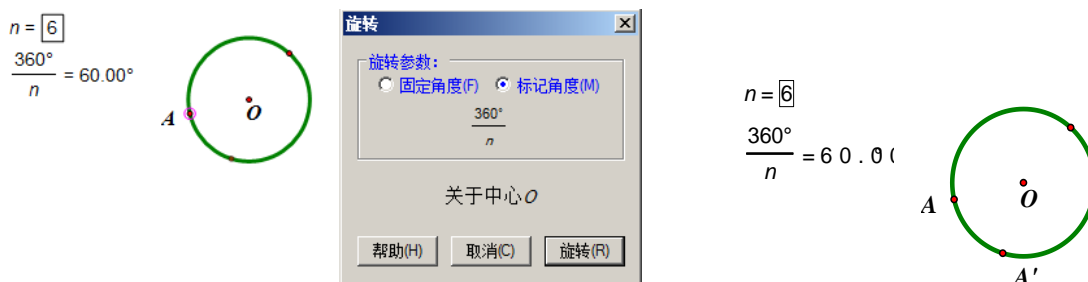
四、参数在计算与变换中的应用

参数可以作为数值进行计算，还可以控制图形的变换。在构造圆的内接正多边形的过程中，参数可以控制边数的多少。

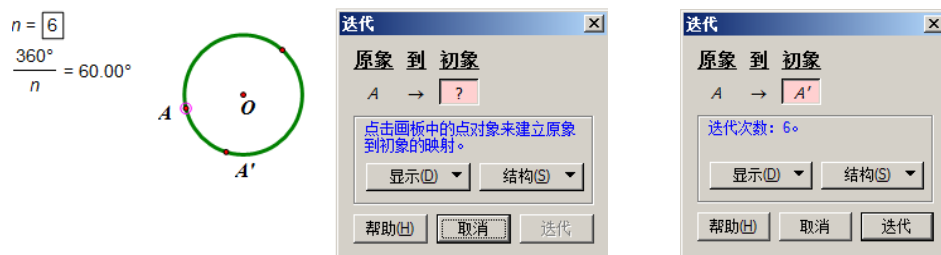
1、新建参数 n（整数 6），“数据”-“计算”，弹出计算器对话框。用鼠标依次点击 3、6、0，单位选择“度”，再单击“÷”，结果如下左图。鼠标移到绘图区，单击参数 n，计算器显示如下中图。单击确定，绘图区中出现含参数 n 的计算结果，如下右图。



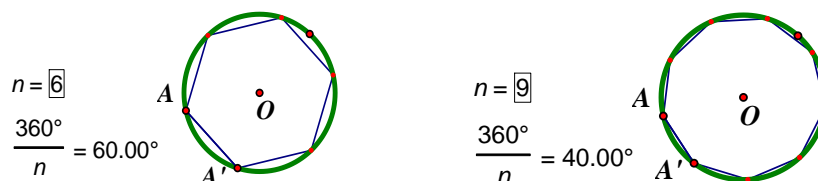
2、用“圆工具”构造出⊙O，并在⊙O 上构造点 A。双击点 O 标记为旋转中心。选定点 A，“变换”-“旋转”，弹出旋转对话框，单击工作区中计算值，“旋转参数”角度自动变为“标记角度”，单击“旋转”按钮，得到点 A'。



3、构造线段 AA'，依次选定点 A 和参数 n（必须最后选参数 n），按住 Shift 键的同时，“变换”-“深度迭代”命令，出现“迭代”对话框，在高亮的“初象”框内，单击工作区中的点 A'。



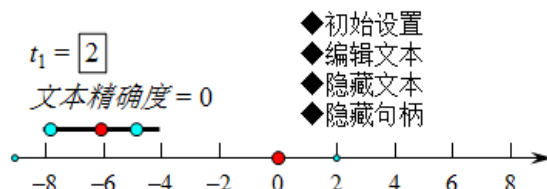
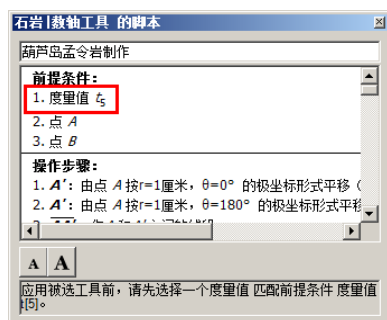
4、单击对话框中的“迭代”按钮后，构造出圆的内接正多边形，效果如图。改变参数n的值，圆内接正多边形的边数进行相应改变。（因为已有一条边AA'，迭代的深度也可以使用参数n-1的计算值。）



五、用于自定义工具

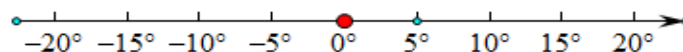
在自定义工具脚本视图中，工具运行的前提条件，经常有“度量值”出现，当第一次使用这个工具，而绘图区域中没有“度量值”时，就需要先建立一个参数，作为“度量值”参与工具的使用。

比如，在“线工具”中的“石岩数轴工具”脚本视图如下左图。



“前提条件”中的“度量值”是数轴工具的单位点的数值，可以先建立一个参数。在使用数轴工具时，顺次点击参数、任意不重合的两个点，就能构造一个数轴以及其控制菜单，如上右图。

这个“度量值”可以是绘图区域中真正“度量值”，但真正的度量值往往带有度量单位，比如“°”或者“厘米”等，使用这样的度量值参与的数轴构造，刻度值会带有单位。

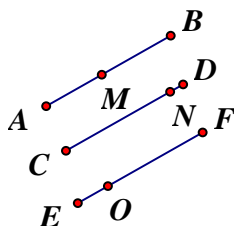


六、动画彩轮

对象的颜色可以使用3个参数来控制，如果三个参数是动态RGB颜色，则对象颜色也随动，对象就会出现炫目的效果。

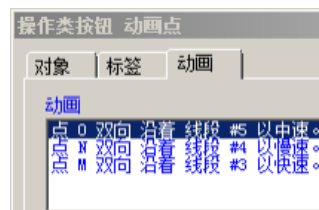
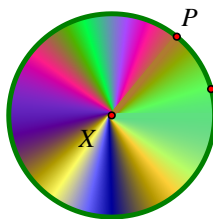
1、在绘图区域构造三条线段AB、CD、EF，及线段上的点M、N、O。

2、依次选点M、N、O。选择“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，方向设置为“双向”，速度分别设为中速、慢速和快速。



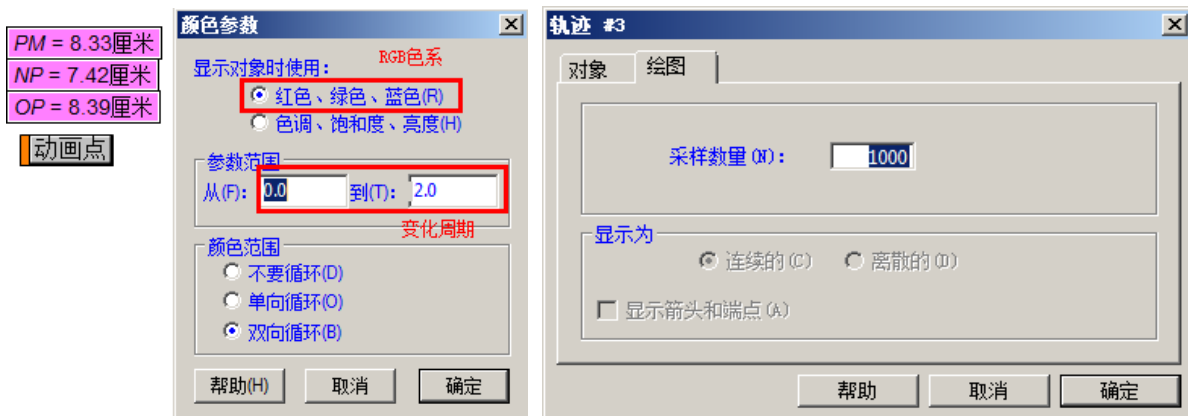
$PM = 8.33$ 厘米
 $NP = 7.42$ 厘米
 $OP = 8.39$ 厘米

动画点



3、构造 $\odot X$ 及 $\odot X$ 上一点 P, 连结 XP。

4、分别度量 P0、PN、PM 的距离得到三个度量值。



5、依次选择半径 XP (不要选上点) 和三个度量值, 选择“显示”-“颜色”-“参数”

6、打开“颜色参数”对话框, 显示对象为“红色、绿色、蓝色”, 参数范围从 0.0 到 2.0。“双向循环”。

7、选定点 P 和线段 XP (此时原有的线段 XP 已经被隐藏, 选定的是新的彩色线段), 选择“构造”-“轨迹”得到 XP 以点 P 沿圆运动的轨迹。

8、右键圆内部的轨迹, 打开“属性”对话框, 单击“绘图”, 采样数量改为 1000。“确定”。

9、隐藏不必要对象, 完成!

如果再用三个参数控制“色调”、“饱和度”和“亮度”, 此彩轮还有更多变化。

使用了参数颜色显示对象, 其实是将原有对象赋予了新的颜色, 并显示新的对象, 而原有对象被直接隐藏。本例中线段 XP 就被直接隐藏了。如果决定颜色的参数被删除了, 新的对象同时就不存在了。因为使用“显示所有隐藏”也不能把它显示出来, 原有的对象被“超级隐藏”了。可以通过使用信息工具或者查看属性追踪父子对象的方法, 找到原有的对象, 并显示出来。

第十五章 迭代

第一节 迭代的概念

迭代是一种特殊的变换，是平移、旋转、反射、缩放等基本变换多次执行的组合应用，对于迭代的初步了解，可以参见第四章第五节的“迭代与深度迭代”。

一、基本概念

迭代：按一定的规则，从原象到初象的反复映射过程（生成的初象变为新原象继续形成新的象）。

迭代图象：迭代操作产生的象的序列。

迭代图：原象到初象映射相关联的所有对象的集合。

迭代规则：由一个或多个从原象到初象的映射定义，就是迭代执行方式。

原象：产生迭代序列的初始对象，通常称为“种子”。必须是自由点、半自由点或者参数。

原象点：作为原象的点对象，应为自由点或路径上的点（自由点才可以向任意方向迭代，路径上的点，可以沿着路径迭代，故也叫半自由点）。

原象值：作为原象的参数，应为自由的参数（没有父对象的自由参数）。

初象：原象按照迭代规则经过一系列变换操作而得到的象，与原象相关联。

迭代深度：迭代执行的次数。

深度迭代：几何画板中特指携带有可控迭代次数参数的迭代（改变参数，迭代的次数就改变）。

第二节 迭代命令操作

在数学中，迭代指应用某些数学结构，计算结果并处理先前结果的相同操作过程。此操作必需在一些输入后定义一个输出，并且迭代用前一步的输出作为下一步的输入。

画板允许对在画板中建立的任何数学关系进行迭代。能用迭代创建重复的变换，产生不规则碎片形和其它与自身相似的对象。

在代数学中，一个迭代是一个计算结果的循环（用一个输入值计算一个输出值）。迭代反复地应用前面的计算结果作为下一步迭代的输入。若要开始迭代过程，首先必需有个开始值，称为种子。比如：以 5 为种子进行加 2 处理，第一次迭对 5 进行加 2 处理，即 $5+2=7$ ，第二次迭代则对第一次迭代的结果 7 进行加 2 处理，即 $7+2=9$ 如此下去产生以下数值序列 7, 9, 11, 13, 15, 17, ……。

在几何学中，一个迭代用一个操作处理一组对象产生一组新的对象。源对象组作为输入，新对象组作为输出。若要开始操作过程，必需有一组对象作为原象。以“向右平移 1 厘米”的变换为例，如果应用此变换于作为原象的三角形 ABC，初象为三角形 A'B'C'将向右平移 1 厘米。迭代此变换将产生一个全等的三角形系列，从原象三角形 ABC 为开始每个都相对于前面的三角形向右平移 1 厘米。

在这些例子中，把“加 2”操作或“向右平移 1 厘米变换”作为任何单独的值或三角形的迭代规则。在迭代序列中的每个值或图象作为下一步迭代的值或图象。所有的迭代规则都是由原象（种子）和映射操作定义的。当对原象应用一次操作时，初象作为原象的操作结果。当进行迭代操作时，可得到第二次、第三次、第四次的迭代图象等等。

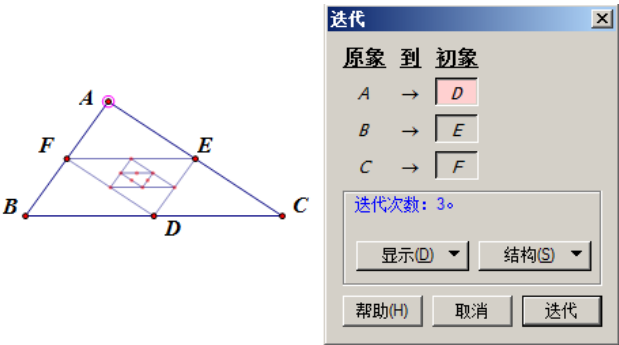
迭代的命令有许多，用多个例子来介绍迭代的具体操作。

例 15.1.1 谢尔宾斯基三角形初步

- 1、使用点工具构造点 A、B、C，使用线段直尺工具构造三条线段，形成三角形 ABC。
- 2、选定边 AB，“构造”-“中点”，得到点 F。同理得到点 D 和点 E。
- 3、选定点 A、B、C，“变换”-“迭代”，为三个原象点确定初象， $A \Rightarrow D$ ； $B \Rightarrow E$ ； $C \Rightarrow F$ 。当点击每

个中点的时候，画板会同时显示原象三角形迭代的映射结果。

4、点“迭代”按钮，迭代完成。



一、迭代

此命令依照一个预先定义的变化规则（线段的中点连接为线段），对一系列有关系的几何对象（端点和线段）或数值对象构造迭代图象（系列中点三角形）。此命令只有当选定了一些联合的原象点（有定义变换）或原象计算结果时才为可用状态。原象点必需是独立的点或路径上的点，而且必需在当前画板中通过原象定义了其它点（自由点 A、B、C 作为原象，确定了线段中点）。如果原象是一个参数，原象计算结果必需是独立的参数，而且必需同时定义其它计算结果象或几何对象（见案例构建 \sqrt{n} ）。

二、创建迭代图

在上例中，独立对象作为迭代原象（点 A、B、C），与之相应的相关联的对象（第一批中点）作为初象。然后在变换菜单中执行“迭代”显示原象与初象之间的关系。迭代对话框允许指定迭代结构的迭代次数。结果为原象及关联于原象的每个对象的迭代图象的集合形成了迭代图（仅仅指明了点的对应关系，但线段作为“关联于原象”的对象，也参与了迭代，结果是一系列点、线段的图象定义的初始结构，作为三角形向中点三角形迭代）。

三、显示选项

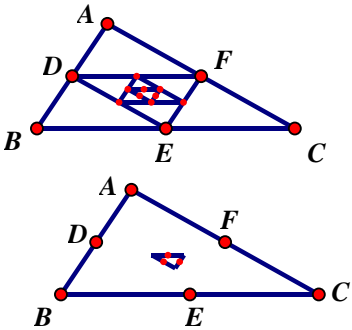
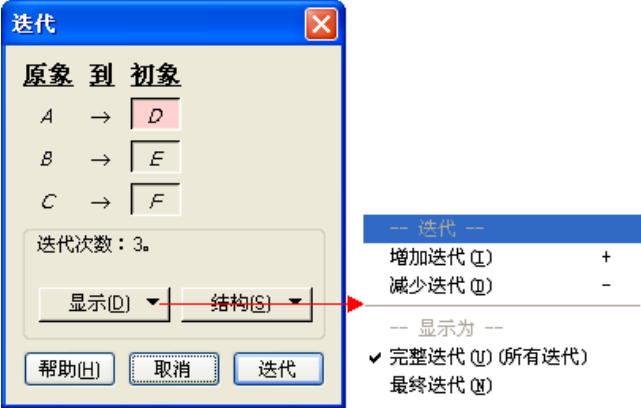
当使用迭代对话框时，能用“显示”下拉选项选择显示形式。能增加或减少迭代的次数、显示完整的迭代、或仅显示最终的迭代。

“增加迭代”和“减少迭代”都是改变这个迭代次数的，默认的是 3 次，快捷键是“+”和“-”。

“完整迭代（所有迭代）”：是显示出全部的迭代图，包括中间过程图。如下图的右上。

“最终迭代”：显示所有迭代中最后一次的图。如下图的右下。

右键迭代会象，可选显示为“完整迭代”或“最终迭代”。

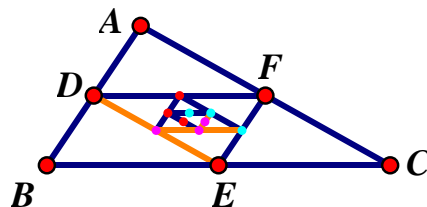
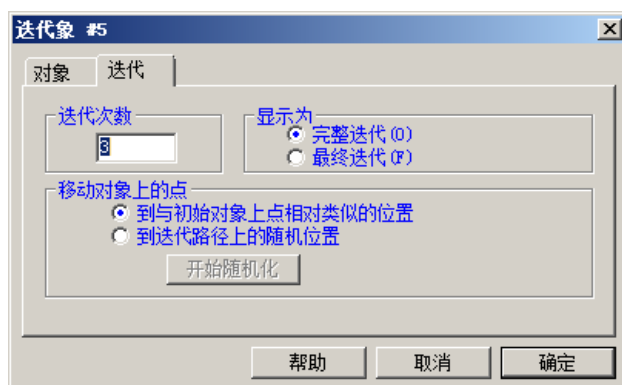


当迭代规则中只有一个映射时（本例中有三个原象，但映射只有一次初象），更多的是希望显示完整的迭代；当有两个或两个以上的映射时（一个原象有多个映象），更多的是期望显示最终的迭代。

四、迭代属性

当点 D、E、F 不是各边的中点，而是边上的随机点时，迭代的象点都是按照比例到对应边上。右

键迭代的象，在迭代的象属性中，还会出现“开始随机化”选项。点选“到迭代路径上的随机位置”，“开始随机化”按钮被激活，迭代的象会因为点随机变动而改变。在画板中，同一个文档的“随机”性结果相同。想要得到同一种构图的不同随机效果，需要使用同一种方法另外构造一个文档。



在这个例子中有六个迭代图象，即源三角形的 3 个顶点与 3 条边，能选择处理每个分离的迭代图象。如上右图，可以分别三角形三条边和点的迭代图象的颜色。如果初象的颜色是变化的参数控制的，迭代的象颜色也会随着变化。能用“迭代属性”改变迭代次数来改变显示的迭代图象。

只有迭代图象和迭代的规则才有属性面板。用此属性面板设置迭代数，指定是否显示所有迭代或只显示最终迭代，决定随机点在迭代中的行为。

“迭代次数”：这个数决定迭代重复多少次。最小值为 1（负数会出现不可预料的效果），最大值依迭代的复杂程度（越复杂迭代的迭代数的最大值越小，反之越大）。如果迭代数（迭代深度）替代为一个度量值或计算值，当迭代首次创建时，当前值即为迭代深度，度量值和计算值变化，就影响迭代结果。

可以通过先选定迭代图象，然后用键盘上的“+”或者“-”来改变迭代数。

“显示为”：“完整迭代”显示所有的迭代图象（每次迭代生成的图象）。“最终迭代”仅仅显示最后的一次迭代图象，不考虑设置的迭代次数。

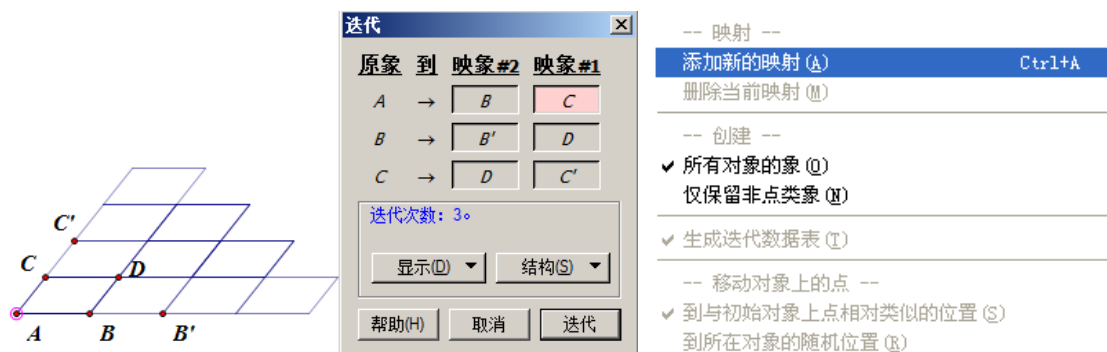
“移动对象上的点”和“到与初始对象上的点相对类似的位置”，指的是迭代图象每次迭代时某对象上的自由点在对象上的位置与迭代图中相对应对象上的自由点在对象上的位置相类似（按比例）。“到迭代路径上的随机位置”，指迭代图象中的某对象上的半自由点的位置随机。

选定迭代图象后，按键盘“!”符号（半角英文），直接会对迭代对象路径上的点进行随机化处理。

五、多映射迭代

给每个迭代的原象指一个初象，能创建一个迭代映射，此映射描述如何变换原象创建一个初象。执行这个映射，就产生一个单独源对象的副本。有些迭代，一步迭代可以产生两个或更多个源对象的副本。每个源对象的副本需要它自己的映射，这样的迭代就是多映射。迭代中的不同映射规则对应不同的序数的映象。

下面的平行四边形棋盘方格是最普通的几何结构，构造它们的迭代规则需要多映射迭代。在两个方向上的迭代规则，对应产生映象 1 和映象 2。



- 1、构造自由点 A、B、C。
- 2、选定点 A 和点 B，“变换”-“标记向量”。
- 3、选定点 B 和点 C，“变换”-“平移”，按照标记向量，确定，得到点 B'和 D。
- 4、选定点 A 和点 C，“变换”-“标记向量”。
- 5、选定点 C，“变换”-“平移”，按照标记向量，确定，得到点 C'。
- 6、选定点 A、B、C，“变换”-“迭代”，分别指定初象点为 C、D 和 C'。
- 7、点“结构”下拉选项，“添加新的映射”，为点 A、B、C 指定新的象为 B、B'、D。
- 8、点选“迭代”，完成。

六、结构下拉选项

当使用迭代对话框时，能使用“结构”来控制迭代的结构。如上右图。

- 1、增加迭代映射或删除当前的迭代映射；
 - 2、创建的迭代图象是否显示点对象。在多映射迭代时，时常不想看到迭代图象“点”，只想保留迭代图象的线段、多边形等。勾选“仅保留非点类象”，迭代时画板自动创建没有“点”的迭代图象。
 - 3、为所有的迭代度量值创建一个表。
 - 4、设置迭代对象上的点处于初始对象上点相对类似的位置。（也可以右键迭代象，在属性中设置）
- #### 七、深度参数

当定义一个迭代时，可以使用画板中的一个度量值、参数值、计算值来作为迭代的深度。在选定定义迭代的原象执行“迭代”之前，可以选择一个值作为所定义迭代的深度。在几何画板中，携带了迭代深度参数的迭代，叫深度迭代。选完拟参加迭代的对象后，最后选定一个值，然后按下 Shift 键，点击“变换”菜单，其中的“迭代”变成了“深度迭代”。一旦迭代被定义，所选择度量值、参数值、计算值的整数部分将被定义为迭代的深度。如果深度值不合法，将设置深度值为 0。如果深度值太大不能显示所有迭代图象，画板用所能显示的最大值作为迭代深度。

如果一个迭代的深度被一个参数或计算结果定义，就不能用迭代属性改变此深度，其深度只能通过修改参数或计算结果来改变。

八、迭代数据表

当创建一个迭代时，如果某个迭代结果的一个或多个度量值发生改变，画板会创建一个迭代数据的表。此表为每个可见值建立一个受迭代的影响的列，表的第一列的 n 个值表示迭代数（即经过的第几次迭代），表的每行所描述的数据表示在此次迭代上的度量值。

例如：在画板中新建一个参数，初始值为 100，计算 $\frac{\text{speed}}{2}$ ”，如果建立以“speed”为原象，以 $\frac{\text{speed}}{2}$ ”为初象的迭代，画板将产生表，以 $\frac{\text{speed}}{2}$ ”作为 $\text{speed} \Rightarrow \frac{\text{speed}}{2}$ 的迭代象。

$\text{speed} = $	<input type="text" value="100"/>	n	$\frac{\text{speed}}{2}$
$\frac{\text{speed}}{2} = $	50.00	0	50.00
		1	25.00
		2	12.50
		3	6.25

在一个迭代表中，值的行数随着增加或减少迭代数而自动调整。如果不想创建迭代值的表，可取消迭代对话框中构造选项菜单中的“生成迭代数据表”，创建迭代所创建的表不需要时，可以选定删除。

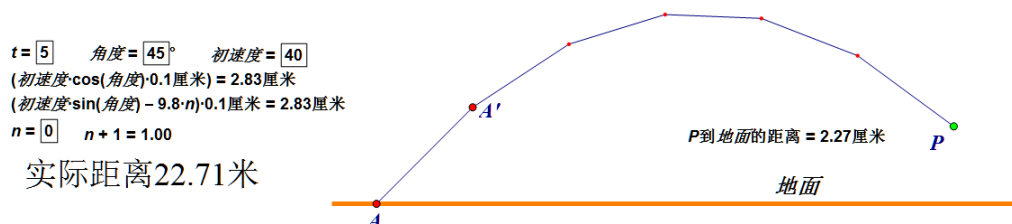
九、终点

当选择某个点迭代图象时，菜单“变换”-“迭代”命令将变成“终点”。如果迭代的深度发生变化，则终点也将因此而变化。

这个迭代的“终点”是一个实体点，可以进行选定、修饰、度量和变换等操作。

用“多映射迭代”生成的迭代，不能构造它的终点。

以下的例子，用迭代来构造一个飞石的飞行路径。重力加速度取 9.8 米/秒^2 ，投掷角度为水平向上 45° ，初速度为 40 米/秒 ，6 秒后，求石块的离地高度，构造终点即可用于度量球的离地高度。



这个例子中，点 A 水平距离和垂直距离分别为两个角度初速度计算值，得到点 A'。迭代的原象为点 A 和参数 n，初象为 A' 和 $n+1$ ，迭代深度为 t。

点击迭代象，“变换”-“终点”，得到终点 P 是实点。选定 P 和地面线段，可“度量”-“距离”。

第三节 迭代实例

一、谢尔宾斯基三角形

这个不规则的几何图形是用三个小三角形内部替换大三角形。然后将得到的三个小的三角形内部的每一个再用更小的三个三角形内部替换，如此进行下去。由于在每个阶段将用三个不同的三角形替换原象三角形，将需要定义三个映射。

1、新建画板，用“线段直尺工具”构造一个三角形 ABC。

2、构造其三边的中点。用文本工具把三个顶点标签改为 A、B、C，三个中点的标签改为 D、E、F。

现在有一个原象三角形，它内含许多小三角形，如三角形 AFE，三角形 EBD 等等。注意那三个较小的三角形，如三角形 AFE、三角形 FBD 和三角形 EDC，它们形成源三角形内部“三角形”。

3、选择 A、B、C 三点，从“变换”菜单中选择“迭代”

4、在迭代对话框中，映射 $A \Rightarrow F, B \Rightarrow B, C \Rightarrow D$ 。

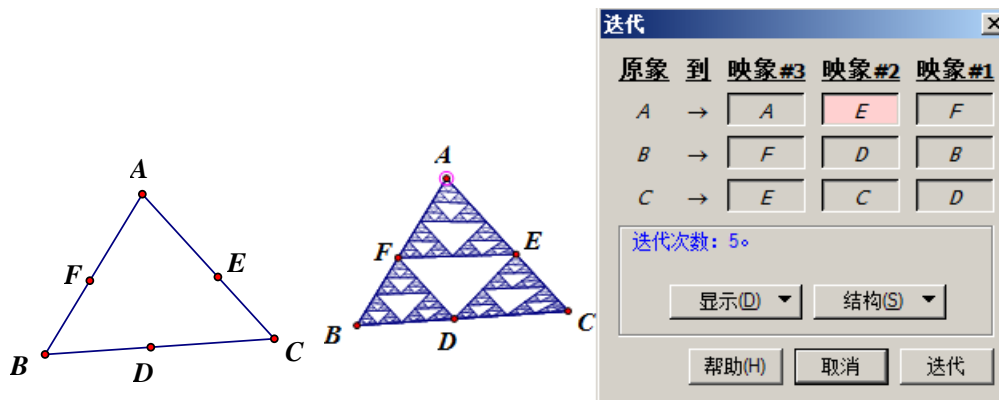
此映射为源三角形到左边小三角形 FBD 的映射。可以看到在源三角形左边小三角形里有一组迭代三角形。

注意在这一步中映射 B 点到它本身，由于这个顶点，同在源三角形与左边小三角形上。

5、用“结构”下拉选项中的“添加新映射”到迭代规则中。在新的映射下，映射 $A \Rightarrow E, B \Rightarrow D, C \Rightarrow C$ 。

6、用“结构”下拉选项再次向迭代规则增加第三个映射。第三个映射如下： $A \Rightarrow A, B \Rightarrow F, C \Rightarrow E$ 。

7、点击“迭代”按钮



不要增加迭代的次数太多，由于每个迭代执行三个映射，会大幅减缓系统运行速度的。

选定迭代生成的图象，能用键盘的“+”或者“-”来增加或减少迭代的次数。

二、深度迭代的运用—构造“奇妙的勾股树”

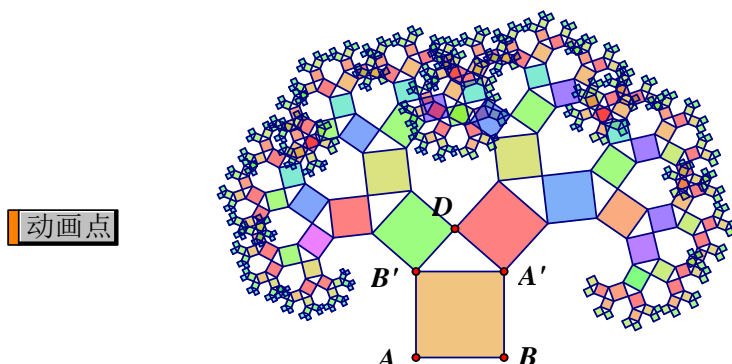
运行结果如下图，单击动画按钮，“奇妙的勾股树”动态变化，颜色也进行不断改变，在展示数学规律的同时给人一种赏心悦目的感觉。

第一，功能运用

本例将揭示“深度迭代”功能和一些基本图形的构造方法以及如何用参数来控制对象颜色的变化。

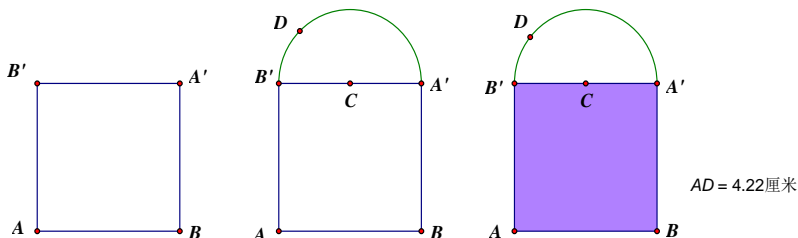
第二，制作思路

制作两点驱动的正方形，给正方形填充颜色后，用动态的度量值作为参数颜色。再利用半圆构造直角三角形，然后用“深度迭代”构造“勾股定理树”。



第三，制作步骤

1、用“线段直尺工具”，按住“shift”键，绘制出水平线段 AB，双击点 A 标记为中心，选定线段 AB 和点 B，“变换”-“旋转”，旋转角度为 90° ，单击“旋转”按钮，得到线段 AB'；双击点 B' 标记为中心，旋转线段 AB'，旋转角度为 90° ，得到线段 B'A'，选定点 A' 和点 B，按快捷键 Ctrl+L，构造线段 A'B，此时构造出正方形 ABA'B'。



2、选定线段 A'B'，按“Ctrl+M”快捷键，构造出 A'B' 的中点 C，依次选定点 C、点 A' 和 B'，“构造”-“圆上的弧”，构造出以 A'B' 为直径的半圆，用“点工具”在半圆上构造点 D。

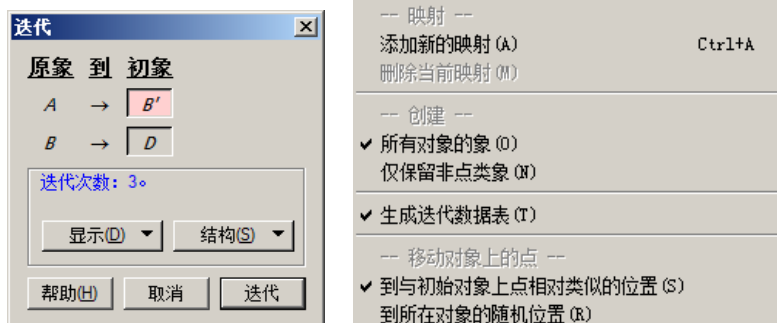


3、依次选定点 A、B、A'、B'，‘构造’-‘四边形内部’，把正方形填充上颜色；在绘图区空白处单击释放鼠标，选定点 A、D，‘度量’-‘距离’，得到 A、D 两点间的距离值。

4、依次单击选定正方形的内部和度量值，‘显示’-‘颜色’-‘参数’，打开‘颜色参数’对话框，参数范围设为‘0-0.3’，点击‘确定’将正方形内部颜色设为动态参数。

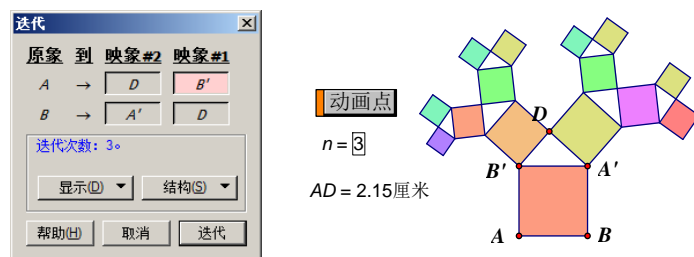
5、‘数据’-‘新建参数’，打开‘新建参数’对话框，单击‘确定’，得到参数‘n=3’。

6、依次选定半圆和点 C，按组合键 Ctrl+H 隐藏。依次选定点 A、点 B、参数 n=3（参数必须最后选定），‘变换’-‘按住 Shift 键’-‘深度迭代’，弹出‘深度迭代’对话框。



7、当点 A 对应的‘初象’框为粉色的时候，单击 B'；当点 B 对应的‘初象’框为粉色时，单击点 D。结果如上图。

8、单击上图中的‘结构’，出现上右图的结构对话框。



9、单击‘添加新的映射’，当迭代‘映象#2’对话框出现新的‘?’后，依次单击点 D 和点 A'；去掉结构对话框中‘生成迭代数据表’前的对勾，不显示表格，单击‘迭代’按钮，完成迭代。

10、选定参数‘n=3’，按键盘上的‘+’、‘-’键控制参数 n 值的增减，同时也控制迭代层数的增减。最后选定点 D，选择‘编辑’-‘操作类按钮’-‘动画’，生成‘动画点’按钮，单击按钮，点 D 在半圆上运动，同时迭代得到的图形进行相应的运动。

“勾股树”也叫“毕达哥拉斯树”。

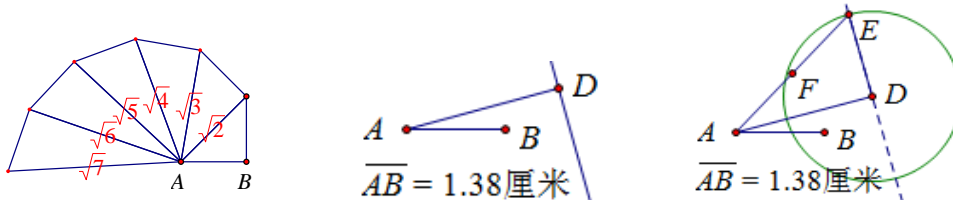
三、非自由点的迭代实现—构造 \sqrt{n}

假设 $AB=1$ ，迭代出表现长度为“ \sqrt{n} ”的线段效果。运行结果如下左图。

1、构造点 A，“变换”-“平移”，1 厘米，角度为 0° ，得到点 C。构造射线 AC，在射线上绘制动点 B，构造线段 AB，隐藏点 C 和射线 AC。

2、度量线段 AB 的长，得到度量值。

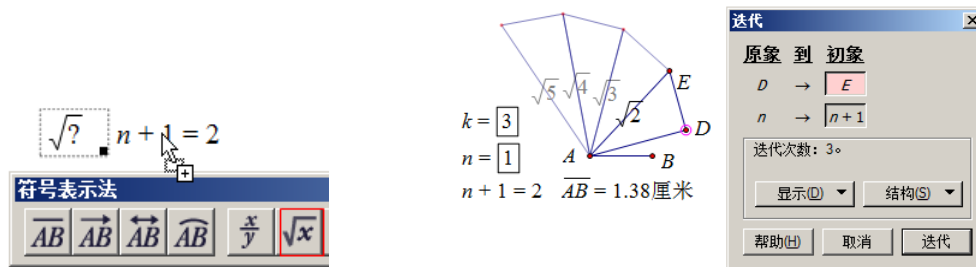
3、在 B 附近构造点 D，构造线段 AD。过点 D 构造线段 AD 的垂线。如下中图。



4、选定点 D 和线段 AB 的长度度量值，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。得到圆与垂线的交点 E，构造线段 AE 和 DE。选定线段 AE，构造中点 F。如上右图。（如果选定点 D 和线段 AB 构造圆，在后边的迭代中，圆的半径就是一个变化值，ED 对应象的长度就不是单位长度 AB 了。）

5、新建参数 k，数值 3，单位无。新建参数 n，数值 1，单位无。建立计算“ $n+1$ ”。

6、使用文本工具，在空白处输入文本“根号‘ $n+1$ ’”，使用“符号表示法”输入根号格式，在“？”处，点击“ $n+1$ ”计算值，引入了动态的计算值，显示为“ $\sqrt{2}$ ”。如下左图。



7、选定“根号 $n+1$ ”和点 F，“编辑”-按 shift 键-“合并文本到点”。

8、隐藏点 F、圆和垂线，依次选定点 D（原象）、参数 n（原象）和参数 k（迭代深度），“变换”-按住 shift 键-“深度迭代”。按照上右图选定初象。“迭代”，在“结构”中取消生成数据表。

9、选定点 D 和点 B，“编辑”-“合并点”，点 D 消失，只有点 B 了。改变参数 k 的大小，改变迭代的次数，改变点 B 的位置，改变图形的大小。选定图中的“ $\sqrt{2}$ ”，使用文本工具栏可以设置数字的文本属性。

从本例的最终图形看，迭代的原象应该是点 B，但点 B 不是自由点。它在射线上的属性，确定了它只能在射线方向上迭代。故先使用自由点 D 作为点 B 的替身，作为原象迭代成功以后，再把点 D 合并到点 B。这样的操作在实践中还有很多，需要灵活把握。

数值作为迭代的原象必须是自由的参数（无父对象），比如本例的参数 n。如果一定要使用计算值或度量值作为原象，可以使用自由的参数作为原象参加迭代，在完成迭代后，选定作为原象的参数，右键（或“显示”）-“编辑参数”，在弹出的对话框中，对参数定义进行编辑，可以“点”入计算或者度量值，甚至可以将参数彻底修改为其他数值。修改后的结果替代以前的参数参与迭代，其属性也不再是参数了。

四、正方形渐开线的构造

在迭代中，不仅是原象有时需要使用一个自由点替代，有时，构图过程中的过度点也需要使用自由点来替代。

1、绘制线段 AB，双击点 B 标记为中心，选定点 A，“变换”-“旋转”， 90° ，得到点 C。

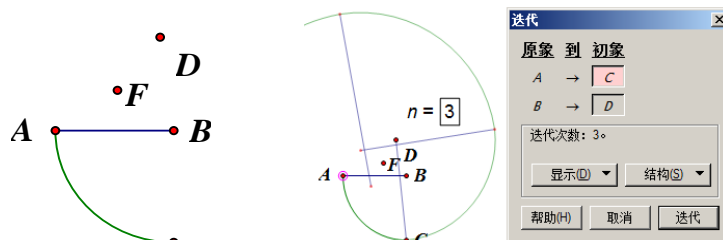
2、在线段 AB 的上方，绘制一点 F，双击点 F 标记为中心，选定点 B，“变换”-“旋转”， 90° ，得到点 D。

3、“数据”-“新建参数”，标签为 n，数值为 3，确定。

4、选定点 B、A、C，“构造”-“圆上的弧”，构造弧 AC。

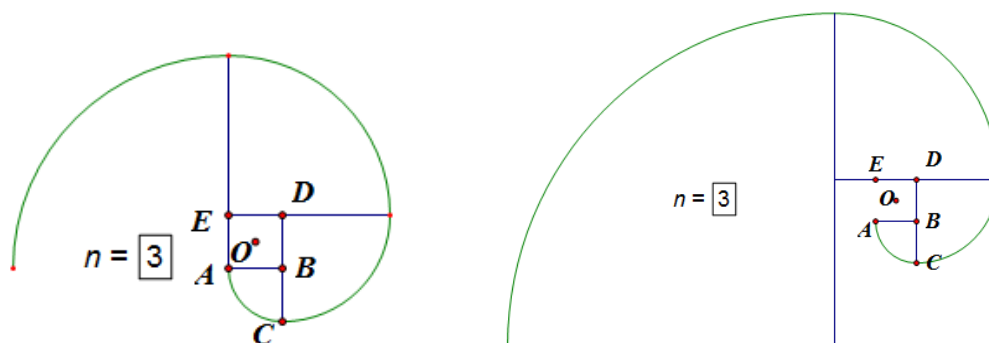
5、选定点 A、B 和参数 n，“变换”-按住 shift 键-“深度迭代”， $A \Rightarrow C, B \Rightarrow D$ 。

6、双击点 A 标记为中心，选定点 B，“变换”-“旋转”， 90° ，得到点 E。



7、双击点 B 标记为中心，选定点 E，“变换”-“缩放”， $1/2$ ，得到点 O。

8、选定点 F 和点 O，“编辑”-“合并点”。如下左图。



本例中，点 O 是正方形 ABDE 的中心，如果一开始就构造正方形 ABDE 的中心点 O，而且标记为旋转中心去旋转点 B，结果会大不相同。在上右图中，以点正方形中心点 O 为旋转中心，其余步骤与前边相同，只是在迭代的“结构”中，勾选了“仅保留非点类象”，出现了不同结果的图象。

原因是如果先以正方向 ABDE 的中心点 O 为中心旋转点 B，在迭代的过程中，每个新的正方形的中心点都会变动，因为旋转中心的变动，导致了旋转结果不同，没有实现正方形的渐开线，却变为等比螺线了。而以一个自由点为旋转中心，在每次迭代时，这个点没有变化，就是每次旋转中心始终没有改变。

在几何画板中，如果一个点合并到了另一个点，或者“编辑参数”改变了参数的定义，由参数变为了计算值，当作品完成时，只能保留最后点或者修改后参数定义的信息，合并点和编辑参数定义的过程在脚本视图中没有记载。这给分析文档的制作过程带来了不便。

关于迭代的更多讲解，参见随机安装路径下的“Sketchpad Help”下《几何画板迭代教程 pdf》文档。

第十六章 键盘技术与控件

第一节 键盘技术

“键盘技术”是指键盘操作画板的技术。想提高几何画板技能和效率，键盘技术就很重要了。

一、菜单选项快捷键

菜单选项的快捷键，可以在菜单选项行的后部看到，比如保存文件“Ctrl+S”、隐藏对象“Ctrl+H”，等等。看看每个菜单下的快捷键，记住一些常用的快捷键，对于快速构图很有帮助。

二、Esc 键

Esc 键提供了一强大的功能，它是英文“Escape”的简写，意思是逃脱当前的行为。在几何画板中，当执行不同的操作时，Esc 键作用也不相同。一般有以下几种情况：

- 1、当在编辑文本时，按 Esc 键可以退出编辑状态。
- 2、查看脚本视图时，如果选择了所有步骤，此时按 Esc 键可以停止操作。
- 3、如果当前的工具不是“移动箭头工具”，按 Esc 键可以跳到“移动箭头工具”。
- 4、如果选定了一些对象，按 Esc 键可以释放所有被选对象。
- 5、如果现在有动画在执行，按 Esc 键可以停止所有动画。
- 6、如果当前在追踪对象，按 Esc 键停止对象移动，还可以擦除追踪踪迹。
- 7、如果使用信息工具，信息框显示出来后，按 Esc 键可以清除所有信息框。
- 8、如果在使用标识笔进行手绘，按 Esc 可以完成当前绘图，并且进入新的绘图状态。

总之，按住 Esc 键，可以使当前画板回到一个全新的状态，没有选定对象、没有追踪踪迹、没有动画、鼠标处于移动箭头状态。

三、特殊键

快捷键可以更方便地完成一些操作，例如选定一些对象、执行命令、选择工具箱中的工具或查看文件等等。多数快捷键在系统菜单的子菜单中都有列出，部分在系统菜单中没有列出快捷键见下表。

按键	执行的命令
Delete or Backspace	清除被选定的对象（等同于“编辑”-“删除”）
←、→、↑ or ↓	选定对象，利用方向键可以小范围内调动；在文本编辑框里可以调节光标所处的位置
Shift+↑ or Shift+↓	改变工具箱中的工具，向上或向下选择工具；在编辑框里，可以逐渐的选定光标所在行及以上的文本或以下的文本
Ctrl+← or Ctrl+→	在编辑框里，可以调整光标位于开头或末尾
Alt+< or Alt+>	选定文本（包括按钮）可以快速改变对象字体大小
Ctrl+I	可以使选定的文本变为斜体
Ctrl+B	可以使选定的文本变为粗体
Ctrl+U	可以使选定的文本添加下划线
Shift+Ctrl+← or Shift+Ctrl+→	在编辑框里，可以选定光标左边所有文本或右边所有文本
Shift+← or Shift+→	在“选择箭头工具”、“线段工具”和“多边形工具”中，可以调整当前被激活的工具；在编辑框里，可以逐渐选定光标左边或右边的对象
+ or -	可以调整选定轨迹或函数图象的采样数量

+ or -	选定迭代象后，可以增加或减少迭代次数
+ or -	选定一个或多个参数，可以增加或减少参数值。修改参数的属性，可调整参数变化的幅度值
Tab	①在编辑参数值时，按 Tab 键可以跳到“下一个参数”的数值编辑状态②当没有对象被选定时，可以快速选择当前的一个对象③当选定一个或多个对象时，可以快速选择与被选对象相似的、距离最近的对象④在使用文本栏编辑数学公式时，可以自动跳到“？”处
Shift+Tab	当一个或多个同类对象被选定，可增选与被选对象相似的对象
Enter	当选定一个按钮时，按一次激活按钮，再按一次停止
Alt	按下 Alt 键，用鼠标可以拖动整个屏幕
Shift+菜单	菜单选项变化①“文件”中‘另存为’变成‘另存为网页’②“编辑”中‘撤消’变成‘撤消所有’；‘重做’变成‘重做所有’；‘参数选项’变成‘高级参数选项’；选定文本与点后，‘合并与分离’变成‘合并文本到点’；选定一个旋转或反射形成的点，‘合并与分离’变成‘从定义中分离’③“显示”中，‘标签’变成‘重设下一标签’（确保当前没有任何对象被选定）④“变换”中，‘迭代’变成‘深度迭代’⑤“绘图”中，‘显示或隐藏网格’变成‘显示或隐藏坐标系’⑥“自定义工具”，选自定义工具前，按下 Shift 键，当选定一个工具时，会自动的跳出工具的脚步；自定义工具中的‘选择工具文件’变成‘忽略工具文件夹’
Shift+拖拽	①“线段直尺工具”和“多边形工具”，可以绘制特定角度线（以 15° 角变换）②可以保持图片的原始长宽比例进行缩放③按住 Shift 键后，可以拖出矩形框多次框选对象
Shift+信息工具	可使显示出来的信息不会自动消失
Shift+标识工具	可以使鼠标变为橡皮，擦除正在绘制的手绘线
Shift+Enter	选定文本对象（包括按钮），可以自动向第一个对象竖直对齐，重复执行，可增加间距
Shift+双击绘图区域中的制表	可以快速地移除表中数据
Shift+格式	设置对象格式后，不会自动保存格式。例如选定点，按住 Shift 后设成最大，释放 Shift 键，再构造一个点仍然保持以前的格式。对于设置字体、字号、线型、颜色等很方便。
P	在数值对话框中，键入 p 后，会自动变成 π
!	在随机迭代中，选定迭代象，可以自动的执行‘随机迭代’
&	在按钮的标签后面加上“&和按键 a”，可以把按钮与键盘上的 a 键进行关联。例如，当键盘英文状态按下字母 a，操作类按钮就被执行

四、数值对话框中的解析式

有许多时候，画板中可以弹出数值对话框，如按一定距离平移、按一定角度旋转、按一定比值缩放。再如绘制点时输入点值或者坐标值，在弹出的数值对话框中，可以直接输入数字，也可以输入计算解析式。利用“+”、“-”、“*”、“/”、“^”、“P”分别表示加、减、乘、除、指数运算和“ π ”。还可以组合运算，如在数值框中输入 4 加上 3 次根号 5，就输入“ $4+5^{(1/3)}$ ”，其计算结果值就被引用。

第二节 鼠标右键与滚轮

在几何画板中，软件提供了丰富的鼠标功能。在前边的介绍中，许多都是针对鼠标左键的功能，本节介绍鼠标右键和滚轮功能。右键菜单会根据鼠标选定不同的对象而出现不同内容，每个菜单显示的命令，大多是系统主菜单中专门针对本对象的命令，只有个别是右键独有菜单。大多数命令的功能同于从主菜单中点击的同名命令选项，在前边章节中均已经做了介绍，本节只是将右键不同对象时出现的菜单列出，右键专有选项最后列出。能读懂以下右键菜单的名称含义，就学会了画板基本功能。可以通过浏览以下右键菜单的选项，验证自己的画板功力如何。

一、在绘图区域空白处右键鼠标。

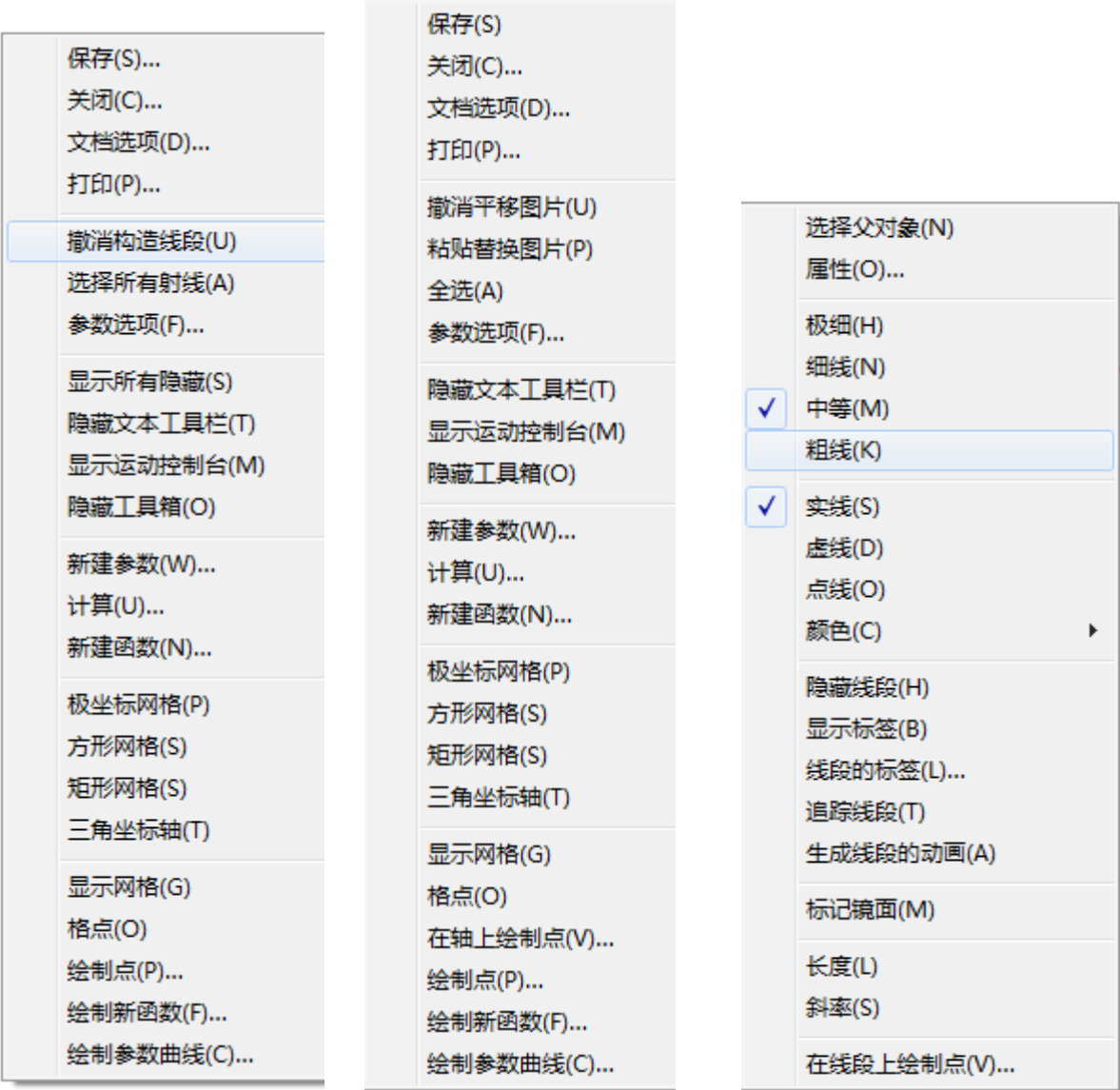


图 16.2.1 绘图区右键鼠标 图 16.2.2 选定图片在空白处右键鼠标 图 16.2.3 选定线段右键鼠标

当绘图区域中有若干对象，但不选定任意对象，在绘图区域的空白处右键鼠标，会出现图 16.2.1。如果绘图区域中已有图片存在，可以是自由的，也可以是合并图片到点，或者剪裁图片到多边形等图片。如果再复制一个图片（系统剪切板上最后一个内容是图片），选定已有的图片，右键绘图区域的空白处，可以出现图 16.2.2 右键菜单，其中有“粘贴替换图片”选项。

二、在对象上右键鼠标

可选定的对象有：“点”、“线”、“圆”、“多边形”、“轨迹上”、“按钮”、“图象”、“标识”、“迭代象”

“文本”、“参数”、“度量值”、“函数解析式”、“手绘线”、“内部”、“图片”等等。

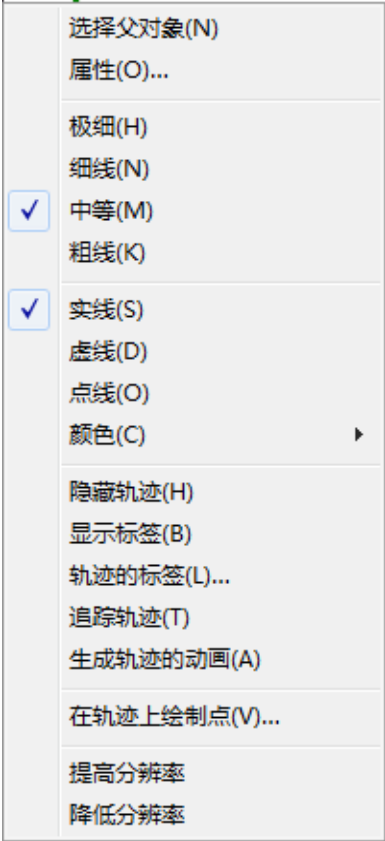


图 16. 2. 4 选定圆右键鼠标 图 16. 2. 5 选定有芯多边形右键鼠标 图 16. 2. 6 选定轨迹右键鼠标

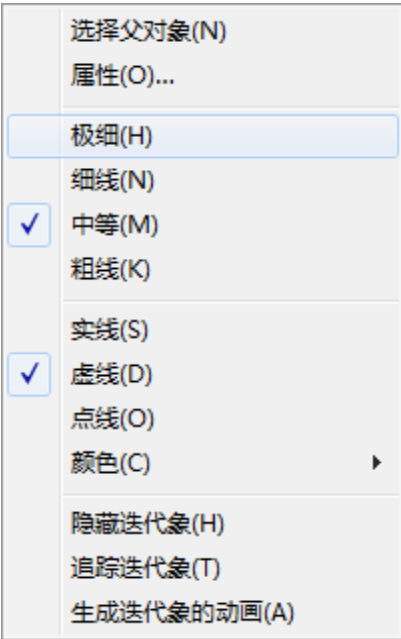
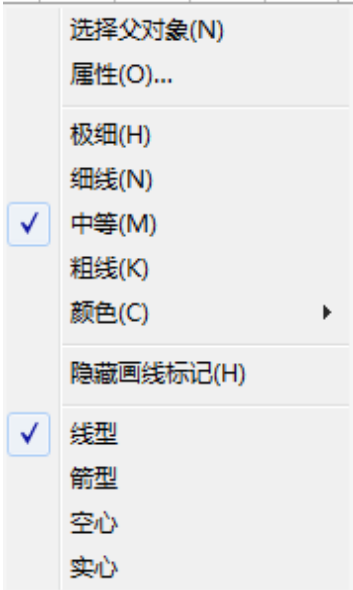
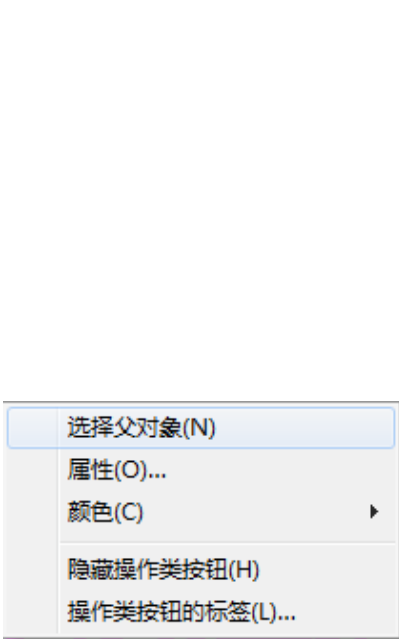


图 16. 2. 7 选定按钮右键鼠标 图 16. 2. 8 选定标识右键鼠标 图 16. 2. 9 选定迭代象右键鼠标

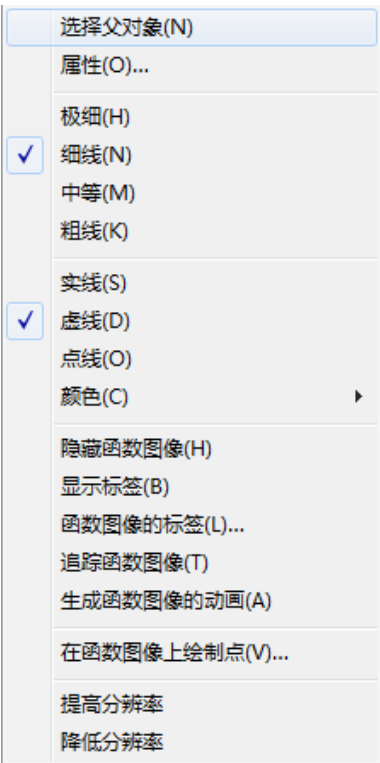


图 16.2.10 选定图象右键鼠标

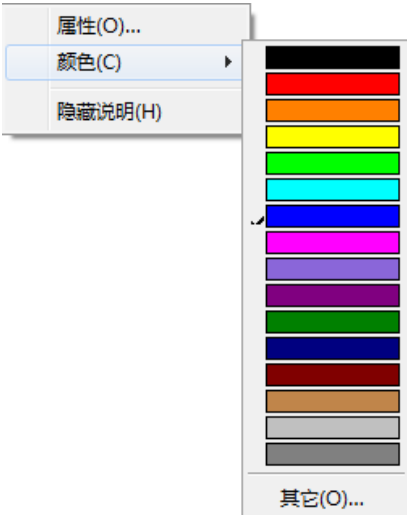


图 16.2.11 选定文本右键鼠标

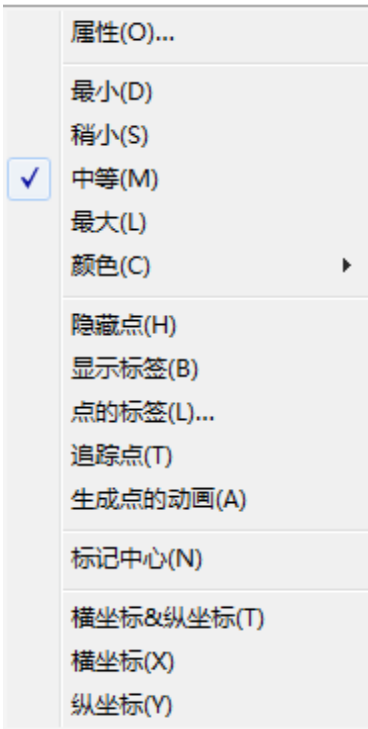


图 16.2.12 选定点右键鼠标

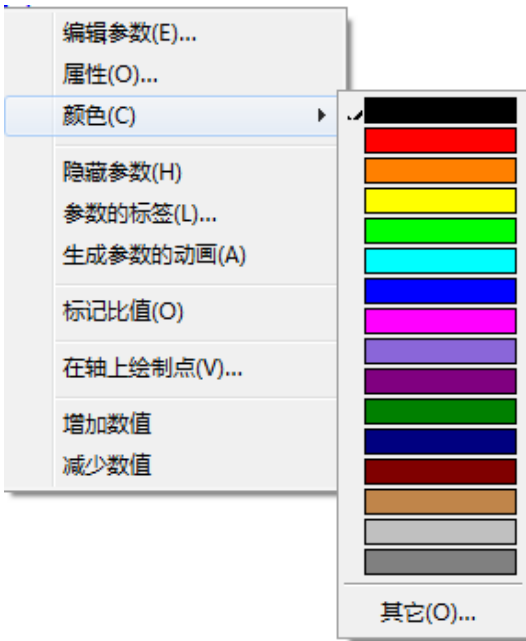


图 16.2.13 选定参数右键鼠标

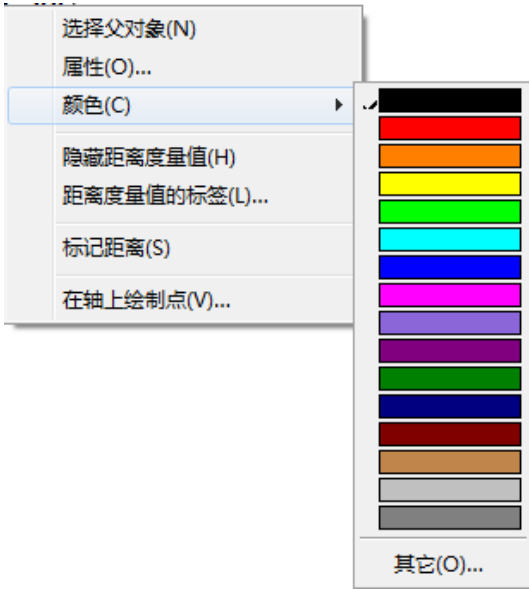


图 16.2.14 选定度量值右键鼠标

函数图象和轨迹的右键菜单中，有“提高分辨率”和“降低分辨率”选项，就是改变函数图象和轨迹采样数来提高图象分辨率，每次点击，在系统当前合适采样率的基础上，以 25%-33% 的幅度变化。对应快捷键为键盘的“+”和“-”。



17. 2. 15 选定函数解析式右键鼠标



图 16. 2. 16 选定手绘图右键鼠标

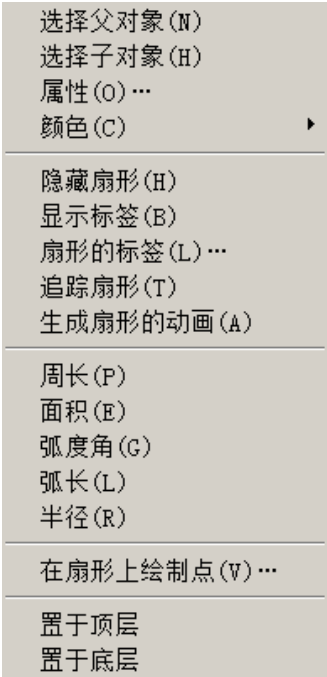


图 16. 2. 17 右键扇形内部

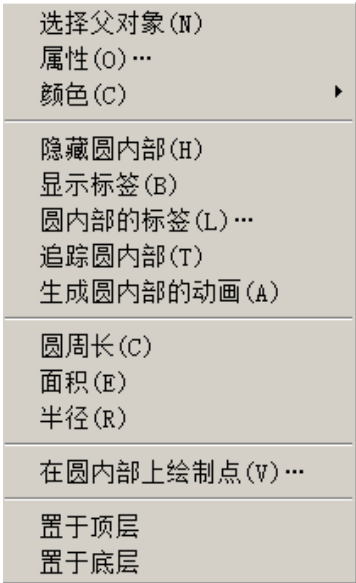


图 16. 2. 18 右键圆内部

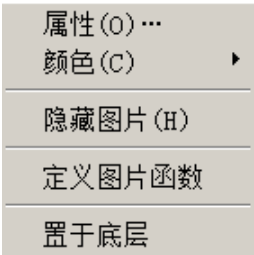


图 16. 2. 19 右键图片

当绘图区域中有多个内部或者图片时，右键对象内部或图片，会出现主菜单没有的图层设置；右键参数，会出现改变数值选项；右键标识，也会出现独有的设置选项；右键轨迹或函数图象，会出现分辨率设置。右键其他对象，均有各自下拉菜单，不再赘述。

三、鼠标滚轮

滚动滚轮：鼠标的滚轮的作用与 Windows 其他窗口相同，如果你的鼠标只有一个滚动条，滚动此轮，就是将画板窗口的垂直滚动条上下移动的。只有拥有两个滚轮的鼠标，才能横向滚动画板横向滚动条。

点击（不是拨动）滚轮：“移动箭头工具”、“线段直尺工具”和“多边形工具”图标都有下一级工具选项，鼠标指向这些工具图标，顺次点击滚轮，下级工具顺次出现。这是切换子工具的一种方法。

第三节 几何画板控件

尽管几何画板在我国已流传使用十几年了，但使用 Office 的群体更大。在许多场合人们使用 Office 组件中的 Word 编辑文档、PowerPoint 演示文档，以及 wps 文字和演示等。所以，几何画板的软件能在字处理和演示软件中使用，或者把几何画板文档无缝嵌入到字处理和演示软件就很重要了。在这两个软件中，通过插入超级链接的方式，比较容易实现链接画板文档，但链接只是开辟另一个窗口运行几何画板软件。几经国人开发，到了 5.x 的时代，使用几何画板控件将几何画板文档嵌入到 Word 和 PowerPoint 中（在其中运行几何画板文档，不用另辟 windows 窗口）已经变得比较完美。

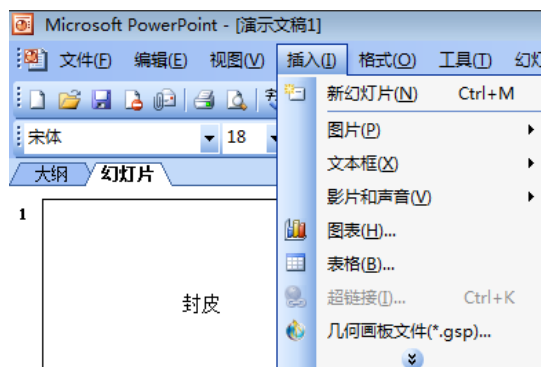
在几何画板 5.06 中，随机携带的控件是金正祥老师和叶良国制作提供的，可以选择使用（如果安装两次几何画板，分别选不同的控件，操作系统中可以有二个控件）。利用控件可以把几何画板文件无缝嵌入 Word、PowerPoint、Excel 和网页中。经测试，在 XP、Windows7、Vista、Windows8 系统下，PowerPoint/Word 2003、2007、2010、2013 里均可正常使用。

软件要求：

- 1、Office 要使用完整版或无损精简版（需含 VBA 等组件）。
- 2、如果系统是 Windows7、8 或 Vista，建议启用 Administrator 账户后再安装画板和控件，非 Administrator 用户请以管理员身份或用 XP 兼容模式运行 PowerPoint，不然控件可能无法正常运行。

一、在 PowerPoint 里无缝嵌入几何画板文件

(一)PowerPoint 2003 环境（安装几何画板时已经选择叶氏控件）



- 1、点击“插入”-“插入几何画板文件”命令。
- 2、选择 gsp 文件。
- 3、在 PowerPoint 编辑区点击即可，通过拖动四周的句柄可以调节画板演示区域大小。在编辑状态，看不见画板图案，在播放时才加载几何画板画面。PowerPoint 放映时，可以通过快捷键设置是否显示菜单栏、工具箱等。Ctrl+Alt+F4=菜单栏；Ctrl+Alt+F5=工具箱。

4、修改属性值后，建议 PPT 另存覆盖原来的文件，以保证属性值能保存。

(二)PowerPoint2007 和 PowerPoint2010 环境

点击菜单栏最右边的“加载项”便可看到“插入几何画板”命令，点击后便可选择几何画板文件。如果没有“加载项”，需要在 ppt “PowerPoint 选项”中，向 ppt 菜单添加“加载项”。

二、在 Word 里无缝插入几何画板文件

(一)Word 2003 环境：

- 1、在 Word 2003 里单击“视图”→“工具栏”→“控件工具箱”→“其他控件”；
- 2、点“其他控件”，找到“GspForPPT Control”（金氏版）或“GspControl.gsp”（叶氏版）命令，点击后在 Word 编辑区绘制该控件，通过拖动四周的句柄可以调节画板演示区域大小；
- 3、单击“控件工具箱”上的“属性”按钮，或控件框右键里的“属性”，打开属性对话框，双击 GspFile 选择文件，或在其右侧填写 gsp 相对路径（推荐）或绝对路径。（当 gsp 文件与 Word 在同一文件夹时，程序会自动转入相对引用）；

4、点击“控件工具箱”上的“退出设计模式”按钮,控件便可运行了。嵌入的画板窗口金氏控件只有一个小图标,而叶氏控件是透明的。播放PPT时,两个控件均有多种控制。

金氏版本热键:

显示菜单热键: Ctrl+Alt+F4; 显示工具箱热键: Ctrl+Alt+F5。

叶氏版本热键: (鼠标在画板窗口内激活时)

Ctrl+Alt+T=隐藏或显示画板工具箱;

Ctrl+Alt+M=隐藏或显示画板菜单栏;

Ctrl+Alt+数字=画板文档有多个页面时,打开第N个页面;还可使用页标号旁的箭头顺序切换页。

Ctrl+Alt+PageUP=PPT 上一页;

Ctrl+Alt+PageDown=PPT 下一页;

Ctrl+Alt+→=当子窗孔展示画板内容时,画板内展示对象右移;

Ctrl+Alt+←=当子窗孔展示画板内容时,画板内展示对象左移;

Ctrl+Alt+↑=当子窗孔展示画板内容时,画板内展示对象上移;

Ctrl+Alt+↓=当子窗孔展示画板内容时,画板内展示对象下移。

以上4个画面移动,还可以使用鼠标滚轮。

在PPT播放过程中,叶氏版本双击控件显示区,会出现半透明状态,显示画板文档进入了编辑状态。在几何画板窗口中,在“半透明”的层上构造新的对象,浮于原来文档的上方。再双击控件显示区域会取消编辑状态,回到透明状态。金氏版本可以直接编辑几何画板文档,画板的各种快捷键直接可用。

Ctrl+Alt+Space=进入或者退出不透明的编辑状态。

两个控件都是尽力实现画板文档无缝嵌入到PPT中,根据个人电脑软件设置的不同,各种快捷键和按钮会有不同的现场反应,可针对自己的电脑有选择地使用。

在PPT中,也可以采用控件工具箱的方法,嵌入几何画板文档。

(二)Word2007、2010和2013

方法与在ppt中嵌入画板文档大同小异。在Excel和WPS表格中,使用控件的方法,同样可以将动态的几何画板文档嵌入。只是word2010和2013,需要自定义菜单,显示加载项或者开发工具。进而嵌入画板文档。

因为控件不是几何画板软件官方提供,故时常会有小问题发生。因为软件的兼容性问题,不同的格式显示文本,在几何画板和Office中也有不同。在画板中的 A_1 、 B_2 、 C^5 、 \sqrt{x} ,如果选择编辑文本内容复制到Word中,就会变成: A[1]、B[2]、(C^5)、 $\sqrt{(x}$ 。在几何画板中度量的角度值使用5.04以前版本携带的控件插入到PPT中或者使用早期版本的打包机,在PPT中显示的画板绘图区域或运行exe文件,在度量值的前方就会出现一个小m,如: $m\angle ABC=60^\circ$ 。最新的控件和打包机已经解决这个问题。

在PPT中嵌入的几何画板工具箱中,没有指定工具文件夹,也就没有自定义工具。想要在控件插入PPT的几何画板中使用自定义工具集的简便方法: GSP文件、PPT文件、工具文件夹Tool Folder放在同一目录即可。

使用叶氏版控件,在嵌入文档后的控件属性中,把EmbFile值设为True后,保存PPT可使Gsp文档整体嵌入到PPT中,删除Gsp源文档后,ppt播放时可以继续演示几何画板内容。

在同一个文档中,可以多次嵌入几何画板文档,但只能使用同一种控件。

尽管可以嵌入到PPT中,但几何画板本身也有跨页跳转等功能,建议直接使用画板播放课件。

三、在网页里无缝插入几何画板文件

自几何画板5.0开始,官方开发JavaSketch(网页画板),就通过控件可以把保存为网页格式的画板文档在网络浏览器中显示为动态几何。当画板完整安装的情况下,在安装路径下的“Support Files”文件夹下,有一个jsp5.jar文档,它就是使另存为网页格式画板文档能在浏览器中显示动态

画板的插件。把网页文档和 jsp5.jar 放在相同的文件夹下，安装了 java 语言的电脑，就能在网页中显示网页文档。此项功能还在不断改进中。

使用叶氏控件，几何画板文件也可以嵌入网页，但 gsp 文件需要使用本地绝对地址（如 C://gspfile.gsp）。演示：<http://www.exjh.com/gspview.html>。

网页引用代码示例：

```
<div style='position:absolute;top:0;left:0;width:1000;height:750'>
  <object classid="CLSID:426BDB9F-85E4-42F1-8A0D-A91CEBCF8999" id=gsp1 width="100%"
height="100%">
  <param name=GspFile value="http://www.exjh.com/gspfile.gsp">
  <param name=Window value=1>
  <param name=N value="">
  </object>
</div>
```

四、关于 WPS。

金山 WPS 是国产的优秀办公软件，功能强大，在很大程度上兼容 Office 的 Word、Excel 和 PowerPoint，但早期画板控件没有将 WPS 列为可嵌入对象。但有“VBA (forWPS)”的 WPS 演示能够播放已经嵌入几何画板文档的 PPT 文件。

自 2012 年 9 月 27 日开始，新控件可以将几何画板嵌入到 WPS 中，但需要为个人用户的 WPS 下载安装“VBA (forWPS)”支持。利用控件可以将几何画板课例完美嵌入到 WPS 文字、WPS 表格和 WPS 演示中去。

比较而言，金氏控件更前卫，叶氏控件更完善。两个控件在显示上的区别是金氏控件有浅色背景，叶氏控件则完全透明（在 office2013 中为白色）。在一个 PPT 中嵌入较少的画板文档，金氏控件更快捷。想要使用 PPT 打包机，把几何画板文档嵌入到 PPT 中，打包 PPT 为 exe 文档，脱离原来的微机环境操作，叶氏控件更胜一筹。在 PPT 的编辑状态下，两种控件嵌入的画板文档都是看不到画板编辑状态，只有 PPT 播放状态，才能显示画板文档运行状态。关于两种控件的具体差异以及使用方法的详细解释，请参见软件安装路径下“Sketchpad Help”文件夹中的《几何画板控件教程.pdf》。在 Windows8 和 Office2013 中，这两个控件都得到了可以使用的验证。

第四节 几何画板与 GeoGebra、Cabri 3D、inRm3D（英壬画板）软件

动态几何绘图软件提及几何画板，就不能不说 GeoGebra。GeoGebra 的发行晚于几何画板，但更具有时代精神。这款软件的名称拆开来就是“Geo”+“Gebra”，意思是结合了几何(Geometry)与代数(Algebra)的动态软件，简称为 GGB。GGB 是一个结合几何、代数、微积分和统计功能的动态数学软件，可应用于多平台（Window、Mac、Linux 等），提供 56 种语言支持，在国际上荣获多项教育类软件奖项。这是一款免费的开源软件，旨在帮助使用者设计有趣的学习方法，提供充满活力的数学学习。

GGB 是基于 java 环境的开源免费软件，更符合发展潮流。概括地说，GGB 几乎具备“几何画板”的全部功能，其绘图界面甚至比“几何画板”更加友好，更易操作。它具备“几何画板”没有的符号计算、微积分、统计等功能。它的表格数据和函数功能更强大。它与“几何画板”的最大区别是开放程序源代码和免费，它们的共同点就是动态体现数学的基本原理，对于解析几何的动态特点，诠释的十分透彻。

“几何画板”安装后可直接运行，运行效果流畅。GGB 需在 java 环境下运行，所以先要在电脑中安装 java 虚拟机（2013 年 3 月以后的新版本可以免安装 java）。因为是基于 java 环境的，所以 GGB

也有着 java 的优点:跨平台、网页支持好。此外, GGB 还支持 LaTeX 语法³⁵, 可在画面上显示根号、次方及分数, 甚至可以分解因式, 这都是“几何画板”不易实现的。“几何画板”使用打包机将课件打包, 在没有安装几何画板软件的电脑上运行画板文档。GGB 则可以将作品导出为网页文件, 成为网络的 java 环境下的学习课例, 因此在网络上要讨论数学问题时, 用 GeoGebra 来绘图是一个更好的选择。

“几何画板”已流传使用十几年了, 深受广大板友的喜爱。GGB 似乎少有人问津, 这是百度搜索结果的比较。但使用 google 的外文搜索, GGB 的关注度明显高于 Geometer's Sketchpad。这说明, GGB 在国际上的影响力是要大于“几何画板”的。加上 GGB 的开源和多语言支持, 使用该软件更方便国际间的交流。

“几何画板”中文版经国人大力开发, 更加实用, “几何画板”在中国发展至今, 特别是经过汉化后软件附带的课例、教程和自定义工具, 使得“几何画板”和 GGB 软件一样, 都具有了“开放与合作”的精神, 这比软件本身更加可贵。而 GGB 因为开放源代码, 故改变和升级迅速, 软件的功能也体现了“动态”的效果, 学会其应用也必须与时俱进。

因为几何画板在国内流行多年, 而且不涉及太多高深的数学知识, 故笔者认为高中数学以下的内容更适于使用几何画板解决。应对复杂计算和多种函数的数学工作, 更适于使用 GeoGebra 解决。

在“帮助”中的“论坛交流”中, 有几何画板和 GeoGebra 软件的最新汉化版本下载链接。

几何画板和 GGB 都能对平面几何进行完美诠释, 但涉及到三维的几何表述, 这两款软件目前的版本都有些力不从心, 而“Cabri 3D”软件和“inRm3D (英壬画板)”软件, 就是空间几何的表达高手了。

“Cabri 3D”诞生于法国国家科学研究中心(CNRS)和法国约瑟夫-希尔大学(Joseph Fourier University)。到2013年6月, 其最新版本为2.1.2。

使用“Cabri 3D”有助于更快的掌握几何构造, 观察和操控各种三维空间图形, 如直线、平面、圆锥、球体、棱锥……也可以创建从简单到复杂的各种动态几何结构。还可以进行空间测量, 甚至根据作图时的数据重现构造图形的过程。多面体和三视图更是独具特色。拥有“Cabri 3D”, 就拥有了学习几何与解答数学问题的非凡工具。

使用“Cabri 3D”, 可以轻易的做出线与面的垂线、垂面、线段的中垂面、角平分面、圆柱、圆锥、球、棱锥、棱柱、多面体(当然包含正多面体)等常用的几何对象。还可以对这些对象进行变换、测量、跟踪等, 可以做出几何体与面的交线(相贯线)。

“Cabri 3D”是共享软件, 可在安装时选择所需语言(包括中文)。官网地址 www.cabri.com。

“inRm3D (英壬画板)”是三维仿真动态几何学习工具。凡能用几何语言或几何方程表达式描述的三维几何形体, 都能方便的制作、编辑和演示。三维场景中的几何形体就象悬浮在空中的实物模型, 可随意调整视点、透视度和景深。

inRm3D 不仅能构造一般的三维几何对象、各种函数(隐函数)、曲线(曲面)以及线面之间的交点或交线、各种三维变换、多种空间度量, 还能方便的构造轨迹曲线、轨迹曲面、三维迭代等。

inRm3D 是绿色免费软件(不到2M), 无需安装即可直接运行。提供中文简体、英文和中文繁体三种语言支持。

到2014年6月, inRm3D 最高版本为2.857, 尚处于不断测试完善阶段, 但以其强大的构造功能、方便的操作方式、逼真的三维场景、丰富的动态效果, 已受到众多用户的好评与欢迎。其国产化的出身使得其功能不但符合国内用户的习惯, 更是与国际接轨。软件开发者也经常应板友的要求更新软件并扩充功能, 使得软件功能更加与时俱进。官网地址: www.inrm3d.cn。

³⁵ LaTeX 是一种基于 TeX 的排版系统, 利用这种格式即使使用者没有排版和程序设计的知识也可以充分发挥由 TeX 所提供的强大功能。可生成复杂表格和数学公式, 能在很短时间内生成很多具有书籍质量的印刷品。

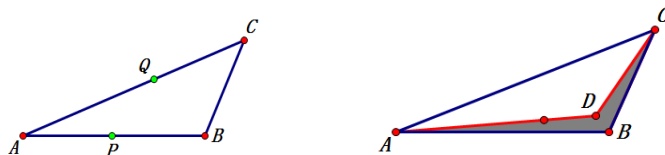
第十七章 综合实例篇

第一节 基本实例

例 17.1.1 修正点值跳跃构造两点稳定随动

在实际绘图中，经常有两点随动的问题出现，本例以主动点在折线段上移动，随动点在线段上移动为例介绍两点稳定随动。

问题提出：在 $\triangle ABC$ 中，点P在折线段A-B-C上由A出发向C运动（使用鼠标或者键盘上的方向键移动点P），点Q在线段CA上由C出发向A运动，Q点的运动速度是P点的3分之根号5倍。



- 1、绘制 $\triangle ABC$ ，绘制边AC的时候，先选定点C后选定点A，保证线段的方向是C到A。
- 2、选用有芯无框多边形工具，依次点击点A、B、C和D，在D双击结束绘制。
- 3、选用点工具，在四边形的边界上构造点。此时四边形边界变红。
- 4、将新绘制的点标签修改为P，依次只选定点D和点B，“编辑”-“合并点”。
- 5、只选定点P，“度量”-“点的值”。
- 6、选定点A、C，“度量”-“距离”；同理，度量A、B距离；B、C距离。
- 7、“数据”-“计算”。 $(AB \text{ 距离} + BC \text{ 距离}) / AC \text{ 距离} * (0.5 - \text{abs}(P \text{ 点的值} - 0.5)) * 2 * \sqrt{5} / 3$ 。

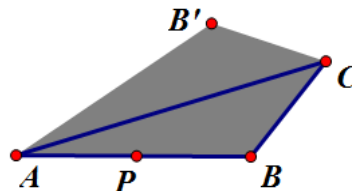
$P \text{ 在 } ABCB \text{ 上} = 0.12$

$AC = 7.89 \text{ 厘米}$

$AB = 6.01 \text{ 厘米}$

$BC = 3.26 \text{ 厘米}$

$$\frac{\frac{AB + BC}{AC} \cdot (0.5 - |P \text{ 在 } ABCB \text{ 上} - 0.5|) \cdot 2 \cdot \sqrt{5}}{3} = 0.21$$



- 8、右键线段AC，“在线段上绘制点”，当输入框高亮时，点击绘图区域中的计算值。
- 9、将新绘制的点标签修改为Q，将P、Q两点的颜色修改为绿色。制作完成。

制作说明：

点在折线上运动，实现方法有多种，绘制面积为0的多边形是比较简捷的方法。

1、因为点P在四边形上，点P自A点开始在四边形逆时针运动一周（ABCD），点的值由0到1。当点D与点B合并后，当点P运动到点C时，路程刚好是四边形周长的一半，点的值就是0.5。因为四边形的边界重合，当用鼠标拖动或者使用键盘上的方向键移动点P运动的过程中，点P很容易在四边形重合的两条边上来回窜动，当p在不同边上时，其点的值不同，这就形成了“点值跳跃”。利用这两个跳跃的点值上的点，与四边形上点值为0.5的点的距离相同，可以采用 $(0.5 - \text{abs}(P \text{ 点的值} - 0.5))$ 的方法（abs()是绝对值函数），将P在折线段上运动时，点的值限定在了0和0.5之间。使用上右图的方法，也可以使得点P在折线A-B-C上移动时，其点值在0和0.5之间，但手动移动点P，点P会移动到折线A-B-C以外。

2、因为Q在线段AC上运动，线段AC的方向是由C到A，Q在C点时点的值是0，在A点时点的值是1，所以，计算式中有乘以2出现。由点P的最大点值0.5实现了点Q的最大点值1。

3、因为点P和点Q的运动路径总长不同，故计算出了距离比。

- 4、如果没有乘以 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ，两个点的运动速度应该是相等的。乘以 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 后，就实现要求。

例 17.1.2 彩色同闪三角形

在编辑文本时，点击绘图区域中的对象，这个对象就被自动插入到文本中，退出文字编辑状态，当鼠标滑过文本中的对象名称或者按住文本中的对象名称，对象会闪烁。这就是从 5.0 开始的热对象功能，电脑演示时，这个功能提供了非常好的视觉效果。但热对象功能一次只能选定一个对象“发热”，想要同时显示多个对象，就需要技巧了。想要同时闪烁两个三角形全等，就是按一个热对象，两个三角形同时闪烁，可以使用以下方法实现。

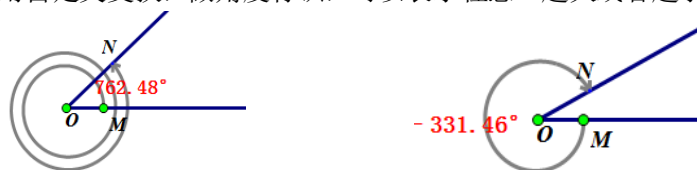
- 1、在绘图区域中绘制两个三角形，一个是 $\triangle ABC$ ，一个是 $\triangle DEF$ 。
- 2、只选定点 A、B、C，“构造”-“三角形内部”。
- 3、只选定点 D、E、F，“构造”-“三角形内部”。
- 4、“数据”-“新建参数” a，数值为 1.00，单位“无”。
- 5、“数据”-“计算”，参数 $a*0.5$ 。
- 6、选定参数 a 和 $\triangle ABC$ 内部，“显示”-“颜色”-“参数”-“颜色”-“双向”-“确定”。
- 7、选定“参数 $a*0.5$ ” 计算值和 $\triangle DEF$ 内部，“显示”-“颜色”-“参数”-“颜色”-“双向”-“确定”。
- 8、选定参数 a，“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，将每秒 1.0 变换，修改为 5.0 变换。确定，得到“动画参数”按钮。点击按钮，三角形双闪！

修改动画按钮标签。在输入文本时，将这个动画按钮直接点入到文本中，这个按钮就在文本中被“热”化，两个对象同时闪烁。

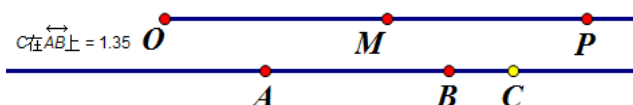
建立对象“显示”和“隐藏”按钮，通过系列按钮控制这两个动作轮番出现，也能实现同闪效果。

例 17.1.3 利用自定义变换表示任意角

在几何画板中，度量的角度是 0° 到 180° 之间，度量超过 180° 的角就需要使用“方向度”或者“方向角（优角）”。使用自定义变换，做角度标识，可以表示任意“超大或者超小角”。最终结果如下：

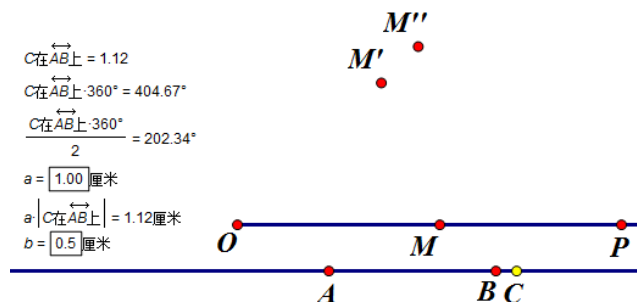


- 1、绘制水平直线 AB（按住 Shift 绘制），在直线上构造一个点 C（角度大小控制点）。
- 2、选定点 C，度量其在直线上的点值。
- 3、绘制水平射线 OP，在射线上构造一个点 M。（角始边上的点）

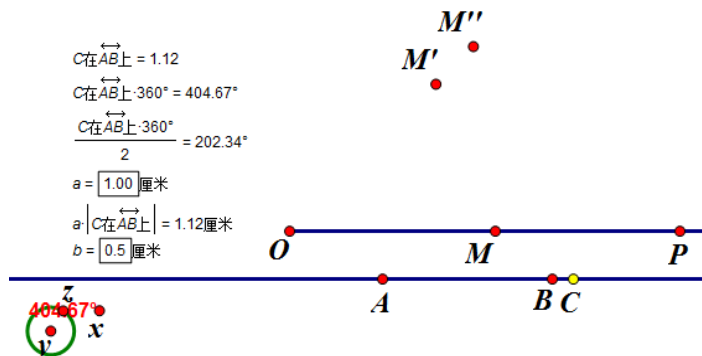


- 4、“数据”-“计算”。C 点的值乘以 360° 。必须添加单位“度”。（标记的角度值）
- 5、“数据”-“计算”。点入步骤 4 的计算值除以 2。（角度标签的位置在角的平分线上）
- 6、“数据”-“新建参数”，名称 a，数值 1.00，单位“距离”。计算“abs（C 点的值）乘以 a”。（控制多圈标识的间距）
- 7、“数据”-“新建参数”，名称 b，数值 0.5，单位“距离”。（角度标签移动范围）

- 8、双击点 O 标记中心，选定点 M，“变换”-“旋转”，角度点击步骤 4 的计算角度。出现点 M'。
9、选定点 M'，“变换”-“平移”，点击步骤 6 的计算。得到点 M''。（终边决定点）



- 10、选定点 M，“变换”-“旋转”，角度点击步骤 5 的计算角度。出现点 M。选定点 M'，“变换”-“平移”，点击步骤 6 的计算。得到点 M''。修改这两个点的标签为 x 和 y。（角标签移动范围）



- 11、选定点 y 和参数 b，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。在圆 y 上构造一个点，标签为 Z。选定步骤 4 的计算值和点 Z，“编辑”-Shift+“合并文本到点”。（角度数字到了圆上，可移动）

- 12、“数据”-“新建参数”，名称 c，数值 15，单位“角度”。（角度标识箭头尾长度）

- 13、作计算： $(C在AB上 \cdot 360^\circ) - \text{sgn}(C在AB上) \cdot c = 389.67^\circ$ （角标识箭头尾位置）

- 14、选定点 O 和点 M'，“构造”-“射线”。（角的终边）

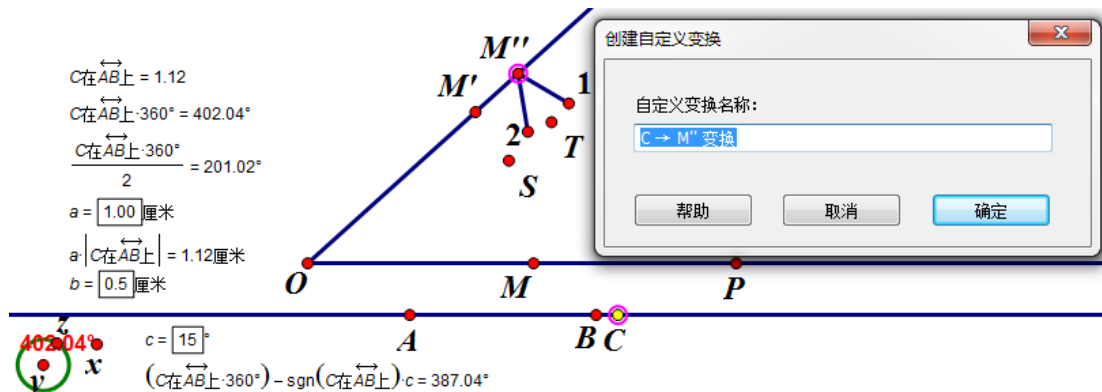
- 15、选定点 M，“变换”-“旋转”，角度点击步骤 13 的计算角度。出现点 S。（箭头尾长）

- 16、选定点 S，“变换”-“平移”，角度点击步骤 4 的计算角度，距离点步骤 6 的计算。得到点 T。

- 17、标记点 M'' 为中心，选定点 T，旋转 25°，得到点 1；选定点 T，旋转 -25° 得到点 2。（箭尾）

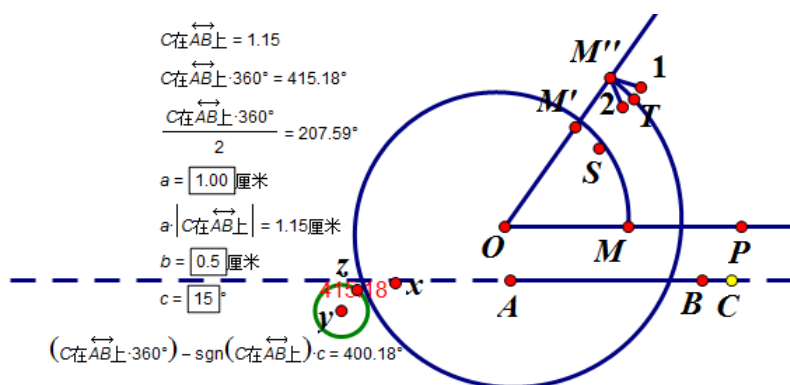
- 18、构造线段 M''1 和 M''2。

- 19、只选定点 C 和点 M''，“变换”-“创建自定义变换”，如图，确定。

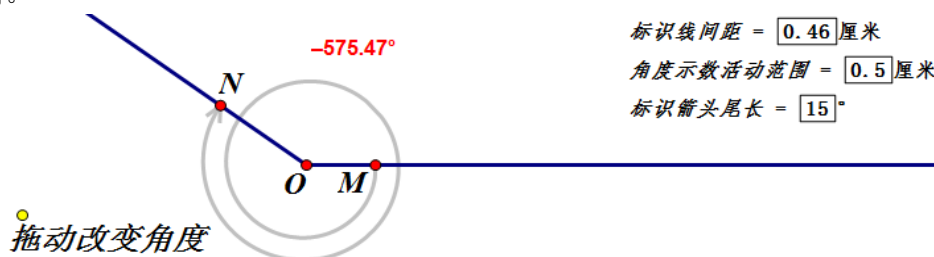


- 20、选定点 A 和点 C，构造线段，选定线段 AC，“变换”-“C→M''变换”。（出现角标识的原理可以理解为：点 A 到 C 中间的所有的点，都通过执行自定义变换，在点 M 和点 M'' 之间形成对应的点，而

新形成的点是针对点O渐离的，就组成了渐离弧)



21、选定自定义变换得到的角标识，“显示”-“颜色”，改为灰色，隐藏不必要的对象。修改点C的标签为“拖动改变角度”，修改参数a的标签为“标识线间距”，修改参数b的标签为“角度示数活动范围”，修改参数c的标签为“标识箭头尾长”，修改点M的标签为N，拖动点M可以改变角标识距离顶点的距离。

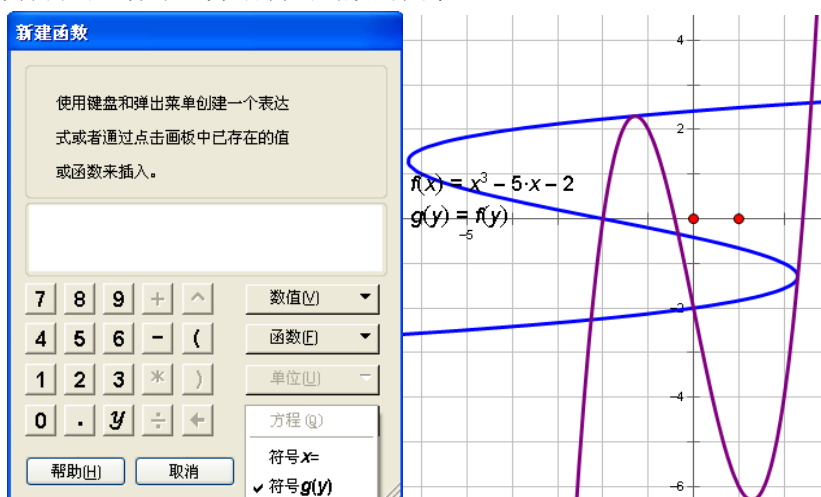


例 17.1.4 绘制反函数

几何画板的函数编辑器小巧精致，但其绘制函数功能强大，几乎能绘制出所有函数。

问题：绘制函数“ $f(x)=x^3-5x-2$ ”和它的反函数的图象。

1、“绘图”-“绘制新函数”，输入函数解析式，点“方程”选“ $y=f(x)$ ”，则绘图区域中出现函数解析式，系统自动调出坐标系，并绘制出函数的图象。



2、“绘图”-“绘制新函数”，先点“方程”，选“ $x=f(y)$ ”，在函数编辑器的空白区域中，将画板绘图区域中的函数点入编辑器中。然后点击函数编辑器中的“y”，“确定”。

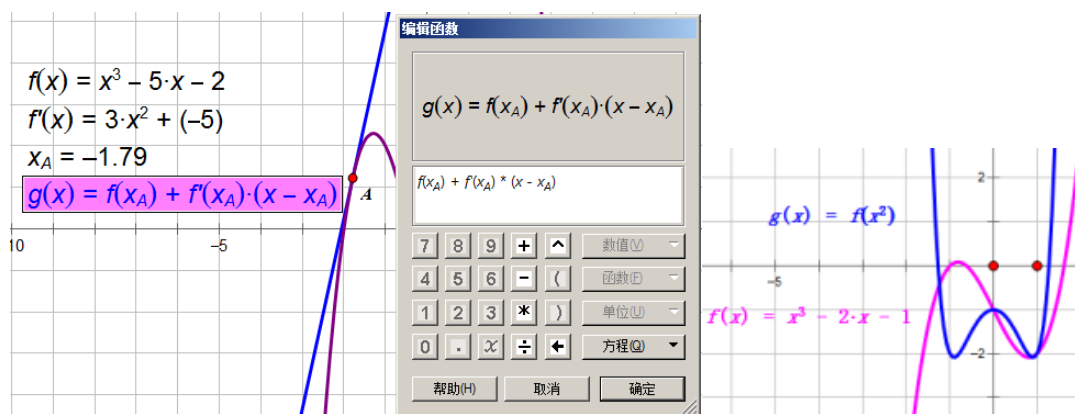
3、修改图象的线型和颜色。完成。

例 17.1.5 绘制函数切线

根据导数的几何意义，函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数在几何上，表示曲线 $y=f(x)$ 在 x_0 处切线的斜率，可以使用“点斜式”求出此切线的函数解析式，并绘制出原曲线的切线。

- 1、绘制函数“ $f(x)=x^3-5x-2$ ”。
- 2、右键绘图区域中的函数解析式，“创建导函数”，出现导函数的解析式“ $f'(x)=3x^2+(-5)$ ”。
- 3、在函数图象上构造一个点 A，选定 A，“度量”-“横坐标”。
- 4、“绘图”-“绘制新函数”，将画板绘图区域中的原函数点入编辑器中，将点 A 的横坐标点入函数括号内；加上，将绘图区域中的导函数点入编辑器，将点 A 的横坐标点入函数括号内；乘以，“ x -点 A 的横坐标值”。“确定”。见图。

这个方法构造的函数图象的切线，可以移动点 A 实现切线随动的效果。



例 17.1.6 函数的嵌套（复合函数）

在几何画板中，函数编辑器不仅仅可以将系统自带的 13 个基本函数进行函数编辑，还可以进行复合函数³⁶计算，复合函数也叫函数嵌套。比如，已知函数 $f(x)=x^3-2x-1$ ，求 $f(x^2)$ 的函数解析式以及绘制两个函数的图象。

- 1、“数据”-“新建函数”，“方程”选择“ $y=f(x)$ ”，在函数对话框中输入“ x^3-2x-1 ”，“确定”。
- 2、“数据”-“新建函数”，弹出编辑函数对话框，点击函数解析式“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”，此时，编辑框中出现“ $f()$ ”格式，在括号内输入“ x^2 ”，确定，绘图区域中会出现“ $g(x)=f(x^2)$ ”函数解析式。
- 3、分别右键绘图区域中的函数解析式，“绘制函数”，系统自动绘制函数图象。

例 17.1.7 根据绘制函数图象求函数的单调区间和极值

已知如下图红色函数，利用图象法找到此函数的单调区间、极大值和极小值。

- 1、“绘图”-“绘制新函数”，在函数编辑器中输入红色的函数解析式。
- 2、右键函数解析式，“创建导函数”，在绘图区域中会出现原函数的导函数（蓝色）。
- 3、右键导函数，“绘制函数”，选定绘制的图象和 x 轴，“构造”-“交点”，得到点 A。因为原函

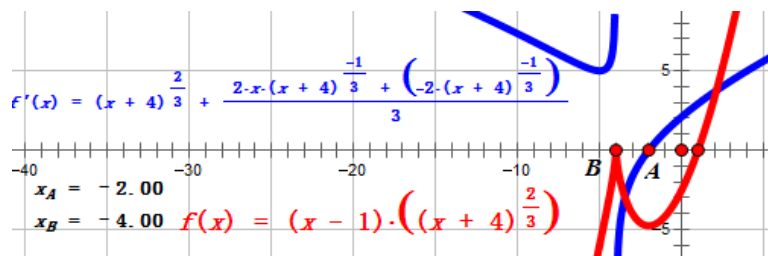
³⁶定义一：一般地，对于两个函数 $y=f(x)$ 和 $u=g(x)$ ，如果通过变量 u ， y 可以表示成 x 的函数，那么，称这个函数为函数 $y=f(x)$ 和 $u=g(x)$ 的复合函数。记作 $y=f(g(x))$ 。

定义二：在一定条件下，将一个函数“代入”到另一个函数中的运算，称为函数的复合运算。得到的函数称为复合函数。

数在点 B 处不可导，“绘图”-“绘制点”，绘制点 B(-4, 0)。

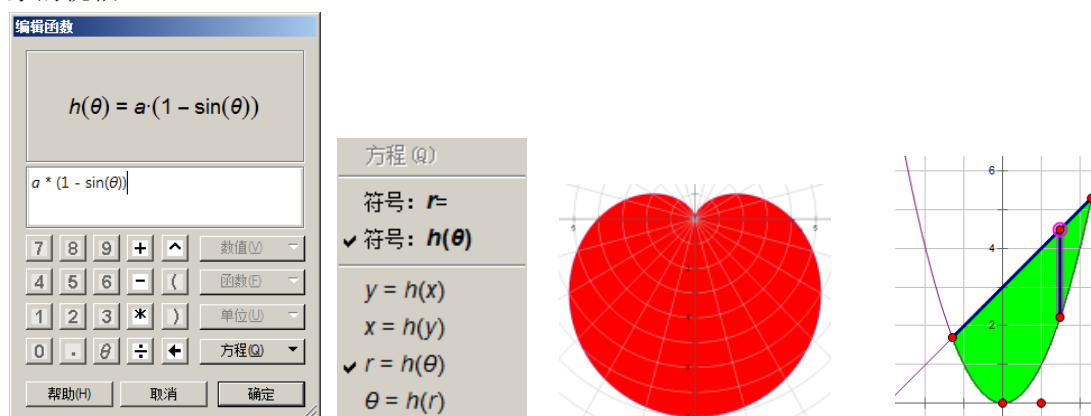
4、选定点 B 和点 A，“度量”-“横坐标”，横坐标值就是原函数单调区间的转折点横坐标。

5、在绘制点 B 处，导数不存在，故原函数在点 B 处有极大值 0，在点 A 处有极小值 $-3\sqrt[3]{4}$ 。



例 17.1.8 彩色笛卡尔之心

笛卡尔在流亡期间，给心上人的信件都被查封，两人就此断了联系。后来，他给了心上人邮寄一个函数解析式，因为检查之人认为这是不可阅读语言，此信得以放行。他的心上人数学功力了得，在极坐标中绘制出了这个函数的图象，读懂了笛卡尔的心声。我们使用轨迹彩色填充此心，表达对数学家的祝福！



- 1、右键绘图区空白处，“新建参数”，标签为 a，数值为 4，单位“无”。
- 2、快捷键“Ctrl+G”，调出绘制新函数编辑器。点“方程”，选上左图极坐标方程。在编辑器中点入如图函数。“确定”，得到心形图象。
- 3、将图象上的关键点（原点）标签修改为 A，在图象上绘制一点，标签为 B，构造线段 AB。
- 4、选定点 B 和线段 AB，“构造”-“轨迹”。
- 5、选定轨迹和图象线，“显示”-“颜色”，红色。
- 6、右键轨迹，“属性”-“绘图”-“采样数量”，修改为 1000。
- 7、隐藏不必要对象，完成。
- 8、选定参数 a，“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，调整好 a 的范围和改变速度。点击按钮后，还可以看到一颗跳动的心！

封闭图形内部线段构造轨迹的方法，可以用于填充其他封闭的不规则图形内部，如上右图。

例 17.1.9 构造自定义大小的函数图象

在系统默认坐标系中，绘制的函数图象很大，几乎“无边无际”。本案例以构造定义域在大约[-2,2]

区间内的“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”函数图象，介绍几种构造合适大小函数“图象”的方法。

方法一，使用系统坐标系构造函数图象，设置定义域控制图象大小。

1、“绘图”-“绘制新函数”，在“新建函数”编辑器中，编辑几函数“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”，“确定”后会出现一个很长的函数图象。

2、右键函数图象，“属性”-“绘图”-“范围”，修改 x 的取值范围即可。

这个方法设定的 x 可以通过修改范围改变图象的大小，缺点是只能设置闭区间。

方法二，使用“0 乘法”修改函数解析式，改变函数的定义域实现特定大小函数图象。

1、“绘图”-“绘制新函数”，在“新建函数”编辑器中，编辑几函数“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”，“确定”后会出现一个很长的函数图象。

2、双击函数解析式，在“编辑函数”编辑器中，将解析式修改为：“ $f(x)=x^3-2x-1+0*\sqrt{x+2}*\sqrt{2-x}$ ”。

在原有解析式的基础上，后边加上了计算结果等于 0 或者没有定义(无意义)的计算，就使得新的函数解析式的定义域发生了改变，从而实现了绘制特定区域函数图象的目的。“0 乘”后边的解析式可以做许多修改，还可以设置开区间。详见综合案例之分段函数图象案例。

方法三，运用一定路径上点的变量，控制随动点，构造轨迹，用特定长度的轨迹表示函数图象。

1、新建坐标系，使用点工具在 x 轴上构造两个点 A 和 B ，构造线段 AB 。

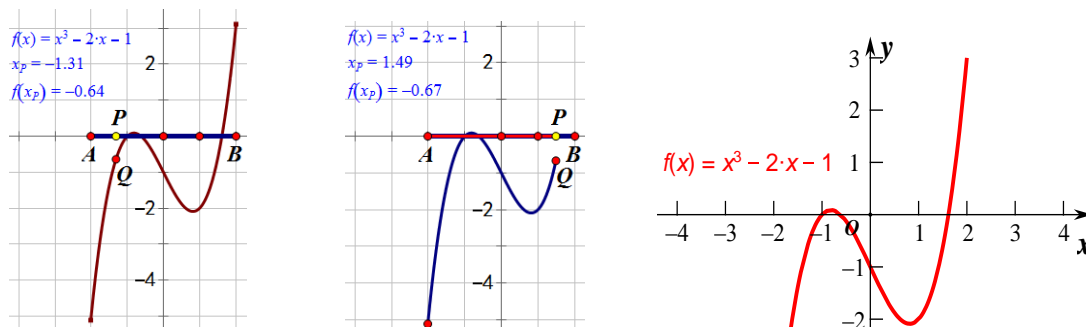
2、在线段 AB 上构造一个点 P 。度量点 P 的横坐标 x_p 。

3、“数据”-“新建函数”，在“新建函数”编辑器中，编辑几函数“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”，“确定”。

4、“数据”-“计算”，在计算编辑器中，点函数解析式后，在括弧内点入 P 横坐标的度量值。得到以 x_p 为自变量的函数值。

6、依次选定度量值 x_p 和计算值 $f(x_p)$ ，“绘图”-“绘制点”，会得到一个绘制点 Q 。

7、选定点 P 和 Q ，“构造”-“轨迹”，就得到一个轨迹。这个轨迹就是自变量在 AB 范围内的函数图象。改变 A 和 B 的位置，“图象”大小随变。见下左图。



方法四，使用自定义变换，构造“随显”的函数图象。

1、前六步同于方法三。

2、选定点 P 和 Q ，“变换”-“创建自定义变换”，就得到一个“ $P \rightarrow Q$ 变换”。

3、构造线段 AP ，选定线段 AP ，“变换”-“ $P \rightarrow Q$ 变换”，就得到一个动态的函数“图象”。

因为点 P 决定了点 Q 的位置，而点 P 路过的所有点的集合就是线段 AP 。线段 AP 上的所有点都执行 P 到 Q 的变换，其结果的集合就是函数图象了。 A 、 B 两点改变了图象的首尾位置，点 P 决定了图象的当前显示终止位置。见上中图。

方法五，使用自定义坐标系工具。

蚂蚁、飞狐和京京等坐标系都提供了简单的方法，能够使得绘制的函数图象随坐标系大小改变其大小，故称之“图象好手”。见上右图。

1、“数据”-“新建函数”，编辑“ x^3-2x-1 ”，绘图区域显示“ $f(x)=x^3-2x-1$ ”。

2、点击自定义工具，选择“经典坐标系”-“飞狐直角坐标系[无参数]”，建立坐标系并初始化。

3、选择“经典坐标系”-“飞狐 $y=f(x)$ 图象生成工具[图象]”，点击函数式。函数图象自动生成。

4、改变坐标系大小，函数图象大小随变。(蚂蚁坐标系同理，但需要多点击 x 轴和 y 轴；如果

使用蚂蚁本工具顺次点击 x 轴 2 个和 y 轴上 2 个点，则能构造坐标系内受此 4 点控制大小的图象)

提示：使用参数曲线绘制的函数图象，不能用此工具自动随坐标系改变图象大小。

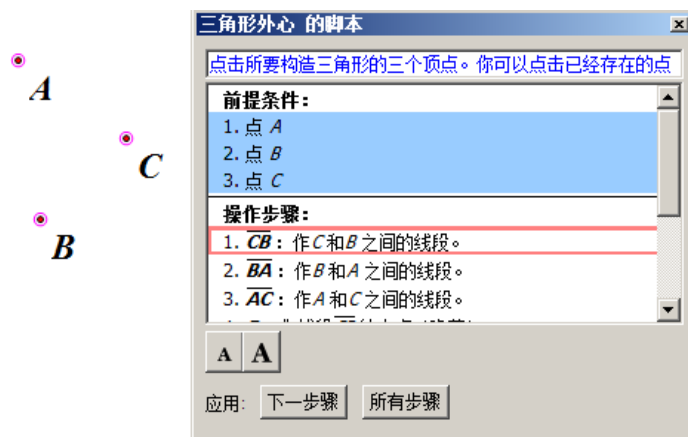
飞狐坐标系此工具使用了“0 乘法”绘制函数图象，故多个函数图象间有交叉时，可以构造交点。蚂蚁坐标系这个工具使用的是轨迹法构造图象，故多个函数“图象”间不能直接构造交点。京京坐标系的这个工具有两个选择，使用“函数”或者“轨迹”法构造函数图象，可以自行选用。

某些函数还需要通过控制值域来控制图象大小，可使用以上方法二和五来实现。如将函数解析式“ $y = \frac{3}{x}$ ”做如下处理： $y = 3/x + 0 * \ln(8 - 3/x) * \sqrt{7 + 3/x}$ ，就限定了函数 $y = 3/x$ 的值域为 $[-7, 8)$ 了。

例 17.1.10 还原作品制作过程

在几何画板文档的制作过程中，系统记忆了整个制作过程，从执行快捷键“Ctrl+Z”和“Ctrl+R”就能看得出来。但整个记录只有在自定义工具的“脚本视图”中有显示，如果制作过程复杂，阅读脚本视图也不易很好理解制作方法。通过还原“脚本视图”的具体步骤，可还原画板作品制作过程。以剖析自定义工具“绘制三角形的外心”为例，学习课例制作过程。

1、点住自定义工具图标，右移鼠标，“点工具”-“外心”。



2、点住自定义工具图标，右移鼠标，“显示脚本视图”。

3、不在绘图区域中使用此工具绘图，而是通过按 Esc 或者移动箭头工具释放工具，此时，脚本视图会显示“外心”的前提条件：点 A、点 B、点 C。

4、使用点工具在绘图区域构造点 A、点 B、点 C。

5、释放工具，当鼠标处于移动选择状态时，依次点击选定点 A、点 B、点 C。在脚本视图中，会依次出现三个满足条件提示条。

6、当所有前提条件被满足时，脚本视图中的提示窗口会出现两个新的选项。一个是“下一步骤”，一个是“所有步骤”。

7、点击“下一步骤”一次，就顺序将脚本视图中的“操作步骤”执行一步。点击“所有步骤”，就将脚本视图中的“操作步骤”全部执行完毕。

8、所有步骤执行完毕后，脚本视图回到初始状态（“应用：下一步骤 所有步骤”变为提示窗口）。

使用此法解密蚂蚁坐标系的制作过程，只需要在绘图区域中先绘制两个点，依次选定，一个作为控制台的基准点，一个作为坐标系的原点就可以了。因为，蚂蚁坐标系的前提条件只有两个点，满足了前提条件以后，就会出现应用中的“下一步骤”和“所有步骤”选项了。当然，想看懂蚂蚁坐标系的全部制作过程也不是一件简单的事情，因为制作过程中有参数定义被改变和有合并点的操作，某些制作痕迹没有在脚本视图中保留。

对于不是自定义工具的常规画板作品，只要将显示出来的对象全部框选，点击自定义工具图标，

右移鼠标，“创建新工具”并“显示脚本视图”，任意命名新工具。然后，使用本例的方法，绘制对象满足前提条件，就能将制作过程完整展现出来。

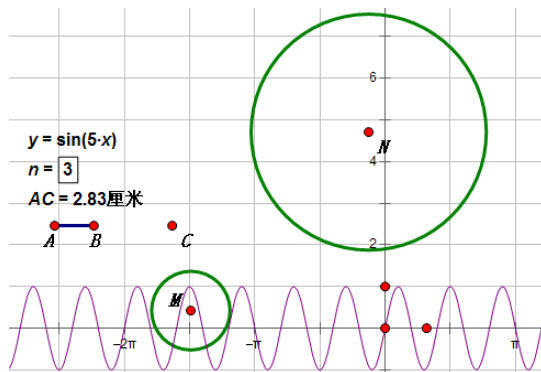
某些课例在制作过程使用了重复计算、合并点、修改参与迭代的参数属性定义、删除、超级隐藏等技巧，本方法不能保证将所有的步骤列出。

对于已经制作完毕的，随画板软件安装的自定义工具，想看到自定义工具制作的过程对象，“显示所有隐藏”也不能实现。可以使用此工具构造一个作品，按“Ctrl+A”键，全选作品对象，“Ctrl+C”复制，“Ctrl+N”新建文档，“Ctrl+V”粘贴，“Ctrl+H”显示全部隐藏，可以看到工具制作的过程对象。

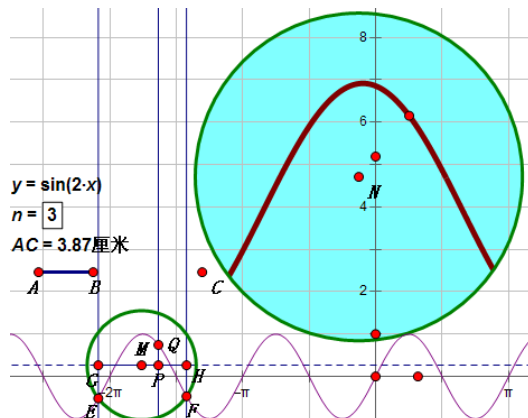
例 17.1.11 函数图象局部放大器

函数求导时经常涉及到函数图象放大问题，本实例对一个“密集”正弦函数 ($y=\sin(5x)$) 图象进行局部放大显示。

- 1、“绘图”-“绘制新函数”，绘制 $y=\sin(5x)$ 的图象。
- 2、新建参数 $n=3$ ，作为放大倍数。
- 3、绘制线段 AB ，双击点 A 标记为中心，选定点 B ，“变换”-“缩放”，缩放值为 n ，得到点 C 。
- 4、在图象波峰内的空白处，绘制一点 M ，选定点 M 和线段 AB ，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。



- 5、度量 AC 距离，在空白处任意构造一点 N ，选定 N 和度量值，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。
- 6、选定圆 M 和图象，“构造”-“交点”，得到点 E 和 F 。
- 7、过点 E 和 F ，做 x 轴的垂线；过点 M 做 x 轴的平行线。三线交点为 G 和 H 。
- 8、构造线段 GH ，在线段 GH 上构造一个点 P 。(为了便于操作，可以临时修改函数为 $y=\sin(2x)$)
- 9、过点 P 做 x 轴的垂线，交函数图象于点 Q ；
- 10、选定点 MN ，“变换”-“标记向量”，选定点 Q ，“变换”-“平移”，移动向量，得到点 R 。
- 11、双击点 N 标记为缩放中心，选定点 R ，“变换”-“缩放”，缩放值为 n ，得到点 S 。
- 12、选定点 P 和点 S ，“构造”-“轨迹”。
- 13、填充圆 N 的内部，调整圆内轨迹的线型和颜色，隐藏不必要对象，修改函数为 $y=\sin(5x)$ 。



因为作为“放大镜”的圆在移动过程中，可能与图象多于两个交点，而本放大镜只是显示第一个和第二个交点间的函数图象，故本放大镜只有放大一个波峰的功能。需要更大范围，需要修改点 F 为需要的“圆与图象的交点”。

例 17.1.12 利用系列按钮巧设画板 if 命令

系列按钮中的“依序执行”是指多个操作类按钮依序连续执行，其中正在执行的按钮是保持按下状态的。当某个按钮是依序执行的系列中的前方按钮，如果它不弹起，后面的按钮就不会执行。因此可以在这种按钮上做文章，通过首按钮立即执行完毕或者永远执行不完，实现条件判断决定后面的按钮是否执行。

要求：建立系列按钮，当判断值是 0 时执行 A 按钮动作，是 1 时执行 B 按钮动作。

已知：按钮 A、按钮 B、判断值 T。

前提准备：

1、制作两个按钮。在绘图区域内绘制一个三角形，选定一个顶点，“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，出现一个动画点按钮，修改标签为“A 动作”。使用圆工具制一个圆，选定圆上半径决定点，“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，出现一个动画点按钮，修改标签为“B 动作”。

2、设置判断值 T。“数据”-“新建参数”，标签 a，默认无单位。“数据”-“计算”，“ $\text{sgn}(1+\text{Sgn}(a-1))*1$ 厘米”，修改标签为 T。

制作过程：

1、计算“1 厘米-T”的值、

2、“1 厘米-abs(T-1 厘米)”的值。

3、构造点 D，选定点 D，“变换”-“平移”-“极坐标”，点步骤 1 的计算值，得到点 E。

4、依次只选定点 D 和 E，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”-“移动到目标的最终位置”，建立移动按钮 DE。

5、选定点 D，“变换”-“平移”-“极坐标”，点步骤 2 的计算值，得到点 F。

6、依次只选定点 D 和 F，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”-“移动到目标的最终位置”，建立移动按钮 DF。

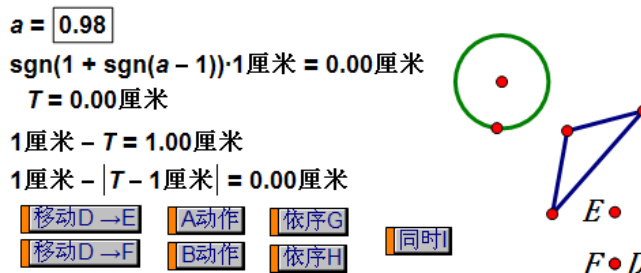
以上过程可以通过修改 a 的值大小，使得点 E 和 F 在合适的位置出现。

7、顺序选定按钮 DE 和“A 动作”，“编辑”-“操作类按钮”-“系列”-“依序执行”。得到按钮“依序 G”。

8、顺序选定按钮 DF 和“B 动作”，“编辑”-“操作类按钮”-“系列”-“依序执行”。得到按钮“依序 H”。

9、顺序选定按钮 G 和 H，“编辑”-“操作类按钮”-“系列”-“同时执行”-“首动作停止”。得到按钮“同时 I”。

点击按钮“同时 I”，当 $a \geq 1$ 时，执行三角形形变；当 $a < 1$ 时，执行圆的形变。

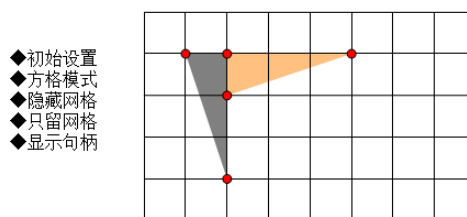


使按钮“长按不起”，可以使用其他没有终点的动画等方法，比如点不是平移，而是在圆上旋转。

例 17.1.13 网格（格点）图的绘制

在系统自带的坐标系中，可选网格和格点图。当使用截图软件，把作品复制到 Word 中时，网格线会因为没有从大图中适当“断开”而影响效果。但使用表格自定义工具绘制的网格，往往因为网格线是迭代的象，不容易在格点上精确构造点。本例介绍一个比较完美方案。

- 1、“自定义工具”-“迷你坐标系”-“石岩简易坐标系”，绘制一个坐标系。
- 2、只选定原点，“绘图”-“标记坐标系”和“自动吸附网格”。
- 3、点自定义坐标系菜单的“初始设置”和“只留网格”。
- 4、使用点工具，在网格上构造点，就能够精确地绘制在格点上了。
- 5、调整坐标轴控制点，制作合适大小的表格，点坐标系菜单的“隐藏句柄”，完成表格制作。

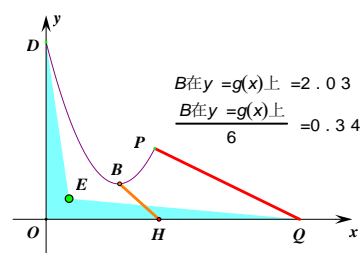
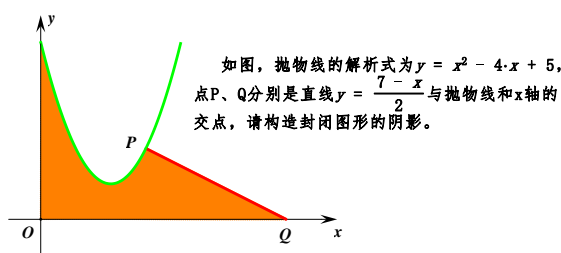


如果使用“绘图”-“绘制点”绘制了格点，拖动“原点”移动表格，绘制的表格和点还会随网格一同移动。

例 17.1.14 轨迹填充法构造封闭区间内部

当线段的两个端点分别在封闭图形特定路径上，线段移动时能扫过封闭图形的全部内部，就可以使用轨迹填充法构造封闭区间内部。

- 1、使用京京坐标系构造简单合适的坐标系。
- 2、“数据”-“新建函数”，建立函数 $y=x^2-4x+5$ 和 $y=\frac{7-x}{2}$ 。
- 3、使用京京坐标系中的子工具“ $y=f(x)$ 图象生成工具（图象）”，点两个解析式，构造函数图象。
- 4、构造两个函数图象的交点 P 和直线与 x 轴的交点 Q，隐藏直线图象，构造线段 PQ。
- 5、选定抛物线，“编辑”-“操作类按钮”-“隐藏/显示”。点按钮隐藏图象。
- 6、“数据”-“新建函数”，再建一个函数函数 $y=x^2-4x+5$ 。并执行步骤 3 绘制函数图象。
- 7、右键步骤 6 函数图象，“属性”-“绘图”-“范围”，最大值改为 3，最小值改为 0。
- 8、在抛物线上构造一个点 B，度量点的值。
- 9、使用“有芯无边框”多边形工具，构造多边形 DOQE（注意顺序）。
- 10、计算“步骤 8 的值”除以 6 的结果。



- 11、右键四边形，“在四边形上绘制点”，点值使用“步骤 10”的计算值，得到点 H。
- 12、顺序选定点 E 和点 O，“编辑”-“合并点”。构造线段 BH。
- 13、选定点 B 和线段 BH，“构造”-“轨迹”。

14、点“显示抛物线”按钮，做隐藏等修饰，完成。

说明：因为“B 的点值”是 0 到 3 之间，期望的“H 的点值”在 0 到 0.5 之间，故 10 的计算是“除以 6”。构造多边形是为了使得轨迹更加均匀。点 H 直接绘制在线段 OQ 上（计算值“除以 3”）也可以构造轨迹，但轨迹线段可能成为抛物线割线，故填充有误差。轨迹填充是本例解决方法之一。

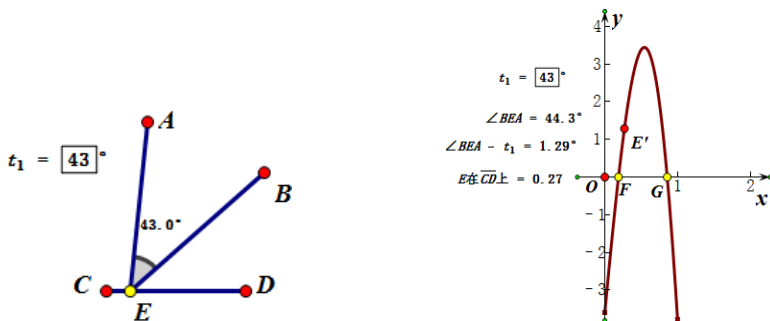
例 17.1.15 轨迹扫描法确定路径上的点

以角的顶点为中心，旋转角的一条边，很容易构造特定角度的角。但角的两边经过固定的两个已知点，角的顶点是半自由点（路径上的点），构造特定角度的角就不是很容易了。

如下图，已知固定点 A、点 B，线段 CD，点 E 是线段上的点，求点 E 的位置，使 $\angle BEA=43^\circ$ 。

1、绘制基本图形，点 A、点 B、线段 CD，动点 E；新建参数“ $t_1=43^\circ$ ”。（参数值就是特定的角度值）

2、依次选定点 B、E 和 A，“度量”-“角度”。



3、选定点 E, “度量” - “点的值”。

4、计算 $\angle BEA-t_1$ 的值。

5、点自定义工具-“经典坐标系”-“蚂蚁直角坐标系【无参数】”，绘制坐标系。

6、依次选定步骤 3 和 4 的值，“绘图”-“绘制点”，得到点 E'。（调整点 E 的位置，显示点 E'）

7、只选定点 E 和 E'，“构造”-“轨迹”。

8、选定轨迹和 x 轴，“构造”-“交点”，得到点 F 和点 G。（可适当调整 x 轴的单位距离）

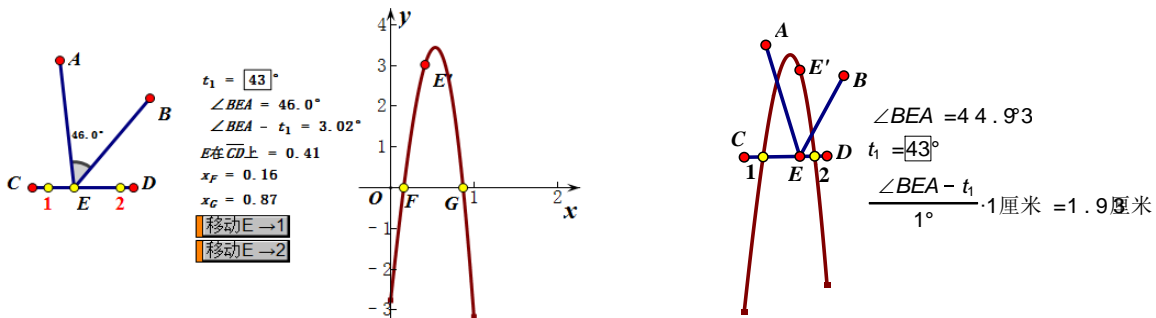
9、选定点 F 和点 G, “度量” - “横坐标”, 得到两个度量值。

10、两次右键线段 CD，“在线段上绘制点”，分别点入步骤 9 的度量值，得到点 1 和 2。

11、选定点 E 和点 1, “编辑” - “操作类按钮” - “移动”, 执行操作类按钮, 将点 E 移动到点 1 上, 得到的角就是要求角度的角。

12、点 2 同步骤 11 操作，得到操作类按钮。

从实例中可以看到，点 E 的位置决定了 E' 的位置，故这两个点可以构造轨迹。以动点 E 的点值为横坐标，某两个值的差为纵坐标绘制点，进而构造绘制点的轨迹。当这两个值的差，如 $\angle BEA - t_1 = 0$ 时，轨迹点运行到 x 轴上，此时的轨迹点位置就是轨迹与 x 轴的交点。这时交点的横坐标，就是点 E 在路径上的点值。在路径上绘制这个点值的点，就能确定点 E 的位置。

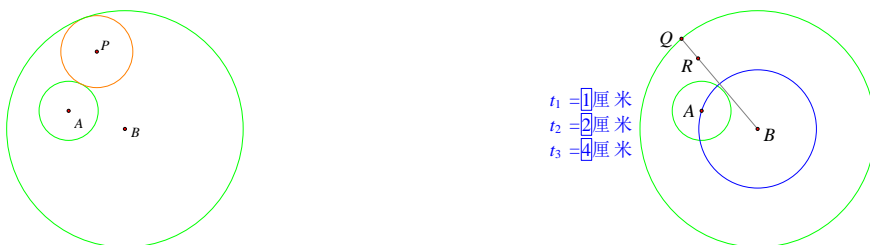


同理，如果一个路径上的动点 E 控制着其他对象的变化，点 E 移动可以改变某个计算式的值，其计算结果在正数、0 和负数间变化，就可以由动点 E 确定一个轨迹点构造一条与 x 轴相交的轨迹，此轨迹与 x 轴的交点，可确定计算式等于 0 时点 E 的确定位置。此例可以引申到许多动点确定特殊图形的问题中去。最大值和最小值问题，因为难以构建结果在正数、0 和负数间变化的计算表达式，所以轨迹与 x 轴难以构造交点（画板中，轨迹与路径不能构造切点），此法不适用，见下例。

如上右图，利用轨迹与实体路径对象（函数图象、轨迹和自定变换路径等除外）可以构造交点，能直接在图中扫描出点 1 和点 2。步骤如下：做一个计算，使它的结果以“厘米”为单位，可以作为平移距离使用。选定点 E，“变换”-“平移”，在“极坐标”中“角度”使用 90° （能使点 E 离开本身运动路径的角度都可以），“距离”为这个计算值，得到点 E'。选定点 E 和 E'，“构造”-“轨迹”，构造轨迹与线段 CD 的交点，就是点 1 和点 2。此法更迅捷实用。如果计算结果为“°”，对点 E 进行旋转变换后得到点 E'，继续构造轨迹等后续操作，也可以得到点 1 和 2。

这种确定动点位置的方法，叫“轨迹扫描法”，就是轨迹交截法的现代延伸。其核心内涵是“方程的图解法³⁷”。接下来的一个习题能充分体现这个方法在画板构图中的优越性。

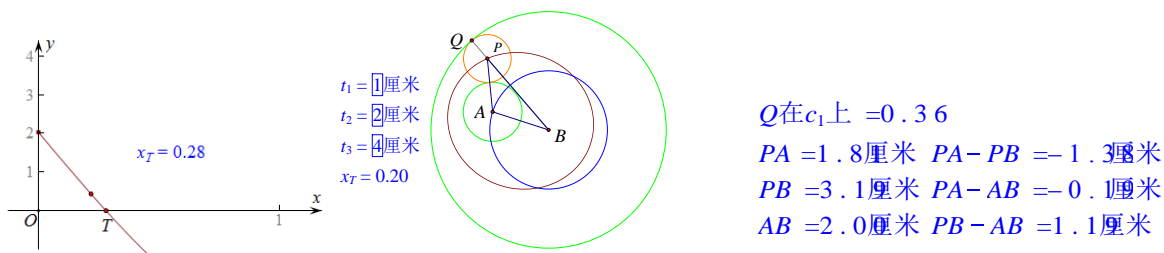
问题：已知圆 A、圆 B 为定圆，半径分别为 1 和 4。AB=2，动圆 P 始终与圆 A 外切，与圆 B 内切，当圆 P 的半径为多少时， $\triangle APB$ 为等腰三角形。可否做出动圆 P 的动画？



- 1、新建参数 t_1 、 t_2 和 t_3 ，单位选“距离”，数值分别是 1、2、4。
- 2、构造点 B，选定点 B 和参数 t_2 、 t_3 ，“构造”-“以圆心和半径绘圆”。
- 3、在半径为 2 厘米的圆上构造点 A，选定点 A 和参数 t_1 ，构造圆 A。隐藏半径为 2 厘米的圆。
- 4、在半径为 4 厘米的圆上构造点 Q，作线段 QB，在线段上构造点 R。度量点 R 的值。
- 5、度量点 Q、R 距离，度量点 R、A 距离，计算“ $RA-t_1-QR$ ”的值。
- 6、点自定义工具图标，选用“蚂蚁坐标系无参数版”绘制坐标系，调整 x 轴单位长度为比较大状态。选定原点，“绘图”-“标记坐标系”。

7、顺序选定步骤 4 和 5 的值，“绘图”-“绘制点”，得到绘制点；此时绘制点是被选定状态，再选定点 R，“构造”-“轨迹”；此时轨迹是被选定状态，直接再选定 x 轴，“构造”-“交点”；此时交点 T 是被选定状态，直接“度量”-“横坐标”，得到交点 T 的横坐标值。

8、右键线段 QB，“在线段上绘制点”，点入 T 的横坐标值，得到点 P。顺序选定点 P 和点 Q，“构造”-“以圆心和圆周上的点绘圆”；选定点 Q 和 P，“构造”-“轨迹”；隐藏点 R，连接线段，得到下中图。



以上的扫描方法，得到点 P 的位置，点 P 的轨迹是一个椭圆。以下继续使用“扫描法”得到 \triangle

³⁷ 利用曲线与 x 轴的交点来求方程的解。一般用于解一些特殊的方程，如三角方程、指数方程和对数方程等。

APB 为等腰三角形时，点 Q 的位置，并度量圆 P 的半径。

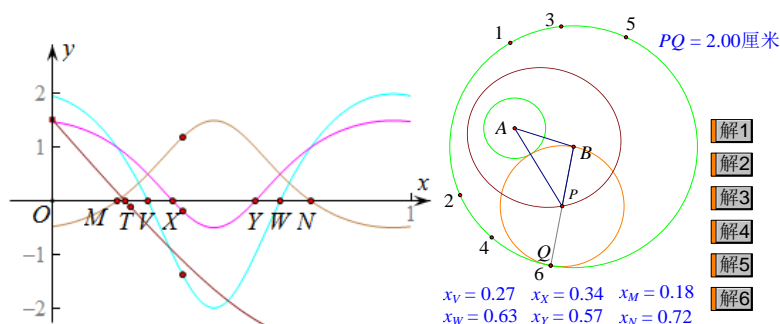
9、选定点 Q，“度量”-“点的值”，得到点 Q 在大圆 B 上的值。度量 $\triangle APB$ 顶点间的距离，得到上右图的值，并作三个计算判断等边。

10、顺序选定点 Q 的值和 PA-PB 的计算结果，“绘图”-“绘制点”，得到绘制点；此时绘制点是被选定状态，再选定点 Q，“构造”-“轨迹”；此时轨迹是被选定状态，直接再选定 x 轴，“构造”-“交点”；此时交点 V 和 W 是被选定状态，直接“度量”-“横坐标”，得到交点 V、W 的横坐标值。

11、顺序选定点 Q 的值和 PA-AB 的计算结果，“绘图”-“绘制点”，得到绘制点；此时绘制点是被选定状态，再选定点 Q，“构造”-“轨迹”；此时轨迹是被选定状态，直接再选定 x 轴，“构造”-“交点”；此时交点 X 和 Y 被选定状态，直接“度量”-“横坐标”，得到交点 X、Y 的横坐标值。

12、顺序选定点 Q 的值和 PB-AB 的计算结果，“绘图”-“绘制点”，得到绘制点；此时绘制点是被选定状态，再选定点 Q，“构造”-“轨迹”；此时轨迹是被选定状态，直接再选定 x 轴，“构造”-“交点”；此时交点 M 和 N 是被选定状态，直接“度量”-“横坐标”，得到交点 M、N 的横坐标值。

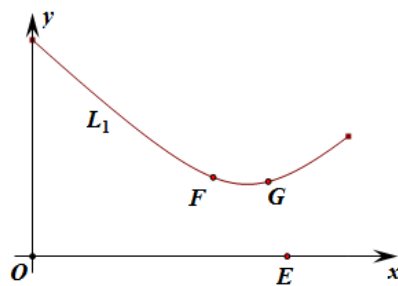
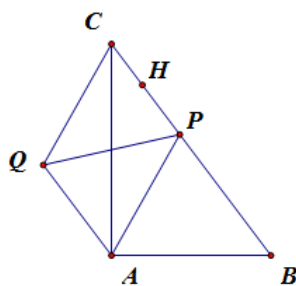
13、右键大圆 B，“在圆上绘制点”，点值分别使用步骤 10、11、12 最后的横坐标值，得到 6 个点。顺序选定点 Q 和这 6 个点中的第一个点，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”，改标签为“解 1”，同理，构造其余 5 个按钮。度量点 P 和点 Q 的距离，得到圆 P 的半径值。



例 17.1.16 轨迹上的点值法确定路径上的极值点

问题：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $AC=4$ ，点 P 为 BC 上一动点，连接 PA，以 PA、PC 为邻边做平行四边形 PAQC，连接 PQ，则 PQ 的最小值为多少？

P 在 \overline{BC} 上 = 0.57
 $\overline{PQ} = 2.63160$ 厘米
 E 在 L_1 上 = 0.77
 移动 E \rightarrow G
 $x_E = 0.85$
 移动 P \rightarrow H



- 1、度量点 P 的点值，度量 PQ 的长度；
- 2、依次选定步骤 1 的两个值，“绘图”-“绘制点”，得到点 F；
- 3、选定点 P 和点 F，“构造”-“轨迹”，得到 L_1 ；（在轨迹中能看到 PQ 有最小值）
- 4、在任意坐标系的 x 轴上构造点 E，度量其横坐标；（坐标系的单位距离调长比较好）
- 5、选定点 E 和轨迹 L_1 ，“度量”-按住 shift 键-“点的值”，得到点的值；
- 6、右键轨迹 L_1 ，“在轨迹上绘制点”，点入步骤 5 的值，得到 G；（根据点值的定义，点 G 就是轨迹上距离点 E 最近的点。）
- 7、依次选定点 E 和 G，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”按钮；（执行后，点 E、G 距离最短）

- 8、右键线段 BC，在线段上绘制点，点入 E 的横坐标，得到点 H；
- 9、依次选定点 P 和 H，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”按钮；
- 10、执行这两个按钮，点 P 到达的位置，就是 PQ 最小值位置。

同理，对于开口向下“抛物线”形轨迹求轨迹上的最大值点，可以在轨迹的上方任意做 x 轴平行线，在平行线上，找到与轨迹上最大值点距离最近点，度量其横坐标即可。

例 17.1.17 自定义坐标系的用法介绍

在几何画板汉化升级的多个版本中，软件携带的坐标系有蚂蚁坐标系、飞狐坐标系、inRm 坐标系、石岩坐标系、京京坐标系、新新坐标系和几个三维坐标系等。综合来看二维坐标系，蚂蚁坐标系曾接受众多板友的建议，其功能和使用范围比较广。飞狐坐标系线条和网格清晰，坐标轴箭头样式丰富。石岩坐标系作品文档体积更小。京京坐标系更具有实践功能。新新坐标系更适于高中教师使用。在几何画板 5.06 最强中文版的默认安装中，自定义坐标系工具中集成多人的精品坐标系，考虑到部分工具的通用性，为避免重复和减小软件体积，重组为“迷你坐标系”和“经典坐标系”两组。注明作者名有两个意义，一是标明作者，二是指明该子工具适用的坐标系版本，而未注明作者的子工具为“通用”工具（适于其他坐标系）。本例就以“5.06 最强中文版”携带的“经典坐标系”为蓝本，介绍自定义坐标系的使用。

自定义坐标系，都是定义原点和单位距离，使得系统绘制的函数，按照特定的方式把图象或者轨迹，呈现在自定义坐标系中。

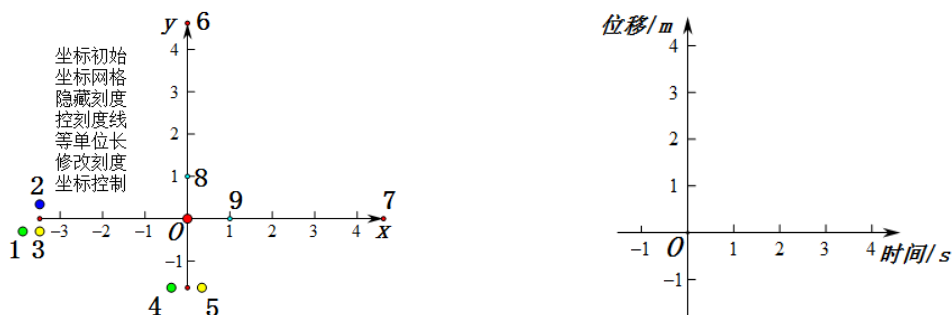
第一个子工具，飞狐直角坐标系〔无参数〕

飞狐坐标系因为线条和网格清晰，坐标轴箭头样式丰富，而进入到经典坐标系工具组。在本版的软件中，携带的是飞狐新版简洁坐标系。

1、取用自定义坐标系工具。点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“经典坐标系”-“飞狐直角坐标系〔无参数〕”，鼠标就具有绘制这个坐标系的功能了。

2、绘制坐标系。使用鼠标在绘图任意空白区域点一下，确定坐标原点位置。然后，鼠标点“移动箭头工具”（工具箱的第一个图标）或按 Esc 键，释放本工具。点“坐标初始”，绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个携带多个控制点的坐标系。此时，鼠标分别选定可以移动菜单和坐标系。

3、调整显示字体。自定义工具的起始自由点的点型和颜色，自动使用系统默认的设置，但文字和标签的字体、字号和颜色等，往往直接应用画板当前的设置。比如说，在选取自定义工具以前，设定文字或者标签为 windings 字体，此时坐标系就自动采用 windings 字体了，效果很不好。解决方法是：选定坐标系菜单或者圈选坐标系，“显示”-“文本工具栏”，设置字体。一般为“Times New Roman”字体，18 号、黑色、不加重。或者在绘制自定义坐标系以前，为其他文本或者标签做需要字体等设置，坐标系就自动采用当前设置了。为了描述方便，笔者为坐标系控制点加上了数字标签。



4、坐标系控制点。拖动点 1，改变 y 轴刻度值的位置；拖动点 2，改变轴刻度线的长短；拖动点 3，改变 x 轴刻度值的位置；拖动点 4，改变 y 轴刻度值的大小；拖动点 5，改变 x 轴刻度值的大小；拖动点 6，改变 y 轴正半轴的长度；拖动点 7，改变 x 轴正半轴的长度；拖动点 8，改变 y 轴的

单位刻度长度; 拖动点 9, 改变 x 轴单位刻度的长度; 坐标轴线型可以通过“显示”菜单设置改变。

5、坐标系菜单。

“坐标初始”: 得到一个标准单位是 1 厘米的方形网格坐标系, 坐标轴刻度在-4 和 4 之间;

“坐标网格”: 显隐坐标系中网格;

“隐藏刻度”: 显隐坐标轴上刻度值;

“控刻度线”: 显隐坐标轴上刻度线;

“等单位长”: y 轴的标准单位与 x 轴的单位长度相同, 形成单位长度为 1 厘米方形网格坐标系;

“修改刻度”: 点击后, 会出现坐标轴数字字体的原象, 可以使用“文本工具栏”修改字体、字号、颜色、加粗、倾斜、下划线等设置。修改完成后, 再点一次此按钮, 修改完毕并隐藏原象。

“坐标控制”: 坐标系中绘图完毕后, 点这个按钮, 隐藏坐标系中的多个控制点, 显示整洁的坐标系。因为 x 和 y 分别是箭头的标签, 是多边形的标签, 故不会被隐藏。双击 x 或者 y, 可以修改标签为需要的名称。效果如上右图。

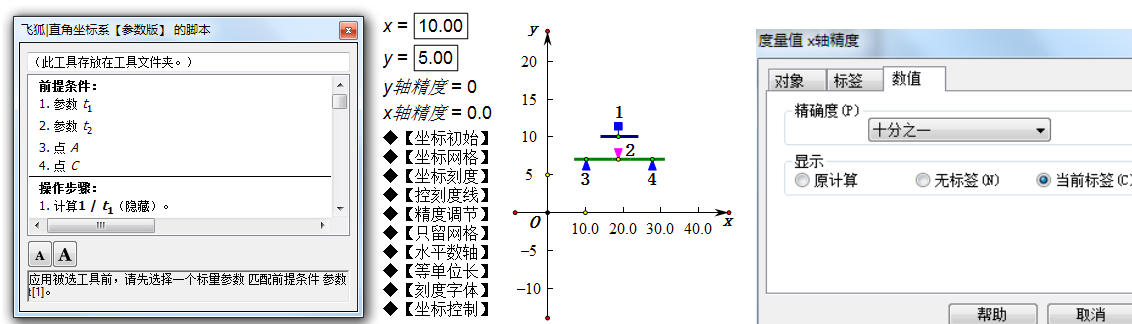
第二个子工具, 飞狐直角坐标系【参数版】

这个坐标系能使用参数调整单位刻度值大小, 可以调整坐标轴刻度值显示精度到十万分之一。

1、假设绘图区域中没有数值对象。按住自定义工具图标, 右移鼠标, “经典坐标系”-“飞狐直角坐标系【无参数】”, 此时, 鼠标变为白色左倾斜空箭头, 点空白区域没有反应。说明没有满足工具使用的前提条件。

2、按住自定义工具图标, 右移鼠标, “显示脚本视图”, 会出现工具脚本。在“前提条件”中, 显示了使用这个工具的前提条件。从“前提条件”中, 可以看到, 这个工具需要两个参数(分别作为 x 轴和 y 轴的单位点刻度值)。

3、“数值”-“新建参数”, 标签为 x, 默认, 确定。“数值”-“新建参数”, 标签为 y, 默认确定。



4、使用鼠标点参数 x, 点参数 y (脚本视图中红色提示框随动), 然后, 在空白区域点两个不重合的点, 一个作为坐标系的原点, 一个作为坐标控制台的基准点。鼠标点“移动箭头工具”或者按 Esc 键, 释放工具。点“坐标初始”, 绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个坐标系和一个控制台。此时, 鼠标选定可以移动这三个对象。

5、坐标系中的控制点功能, 同无参数版坐标系。改变 x 和 y 的值, 就分别改变 x 轴和 y 轴单位点的刻度值。想要修改刻度显示精度, 需要右键“x 轴精度”或者“y 轴精度”, 在参数的属性中, 修改显示精度。

6、坐标系菜单。

“坐标初始”: 得到一个标准单位长度是 1 厘米的方形网格坐标系, 坐标轴刻度值在-4 和 4 之间, 显示精度为单位(无小数);

“坐标网格”: 显隐坐标系中网格;

“坐标刻度”: 显隐坐标轴上刻度值;

“控刻度线”: 显隐坐标轴上刻度线;

“精度调节”: 显隐“x 轴精度”和“y 轴精度”提示;

“只留网格”: 隐藏坐标轴, 只留下网格; 通过勾选“绘图”-“自动吸附网格”功能后, 在这个网格

上构造点十分方便。

“水平数轴”：把坐标系转为只有水平方向的数轴；

“等单位长”：y 轴的标准单位与 x 轴的单位长度相同，形成单位长度为 1 厘米方形网格坐标系；

“刻度字体”：点击后，会出现坐标轴数字字体的原象，可以使用“文本工具栏”修改字体、字号、颜色、加粗、倾斜、下划线等设置。修改完成后，再点一次此按钮。修改完毕。

“坐标控制”：坐标系中绘图完毕后，点这个按钮，隐藏坐标系中的控制点，显示整洁的坐标系。

7、操作控制台。

按钮 1：改变坐标轴箭头形状，共计有 8 种形状。

按钮 2：改变坐标轴刻度线的长短。

按钮 3：改变 y 轴刻度值的位置。

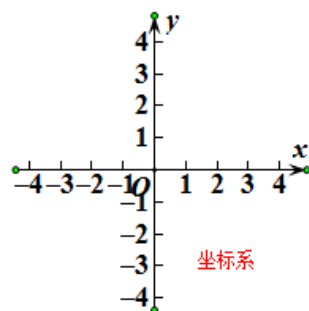
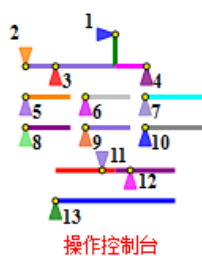
按钮 4：改变 x 轴刻度值的位置。

第三个子工具，蚂蚁直角坐标系【无参数】

1、取用自定义坐标系工具。点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“经典坐标系”-“蚂蚁直角坐标系【无参数】”，鼠标就具有绘制这个坐标系的功能了。

2、绘制坐标系。使用鼠标在绘图任意空白区域，点一下，确定控制台位置；在另一个空白区域，再点一下，确定坐标原点位置。然后，鼠标点“移动箭头工具”（工具箱第一个图标）或按 Esc 键，释放本工具。点“系统初始化”，绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个控制台和一个坐标系。此时，鼠标选定可以移动这三个对象。

◇[系统初始化]
◇[显示网格线]
◇[隐藏刻度线]
◇[隐藏刻度值]
◇[xy等单位长]
◇[切换成数轴]
◇[还原坐标系]
◇[改刻度字体]
◇[操作控制台]
坐标系菜单



3、调整显示字体。自定义工具的起始自由点的点型和颜色，自动使用系统默认的设定，但文字和标签的字体、字号和颜色等，往往直接应用画板当前的设置。比如说，在选取自定义工具以前，设定文字或者标签为 windings 字体，此时，蚂蚁坐标系就自动采用 windings 字体了，效果很不好。解决方法是：选定坐标系菜单或者圈选坐标系，“显示”-“文本工具栏”，设置字体。一般为“Times New Roman”字体，18 号、黑色、不加重。为了描述方便，笔者为控制滑竿按钮加上了数字标签。

4、坐标系。拖动坐标轴两端的绿色小点，可以改变坐标轴的长短，刻度和数值随动。坐标轴和原点的标签，可以改变位置，也可以通过双击而改变名称或者不“显示标签”。坐标轴的线型也可以设置改变。

5、坐标系菜单。

“系统初始化”：得到一个标准单位是 1 厘米的方形网格坐标系，坐标轴刻度在-4 和 4 之间；

“显示网格线”：显隐坐标系中网格；

“隐藏刻度线”：显隐坐标轴上刻度线；

“xy 等单位长”：y 轴的单位长度与 x 轴的单位长度相同，形成单位长度 1 厘米方形网格坐标系；

“切换成数轴”：坐标系变为只有 x 轴，但不能只有 y 轴；

“还原坐标系”：是“切换成数轴”的逆动作，把只有 x 轴，变为有 xy 轴的坐标系；

“改刻度字体”：点击后，会出现坐标轴数字字体的原象，可以使用“文本工具栏”修改字体、字号、颜色、加粗、倾斜、下划线等设置。修改完成后，再点一次此按钮。修改完毕。

“操作控制台”：坐标系中绘图完毕后，点这个按钮，隐藏“操作控制台”和坐标系中的控制点。

6、操作控制台。

按钮 1：改变 y 轴的单位长度。往往形成矩形网格坐标系。

按钮 2：改变整单位刻度线以内的分刻度线长度。当单位长度超过 1.5 厘米时，开始出现分刻度线。在一个单位长度内的分刻度线数量，由单位长度大小而定。其分刻度线长度可调范围，受到单位刻度线的长度而定。当整单位刻度线比较长时，它可以调为比较长，但不会高于整单位刻度线。

按钮 3：调整整单位刻度线的长度和网格线的灰度。

按钮 4：改变 x 轴的单位长度。往往形成矩形网格坐标系。

按钮 5：当按钮 6、7 靠最左端时，改变 x 轴刻度值的大小，从 1 增加到 10。

按钮 6：当按钮 5、7 靠最左端时，改变 x 轴刻度值的大小，从 11 增加到 101。

按钮 7：当按钮 5、6 靠最左端时，改变 x 轴刻度值的大小，从 101 增加到 2001。

三个按钮最大可调 x 轴单位点刻度为 2110。

按钮 8：当按钮 9、10 靠最左端时，改变 y 轴刻度值的大小，从 1 增加到 10。

按钮 9：当按钮 8、10 靠最左端时，改变 y 轴刻度值的大小，从 11 增加到 101。

按钮 10：当按钮 8、9 靠最左端时，改变 y 轴刻度值的大小，从 101 增加到 2001。

三个按钮最大可调 y 轴单位点刻度为 2110。

按钮 11：调整 y 轴刻度值与 y 轴的距离。当刻度值在 y 轴左侧时，默认右对齐；当刻度值在 y 轴右侧时，默认左对齐。刻度线方向随动。这个刻度值数轴对齐方式，是蚂蚁独有计算实现的结果。

按钮 12：调整 x 轴刻度值与 x 轴的距离。刻度线随动。

按钮 13：调整坐标轴的线型与箭头形状。如果满意了箭头形状，不满意线型，可以手动到系统“显示”菜单中单独调整线型。

第四个工具，蚂蚁直角坐标系【参数版】

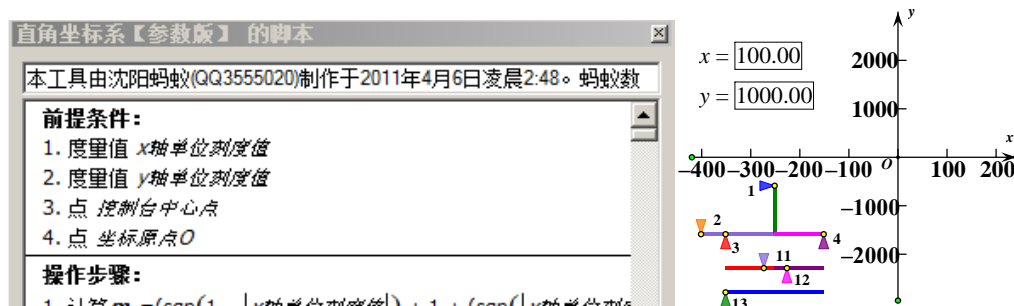
这个坐标系能使用参数调整单位刻度值的大小，方便迅捷。

1、假设绘图区域中没有数值对象，按住自定义工具图标，右移鼠标，“经典坐标系”-“蚂蚁直角坐标系【参数版】”，此时，鼠标变为白色左倾斜空箭头，点空白区域没有反应。说明没有满足工具使用的前提条件。

2、按住自定义工具图标，右移鼠标，“显示脚本视图”，会出现工具脚本。在前提条件中，显示使用这个工具的前提条件。从“前提条件”中，可以看到，这个工具需要两个参数，分别作为 x 轴和 y 轴的单位点刻度值。

3、“数值”-“新建参数”，标签为 x，默认，确定。“数值”-“新建参数”，标签为 y，默认确定。

4、使用鼠标点参数 x，点参数 y（脚本视图中红色提示框随动），然后，在空白区域点两下。鼠标点“移动箭头工具”或者按 Esc 键，释放工具。点“系统初始化”，绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个控制台和一个坐标系。此时，鼠标选定可以移动这三个对象。



5、改变参数，会发现坐标轴的单位刻度点的刻度值随变。但参数变为小数时，坐标系不支持。这个是“蚂蚁坐标系【参数版】”的一个缺憾。京京和飞狐坐标系的参数版都能显示小数。

为了描述方便，为控制台滑竿按钮加上标签。“坐标系菜单”和“操作控制台”的详细控制功能同于【无参数】坐标系。

第五个子工具，蚂蚁第一象限工具【无参数】

这个工具专门为第一象限显示各种特殊图形准备，特别是起始单位点的数字以后的各个数字的变化步长，不同于 0 到单位点间的变化，有连续折线省略标识出现。比如下中图，原点 O 与第一个刻度的长度是 1 厘米，但刻度值的差是 3，即这个区间变化步长是 3。刻度 3 到 4 的距离是 1 厘米，但刻度值的差是 1，即这个区间变化步长是 1。

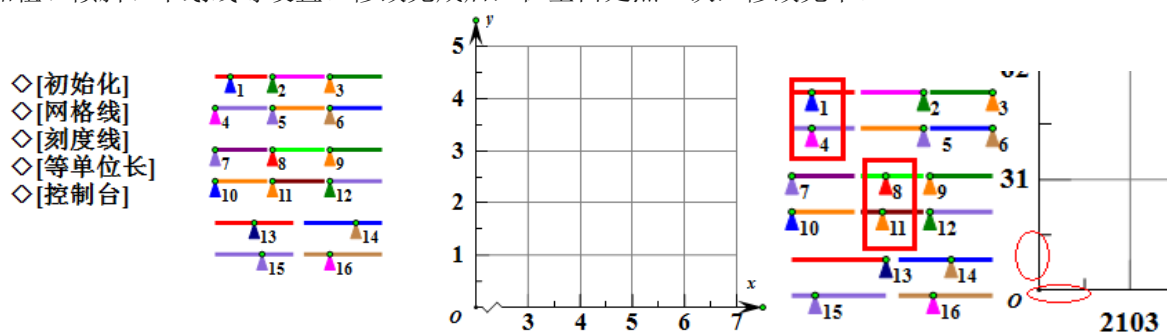
1、点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“经典坐标系”-“蚂蚁第一象限【无参数】”，鼠标就有了绘制这个坐标系的功能了。

2、使用鼠标在绘图任意区域，点两下，然后，鼠标点“移动箭头工具”或者按 Esc 键，释放工具。点“系统初始化”，绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个控制台和一个坐标系。此时，鼠标选定可以移动这三个对象。为了描述方便，为控制台的控制滑竿按钮做了数字标签。

3、坐标系控制点和坐标系菜单的内容，参见第一个工具。

4、调整单位刻度长度。鼠标左键拖放距离原点 O 最近的刻度值即可。使用“坐标系菜单”中的[等单位长]功能，可以变为方格坐标系。

5、修改刻度字体。距离原点 O 最近的刻度值，调出“文本工具栏”修改字体、字号、颜色、加粗、倾斜、下划线等设置。修改完成后，在空白处点一次，修改完毕。



6、操作控制台。

按钮 1：改变 x 轴刻度值的大小，从 1 增加到 10。

按钮 2：改变 x 轴刻度值的大小，从 11 增加到 101。

按钮 3：改变 x 轴刻度值的大小，从 101 增加到 2001。

按钮 4：改变 x 轴刻度值的步长，从 1 增加到 10。

按钮 5：改变 x 轴刻度值的步长，从 11 增加到 101。

按钮 6：改变 x 轴刻度值的步长，从 101 增加到 2001。

三个按钮最大可调 x 轴单位点刻度为 2110。

按钮 7：改变 y 轴刻度值的大小，从 1 增加到 10。

按钮 8：改变 y 轴刻度值的大小，从 11 增加到 101。

按钮 9：改变 y 轴刻度值的大小，从 101 增加到 2001。

三个按钮最大可调 y 轴单位点刻度为 2110。

按钮 10：改变 y 轴刻度值的步长，从 1 增加到 10。

按钮 11：改变 y 轴刻度值的步长，从 11 增加到 101。

按钮 12：改变 y 轴刻度值的步长，从 101 增加到 2001。

调整后，当起始单位点的数字以后的各个数字的变化步长，与 0 到单位点间的变化步长相同，就没连续折线省略标识出现。也就是说，按钮值 $1+2+3=4+5+6$ 时，x 轴不出现省略连续折线。按钮值 $7+8+9=10+11+12$ 时，y 轴不出现省略连续折线。见上右图。

按钮 13：调整整单位刻度线的长度。

按钮 14：改变整单位刻度线以内的分刻度线长度。当整单位刻度线比较长时，它可以调为比较长，但不会高于整单位刻度线。

按钮 15: 调整 x 轴刻度值与 x 轴的距离。

按钮 16: 调整 y 轴刻度值与 y 轴的距离。

这个坐标系工具是展示外观工具坐标系，只有初始化时，绘制函数图象才正确。

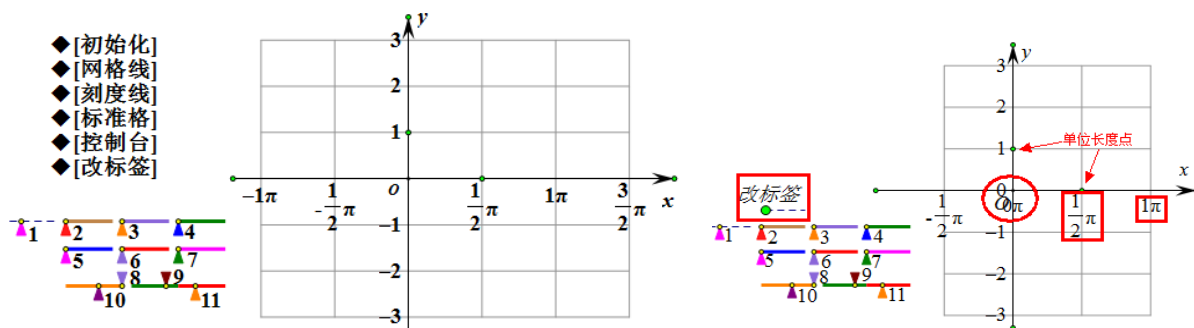
第六个子工具，蚂蚁三角坐标系【无参数】

1、点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“经典坐标系”-“蚂蚁三角坐标系【无参数】”，鼠标就有了绘制这个坐标系的功能了。

2、使用鼠标在绘图任意区域，点两下，然后，鼠标点“移动箭头工具”或者按 Esc 键，释放工具。点“系统初始化”，绘图区域中会出现一个坐标系菜单、一个控制台和一个坐标系。此时，鼠标选定可以移动这三个对象。为了描述方便，为控制台的控制滑竿按钮做了数字标签。

3、坐标系。拖动坐标轴两端的绿色小点，可以改变坐标轴的长短，刻度和数值随动。坐标轴和原点的标签，可以改变位置，也可以通过双击而改变名称或者不显示标签。坐标轴的线型也可以系统菜单设置改变。在 origin 附近正轴的第一个单位点，有两个绿色控制点，拖动，可以改变坐标系的标准单位长度。

4、坐标系菜单。



“初始化”: 得到 x 轴的单位长度是 $\frac{1}{2}\pi$, y 轴标准单位 1 厘米的矩形网格坐标系, 网格为 8×6 ;

“网格线”: 显示坐标系中网格线, 同时隐藏坐标轴上的刻度线;

“刻度线”: 显示坐标轴上刻度线, 同时隐藏坐标系中网格线;

“标准格”: x 轴的标准单位长度与 y 轴的单位长度相同, 形成单位长 1 厘米的方形网格坐标系;

“控制台”: 显隐“控制台”和坐标系中的绿色控制点。

“改标签”: 点击后, 会出现 y 轴刻度数字字体的原象、x 轴整数倍 π 刻度数字字体的原象和一个 x 轴刻度原象切换滑竿 (名称为“改标签”)。如上右图。此时, 刻度数字的原象处于非选定状态, 选定点 O 附近的原象, 可以使用“文本工具栏”修改 y 轴刻度数字和 x 轴整数刻度数字的字体、字号、颜色、加粗、倾斜、下划线等设置。修改完成后, 再点一次此按钮。修改完毕。将“改标签”的按钮滑动到最右边, 会出现 x 轴分数刻度数字的原象, 一个是“ $\frac{1}{2}\pi$ ”, 一个是“ $-\frac{1}{2}\pi$ ”, 因为两个原象重叠, 故可以使用圈选的方法一次选定两个, 再进行文本设置。设置完毕, 点“改标签”隐藏原象和“改标签”滑竿。右键刻度标记 (刻度值), 可以隐藏刻度标记 (刻度值)。

5、控制台。

按钮 1: 改变 x 轴刻度值的大小, 第一个刻度值, 从 1π 到 $\frac{1}{12}\pi$ 。

按钮 2: 改变 x 轴刻度值的大小, 从 1π 增加到 10π 。

按钮 3: 改变 x 轴刻度值的大小, 从 11π 增加到 101π 。

按钮 4: 改变 x 轴刻度值的大小, 从 101π 增加到 2001π 。

按钮 5: 改变 y 轴刻度值的大小, 从 1π 增加到 10π 。

按钮 6: 改变 y 轴刻度值的大小, 从 11π 增加到 101π 。

按钮 7: 改变 y 轴刻度值的大小, 从 101π 增加到 2001π 。

按钮 8: 改变整单位刻度线以内的分刻度线长度。在一个单位长度内的数量, 只有一个分刻度线。其长度可调范围, 受到单位刻度线的长度而定。当整单位刻度线比较长时, 它可以调为比较长, 但不会高于整单位刻度线。

按钮 9: 调整 y 轴刻度值与 y 轴的距离。默认右对齐, 刻度线方向随动。

按钮 10: 调整整单位刻度线的长度和网格线的灰度。

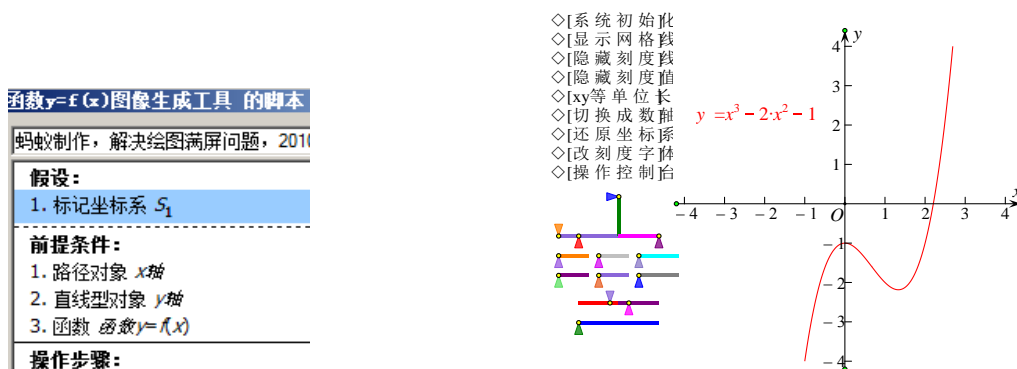
按钮 11: 调整 x 轴刻度值与 x 轴的距离。刻度线随动。

使用这个坐标系绘制函数图象时, 如果系统提示改为“三角坐标轴”, 请选择“同意”。如果没有系统提示, 建议手动到系统菜单“绘图”-“网格样式”中, 勾选“三角坐标轴”。或者点“编辑”-“参数选项”-“角度”-“弧度”, 以保证系统参数中“角度”的单位转换为“弧度”。

第七个子工具, 函数 $y=f(x)$ 图象生成工具 (轨迹)

在使用系统坐标系, 绘制的函数图象时, 图象会很大, 而且超出屏幕范围以外。这个工具能够使绘制的函数图象, 随自定义坐标系的大小而自动改变大小。作者称其为“解决绘图满屏问题”。

1、假设绘图区域中空白, 没有任何对象。按住自定义工具图标, 右移鼠标, “经典坐标系”-“函数 $y=f(x)$ 图象生成工具 (轨迹)”, 此时, 自动调出系统坐标系本工具开始发挥作用。但系统坐标系本身就是“无边际”的, 故在使用本工具, 绘图区域中最好有自定义坐标系存在。从这个工具的本视图看, 其使用需要满足条件有“假设”和“前提条件”。“假设”就是如果绘图区域中有了坐标系, 就标记使用这个坐标系, 如果没有坐标系, 就自动弹出并标记系统坐标系。在需要满足工具使用的“前提条件”中, “x 轴”和“y 轴”, 就是自定义坐标系的两个轴, “函数”需要先建立好。



2、点住自定义工具图标, 右移鼠标, 找到“经典坐标系”-“蚂蚁直角坐标系【无参数】”, 绘制一个自定义坐标系并初始化。

3、“数据”-“新建函数”, 建立解析式为“ $y=x^3-2x^2-1$ ”的函数。

4、按住自定义工具图标, 右移鼠标, “经典坐标系”-“函数 $y=f(x)$ 图象生成工具 (轨迹)”。依次点 x 轴、y 轴和函数解析式, 出现如上右图的结果。如果使用本工具顺次点击 x 轴 2 个和 y 轴上 2 个点, 则能构造坐标系内受此 4 点控制大小的图象。坐标系调整方法, 见第一个子工具介绍。

因为本工具的前提条件是指向“路径对象 x 轴”和“直线型对象 y 轴”, 故, 使用其它自定义工具绘制的坐标系, 本工具也可以使用。因为使用了构造轨迹的方法表现 $y=f(x)$ 的图象, 而轨迹间不能构造交点, 故使用本工具在同一坐标系中绘制的多个函数图象间, 有交叉也不能构造交点。

第八个子工具, 函数 $x=f(y)$ 图象生成工具 (轨迹)

使用方法同子工具七, 针对解析式为“ $x=f(y)$ ”函数。

第九个子工具, 飞狐函数 $y=f(x)$ 图象生成工具 (图象)

此工具为飞狐坐标系特有工具, 使用的前提条件是绘图区域中有飞狐坐标系 (无参数和参数版均可) 和一个函数表达式。因为使用了 0 乘法对已知函数进行了分段处理后绘制函数图象, 故不同于蚂蚁此工具的轨迹性质, 具有“函数图象”性质。

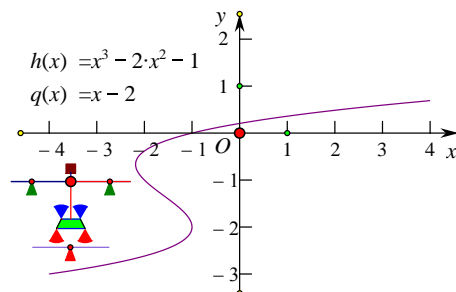
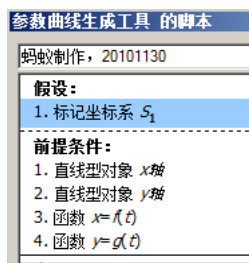
使用方法: 点住自定义工具图标, 右移鼠标, 找到“经典坐标系”-“飞狐函数 $y=f(x)$ 图象生成工具 (图象)”, 点击函数解析式即可。改变坐标系大小, 图象大小随变。

第十个子工具，飞狐函数 $x=f(y)$ 图象生成工具（图象）

使用方法同子工具九，针对解析式为“ $x=f(y)$ ”函数。

第十一个子工具，参数曲线生成工具（轨迹）

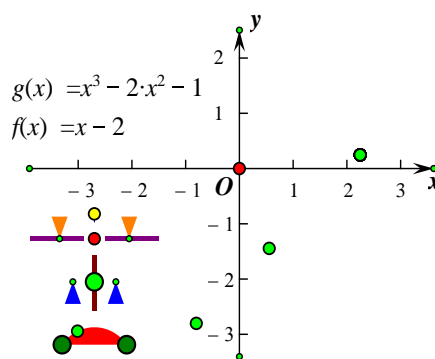
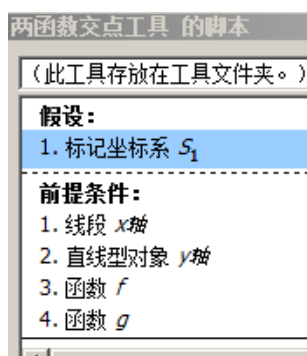
系统提供的“绘制参数曲线”功能绘制的参数曲线，也是“无边无际”的，本工具也是为了解决满屏问题而设立。绘制的参数曲线，随坐标系大小改变。



使用方法同子工具七，按照下左图的脚本视图使用。下右图是在飞狐坐标系（老版）中绘制参数曲线的效果，曲线图象大小随坐标系改变。因为参数曲线绘制中，两个函数的选取顺序决定了参数曲线象点的 x 和 y 值，需要注意点取函数解析式的顺序。因为是轨迹成象，多条参数曲线间也不能构造交点。

第十二个子工具，两函数交点工具。

本工具可以不用绘制函数图象，在指定大小的自定义坐标系内，直接绘制出自变量为 x 的两个函数的交点。

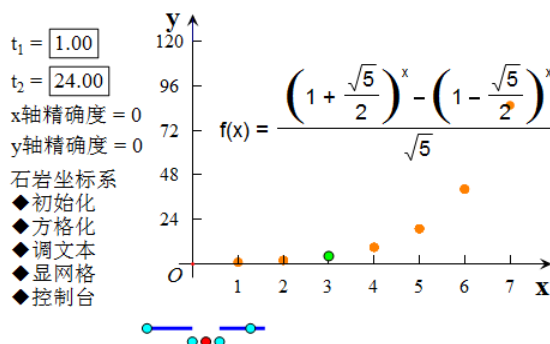


使用方法同子工具七，按照上左图的脚本视图使用。上右图是在“京京坐标系”（老版）中绘制两个函数交点的效果，只是在坐标系范围内的交点才显示出来。如果两个函数有许多个交点，显示的交点数量随坐标系大小改变。两个函数的选取没有顺序要求。使用这个工具，完全解决了子工具七中的不能构造交点问题。但不能解决子工具八中的不能构造交点问题。

第十三个子工具，数列图象生成工具。

某个函数是数列函数，使用此工具，可以在指定的坐标系区域内，绘制函数的点。

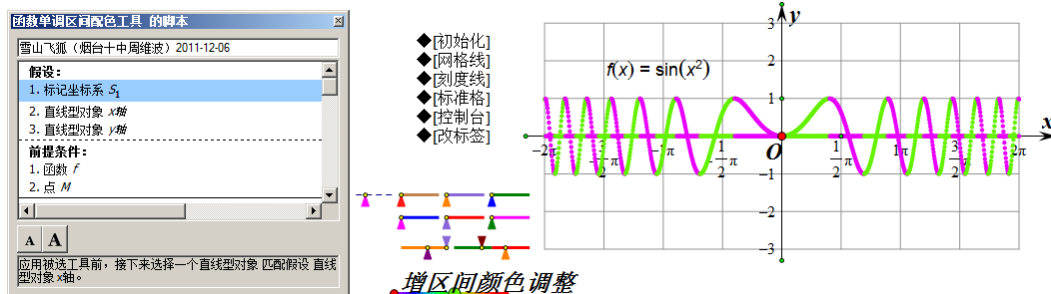
按照脚本视图使用工具，在“石岩坐标系”中绘制斐波那契数列的图象如下右图。



第十四个子工具，函数单调区间配色工具

本工具主要用于演示函数图象的单调性，而且函数图象随坐标系改变大小。

使用方法同子工具十三，按照下左图的脚本视图使用。下右图是在“蚂蚁三角坐标系【无参数】”中函数 $f(x)=\sin(x^2)$ 使用本工具的效果图。



1、点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“经典坐标系”-“蚂蚁三角坐标系【无参数】”，绘制一个自定义坐标系并初始化。（需要设置“编辑”-“参数选项”-“角度”-“弧度”）。

2、“数据”-“新建函数”，建立解析式为“ $f(x)=\sin(x^2)$ ”的函数。

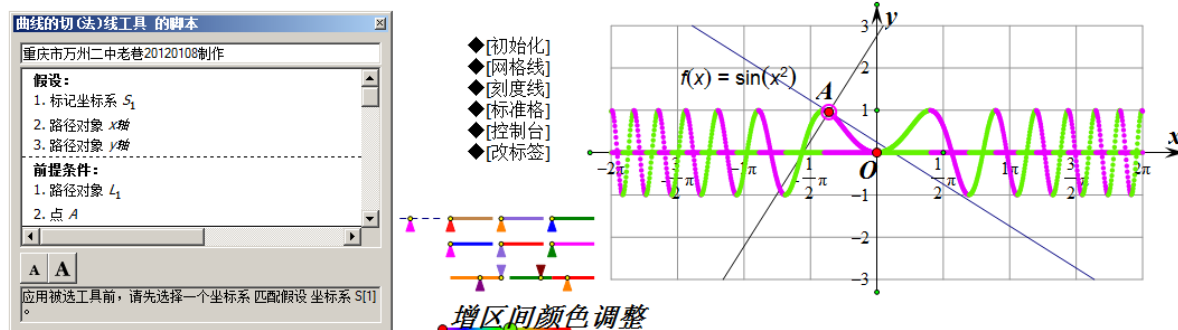
3、按住自定义工具图标，右移鼠标，“经典坐标系”-“函数单调区间配色工具”。依次点 x 轴、 y 轴和函数解析式，然后，在空白处点一下，出现如上右图的结果，函数图象的单调增区间为粉色，单调减区间为绿色。

4、在颜色控制台有一个滑竿按钮点，拖动可以单调增区间图象的颜色。

第十五个子工具，“曲线的切（法）线工具”

使用此工具，能够在坐标系范围内同时显示曲线上某一点的切线和法线。

使用方法同上一个子工具，最后的点点在函数图象上即可。



迷你坐标系中还有石岩坐标系和京京坐标系，以下简要介绍。

石岩简易坐标系中的网格线十分清晰，其只留网格功能，在绘制网格格点上进行图形变换时，可以使用坐标系的自动吸附网格功能，绘制的点很容易绘制到格点上，在网格作图时很好用。石岩坐标系，直接看脚本视图和坐标系菜单就能学会操作。

京京坐标系的参数版，支持小数刻度，扩充了自定义坐标系的应用范围。

1、“数据”-“新建参数”，名称为 x ，确定。再建立一个参数，名称为 y 。

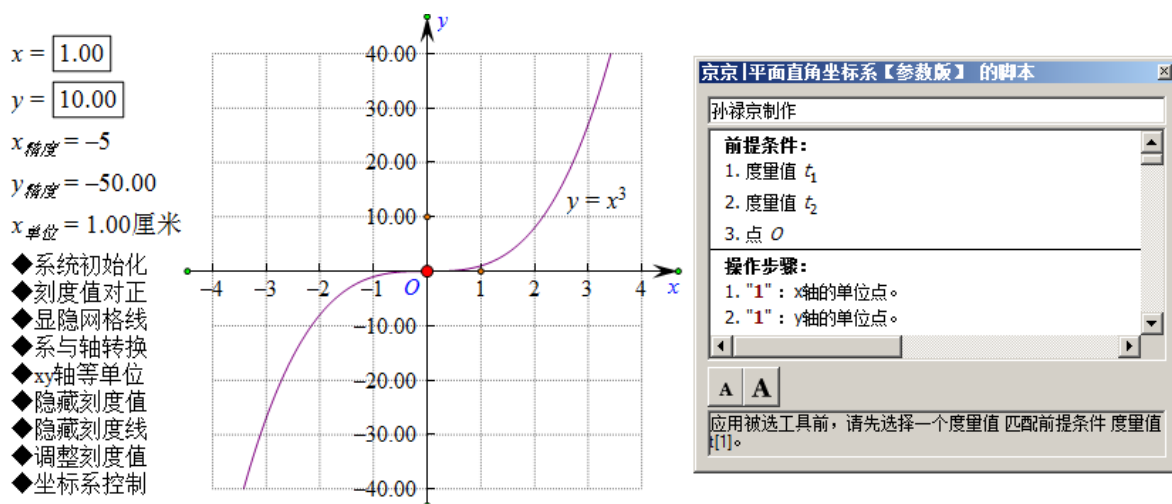
2、点住自定义工具图标，右移鼠标，找到“迷你坐标系”-“京京平面直角坐标系[参数版]”，鼠标就有了绘制这个坐标系的功能了。

3、点参数 x 、参数 y ，然后在空白区域点一下。点“移动箭头工具”或者按 Esc 键，释放工具。

4、点坐标系菜单“系统初始化”，拖动坐标系中的控制点，可以改变坐标系的大小。

5、坐标菜单控制。“刻度值对正”是调整 y 轴的数字右对齐（蚂蚁坐标系是自动向 y 轴对齐）；“调整刻度值”是改变刻度值位置、大小、字体和颜色等；“坐标系控制”是显隐坐标系上的控制点。

6、两个参数 x 和 y ，改变 x 轴和 y 轴基本单位点的数值大小。



7、“ $x_{单位}=1.00 \text{ 厘米}$ ”的值随着 x 单位点的移动而变动，提示使用者留意坐标系单位距离是否是 1 厘米，以决定是否使用直接度量的方法，取得与实际相符的长度数值。

8、右键“ $x_{精度}=?$ ”-“属性”-“数值”-“精确度”，可以下拉修改数值的显示精确度，坐标轴显示的精确度同时改变。同理改变参数“ $y_{精度}=?$ ”的精确度，对 y 轴的刻度显示精度进行设置。

使用“迷你坐标系”中的“ $y=f(x)$ 图象生成工具”工具在参数版坐标系中，绘制 $y=x^3$ 的函数图象，解决了图象满屏问题，但不可以构造交点。

比较各个自定义坐标系，石岩坐标系更关注文档体积，绘制同样的函数图象，文档体积很小。

“新新坐标系”实现直角坐标系和三角坐标系显示合二为一，以及其工具组附加的许多功能，使得这款坐标系很适合高中教师使用。

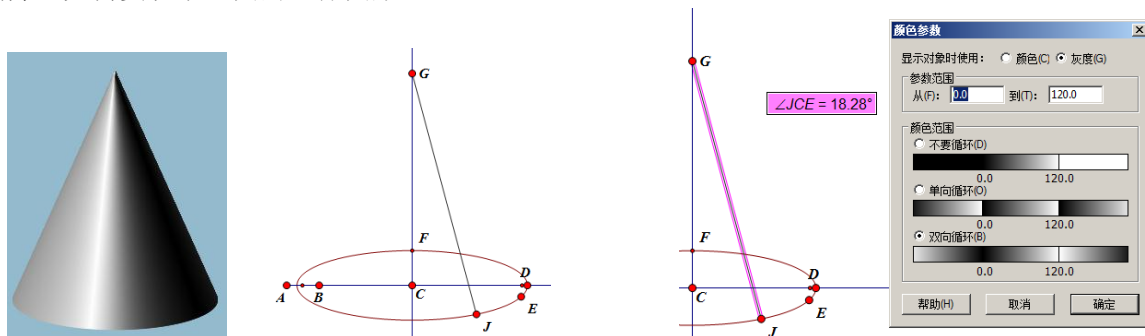
各个自定义坐标系都支持在绘图区域中绘制多个坐标系，通过标记坐标系的方法“激活”某一个坐标系，使得绘制的函数图象在当前的坐标系中。选用“蚂蚁坐标系”绘制坐标系，需要初始化后，选定原点才能“绘图”-“标记坐标系”。选用“飞狐坐标系”绘制坐标系，需要显示隐藏的原点或者初始化坐标系以前，选定原点才能“标记坐标系”。“京京”、“石岩”坐标系，不管初始化与否，都可以选定原点，“绘图”-“标记坐标系”。选定原点后，右键也可以“标记坐标系”。

如果在一个绘图区域中有多个自定义坐标系存在，可能出现最后一个坐标系的某些对象，满足了其他自定义坐标系的“假设”条件，从而控制了其他坐标系图象大小的现象。

某些坐标系为了绘图整洁，设置网格线、刻度值等为不“可以被选定”，因此圈选坐标系图象复制到 word 中时，没有网格和刻度值。可以通过右键，设置属性为“可以被选定”来实现圈选坐标系网格和刻度值。另外，在坐标系中绘制直方图，还可以使用“其它工具”中的“频数分布直方图”。

例 17.1.18 利用灰度颜色构造质感立体图形

几何画板绘制平面图形十分方便，如果巧用灰度颜色，也能将一些立体图形做出逼真的效果。本例介绍如何实现下左图的立体图形。



- 1、构造水平射线 AB，点住自定义工具图标，选“圆锥曲线 A”中的“椭圆（中心+顶点）”。
- 2、在射线 AB 上依次点 C 和 D 两个点，构造椭圆。在椭圆上构造点 E 和 J。
- 3、构造射线 AB 的垂线，在垂线上构造点 G，构造线段 GJ。
- 4、依次选定点 J、C、E，“度量”-“角度”。
- 5、选定线段 GJ 和角度度量值，“显示”-“颜色”-“参数”-“灰度”，“参数范围”选 0 到 120，勾选“双向循环”。（这两个值决定角度多大开始到多大结束，线段颜色由黑到白双向循环转变）
- 6、选定线段 GJ 和点 J，“构造”-“轨迹”，得到立体图形圆锥。
- 7、右键轨迹，“属性”-“绘图”-“采样数量”修改为 1500 或者更大数字。（不宜过大）
- 8、改变点 F 的位置，可以调整圆锥底面的椭度。改变点 D 和 G 的位置，可以改变圆锥的大小。改变点 E 的位置，可以微调圆锥投影光线方向。
- 9、“编辑”-“参数选项”-“颜色”，改变画板绘图区域背景颜色，能使得图形更有层次感。
- 10、隐藏各种不必要对象，完成。

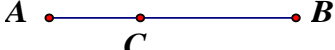
第二节 综合实例

例 17.2.1 轨迹法构造正多边形

在几何画板中，迭代法制作正多边形十分快捷，但迭代出来的多边形不可以在边上构造点，而轨迹法构造的多边形可以在边上构造点。

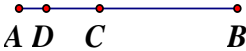
操作步骤：

- 1、新建一个参数 n。单击“数据”-“新建参数”，改名为 n，输入数值 8。（八边形）

$$n = 8 \quad \frac{1}{n} = 0.13 \quad \frac{360^\circ}{n} = 45.00^\circ$$


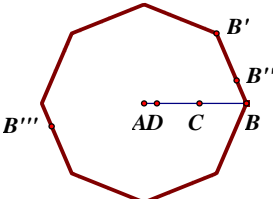
- 2、计算。单击“数据”-“计算”，计算出 $1/n$ ， $360^\circ/n$ 。（作为驱动线段的 n 等分和多边形外接圆的圆心角）

- 3、在绘图区域任意绘制一条线段 AB，并在 AB 上绘制一点 C。（轨迹中的驱动点）



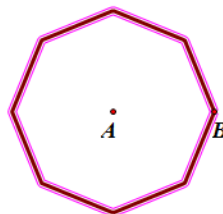
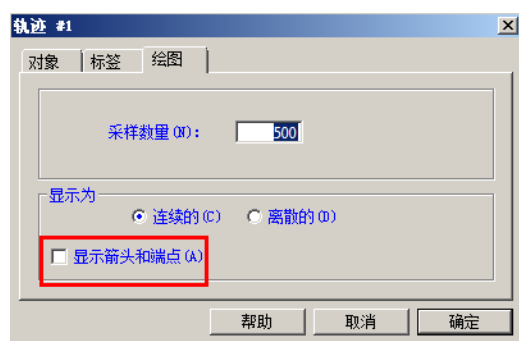
$$\frac{AC}{AD} = 2.95 \quad \text{trunc}\left(\frac{AC}{AD}\right) = 2.00 \quad \frac{AC}{AD} - \text{trunc}\left(\frac{AC}{AD}\right) = 0.95$$

- 4、选定线段 AB 和 $1/n$ ，单击“绘图”-“在线段上绘制点”得到点 D。（线段 n 等分点）
- 5、依次选定点 A、点 D 和点 C，单击“度量”-“比”，可以得到一个比值。（过程值）
- 6、单击“数据”-“计算”，单击“函数”找到 trunc 函数，在括号内点击 5 的度量比，得到边的序数。
- 7、再单击“数据”-“计算”，点击 5 中的度量比减去 6 中计算值，得到点在某条边内点的位置值。再单击“数据”-“计算”，单击“ $360^\circ/n$ ”乘以 6 的计算值，得到序数边从第一条边旋转的角度。

$$\text{trunc}\left(\frac{AC}{AD}\right) \cdot \frac{360^\circ}{n} = 90.00^\circ$$


- 8、双击点 A（标记中心），选定点 B，单击“变换”-“旋转”，出现对话框后，单击 2 中的计算值“ $360^\circ/n$ ”，得到一个点 B'。（这是多边形的第一条边端点，其它边轨迹由此旋转得到。）

9、双击点 B（标记中心），选定点 B'，单击“变换”-“缩放”，出现对话框后，单击 7 中的第一个计算值，得到一个点 B''。（通过 7 的计算，得到点 C 在每段边上的在 0 到 1 之间控制值，刚好控制 B''在第一条边上移动）



10、双击点 A（标记中心），选定点 B''，单击“变换”-“旋转”，出现对话框后，单击 7 中第二个计算值，得到一个点 B'''。（根据 C 的位置，将移动点旋转到特定的边上）

12、选定点 C 和点 B'''，单击“构造”-“轨迹”，此时就可以得到一个正 8 边形。

13、隐藏不必要对象，选定轨迹，单击属性，把“绘图”中显示箭头前面的勾去掉。

说明：这个例子用到了一些技巧，例如“旋转+缩放”构造轨迹。特别是通过 5、6、7 的计算值得到边的序号和每条边上点的值，利用点的值移动点；利用边的序号计算角度，旋转得到相应的边。

例 17.2.2 制作轨迹法正 n 边形工具

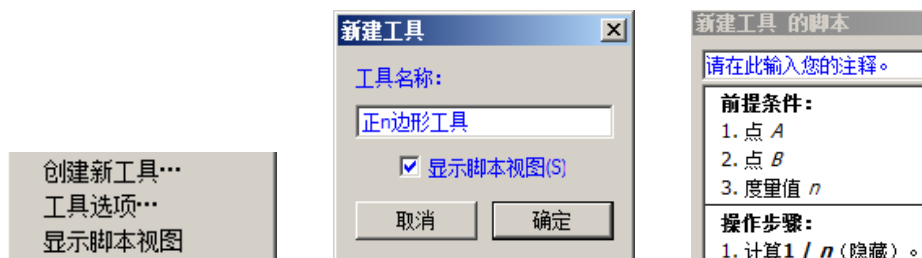
在几何画板的自定义工具中，有很多别人制作好的工具，例如正多边形工具等等。在例 1 的基础上，制作轨迹法构造正 n 边形工具。

操作步骤：

1、接着上例，在画板中依次选定点 A、点 B、参数 n，点 B'（也可以不选，制作的工具绘制结果就少一个点）和正多边形，其它的不要选。按住自定义工具，右移鼠标，在工具列表最上面找到“创建新工具”。单击后会出现如图对话框。可以给工具命名，在“显示脚本视图”后，会出现脚本对话框。在脚本中可以看到工具使用的前提条件和制作步骤，可以为工具输入注释，单击确定。

2、显示所有隐藏，全选后删除，工具制作完成。

3、现在可以新建一个参数，使其值等于 5，单击自定义工具选定刚才制作的工具，在绘图区任意单击得到两个点，单击刚才新建的参数，就可以得到一个正五边形。改变 n 的值，边数改变。



说明：

①如果想要永久使用自己制作的工具，可以把做好的工具文件保存后，保存到几何画板选择的工具文件夹中，每次打开画板，工具文件夹下的工具就被自动调用安装。

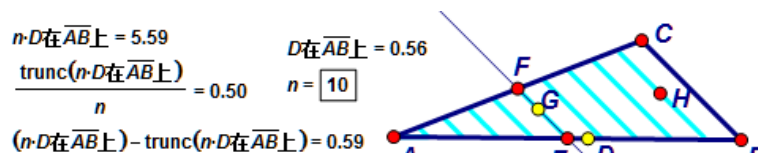
②这里不选不必要对象，可以使造出的工具在使用后会自动隐藏不必要的对象，但是最原始的对象（例如本例中的点 A、点 B 和参数 n，其它的都是他们的子对象）和由他们构造的一些子对象

必须选定（例如本例中最后形成的正多边形），否则不可以创建新工具。

例 17.2.3 三角形内部的点

在几何画板中，有圆和多边形的内部。选定“内部”-“构造”点，构造“内部上的点”或者“边界上的点”时，点都是在“内部”的边界上，可以沿边界“巡游”。通过在“内部”构造密集轨迹线，然后在轨迹线上构造点，这个点就只能在“内部”移动，几乎可以到达内部“任意”位置。

- 1、构造三角形 ABC（线段 AB 的方向自左向右），在边 AB 上构造点 D。
- 2、选定点 D，“度量”-“点的值”，得到点值度量值。（D 为轨迹主动点）
- 3、“数据”-“新建参数”，名称为 n，数值为 10，单位“无”。（内部轨迹线的条数）
- 4、做下图左边的计算。第一个计算把点值扩大 n 倍，方便取整。第二个计算将第一个计算的数值取整后再除以 n，得到小于但最接近 D 点值的整数点值（在 0 到 1 之间，来确定轨迹线段的位置）。第三个计算得到去尾取整的尾（在 0 到 1 之间，作为轨迹点在平行于边 BC 的线段上的缩放比例）。



- 5、双击点 A 标记为中心，选定点 B，“变换”-“缩放”，缩放值点选步骤 4 中的第二个计算值，得到点 E。
- 6、选定点 E 和边 BC，“构造”-“平行线”，构造平行线与线段 AC 的交点 F。
- 7、双击点 E 标记为中心，选定点 F，“变换”-“缩放”，缩放值点选步骤 4 中的第三个计算值，得到点 G。（步骤 6 和 7 就把点 G 变为可在三角形内部逐行扫描的点）
- 8、选定点 D 和点 G，“构造”-“轨迹”，在轨迹上构造点 H。
- 9、增大 n 的值并提高轨迹采样率，点 H 就是只能在内部移动的点。（n 越大轨迹线总长度越大，需要增加轨迹采样率才能保证轨迹密度）

此法基本原理同于案例 17.2.1，也可以用于构造圆内部的点。但由于 n 的取值不可能无穷大，故轨迹是内部密集的平行线段上点的集合，点 H 并不能真正到达圆内任意位置。此法可以迁移运用到构造多种封闭图形内部的点。

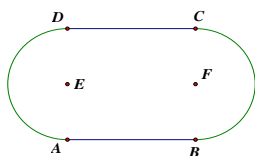
例 17.2.4 环形跑道

要求：构造一个环形跑道如图 3-1，其中两边是相等的半圆弧，AB 平行等于 DC，并且一点在跑道上可以匀速运动。

操作步骤：

- 1、用“点工具”在绘图区任绘制一点 A，选定点 A，单击“变换”-“平移”，按极坐标方式平移，平移角度为 0° ，距离为 1cm，单击确定。
- 2、用“射线直尺工具”依次单击点 A 和平移得到的点，构造出一条水平射线，然后利用“线段直尺工具”在射线上以点 A 作为起点，构造一条线段 AB。隐藏射线及射线上一点，保留水平线段 AB。同样把点 A 向上平移，得到一条竖直的线段 AD。Ctrl+M，构造 AD 的中点 E。点 B、D 为动点，可调跑道。
- 3、依次选定点 A 和点 B，单击“变换”-“标记向量”，选定点 D 和点 E，单击“变换”-“平移”，得到点 C 和点 F。
- 4、依次选择点 E、点 D 和点 A，单击“构造”-“圆上的弧”，同样选定点 F、点 B 和点 C，单

击“构造”-“圆上的弧”。



$$\overline{AB} = 3.86 \text{ 厘米}$$

$$\widehat{BC} \text{ 的长度} = 5.65 \text{ 厘米}$$

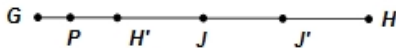
$$\frac{\overline{AB}}{2 \cdot \overline{AB} + 2 \cdot \widehat{BC} \text{ 的长度}} = 0.20$$

5、选定线段 AB，“度量”-“长度”，选定一个圆弧，单击“度量”-“弧长”。

$$\overline{AB} = 4.68 \text{ 厘米}$$

$$\widehat{BC} \text{ 的长度} = 5.07 \text{ 厘米}$$

$$\frac{\overline{AB}}{2 \cdot \overline{AB} + 2 \cdot \widehat{BC} \text{ 的长度}} = 0.24$$



6、单击“数据”-“计算”，得到线段 AB 占一圈跑道的比例值。

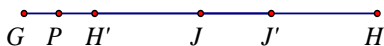
7、在绘图区用“线段直尺工具”任意绘制一条水平线段 GH（按住 Shift 绘制），并在 GH 上任绘制一点 P。

8、双击点 G（标记缩放中心）选定点 H，单击“变换”-“缩放”，在弹出对话框后，单击 6 的计算结果，可以得到一个点 H'。选定线段 GH，按快捷键 Ctrl+M，构造中点 J。依次选定点 G 和点 H'，单击“变换”-“标记向量”，选定点 J，单击“变换”-“平移”得到点 J'。选中点 G、H'、J、J'、H，用“Ctrl+L”，构造线段 GH'，H'J，JJ'，J'H 和 GH。隐藏线段 GH，保留 4 条线段。这样，在线段上按环形跑道的 4 段长度比，构造 4 条线段（目地是为了点可以匀速运动）。

9、选定点 P 和线段 GH'，按住 Shift 键单击“度量”-“点的值”，同样分别度量出点 P 在其它 3 条线段上的“点的值”。依次选定这 4 个点的值，单击“显示”-“度量值的标签”或按键盘上的 Alt+/, 把起始标签改成 a，如下右图。

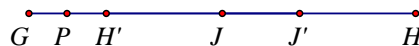
$$P \text{ 在 } \overline{GH'} \text{ 上} = 0.49 \quad P \text{ 在 } \overline{JJ'} \text{ 上} = 0.00$$

$$P \text{ 在 } \overline{H'J} \text{ 上} = 0.00 \quad P \text{ 在 } \overline{J'H} \text{ 上} = 0.00$$



$$a = 0.49 \quad c = 0.00 \quad b \cdot 180^\circ = 0.00^\circ$$

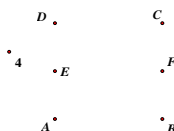
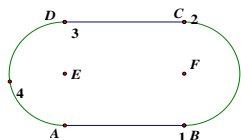
$$b = 0.00 \quad d = 0.00 \quad d \cdot 180^\circ = 0.00^\circ$$



10、选定点的值“a”和线段 AB，单击“绘图”-“在线段上绘制点”，得到一点后，修改点的标签为 1，单击“数据”-“计算”，点击“‘b’*180°”，同理计算“d*180°”。双击点 F（标记旋转中心），选定点 1，单击“变换”-“旋转”，角度使用计算值“b*180°”。此时构造出来的点可能与点 1 重合，但是处于选定状态，可以直接按住快捷键“Alt+/", 修改点的标签为 2，现在拖动点 P 试试，可以看到点 2 在跑道 AB 和右侧的圆弧上运动了。

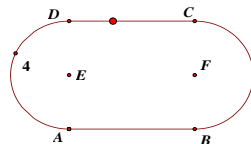
11、拖动点 P，使得点 2 在右边弧上。双击点 2（标记缩放中心），选定点 D，“变换”-“缩放”，在弹出的对话框后，单击步骤 9 中的度量值 c，得到一个点，此时这个点与点 2 重合，但处于选定状态，用快捷键“Alt+/", 修改标签为 3，拖动点 p 试试，现在点 3 可以在 AB、右侧弧和 CD 上运动了。

12、双击点 E（标记旋转中心），选定点 3，单击“变换”-“旋转”，在弹出的对话框后，点击“d*180°”，得到一个点，按快捷键“Alt+/", 修改标签为 4。现在拖动点 P，点 4 可以在跑道上运动了。隐藏点 1、点 2、点 3，拖动点 P 试试效果。



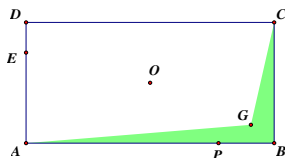
13、隐藏线段 AB、CD 和两侧的弧，只保留点 4，如图所示。选定点 P 和点 4，单击“构造”-“轨迹”，可以得到了一条轨迹。

14、隐藏不必要的对象，现在就可以在跑道上任取一点，单击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”，单击“动画”可以看到点在跑道上匀速运动了。

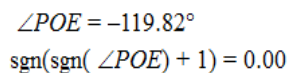


例 17.2.5 橡皮筋遇钉子

目的：掌握缩放技巧，会做点在折线上的运动，学会使用自定义变换绘制函数图象及调用蚂蚁坐标系等等。

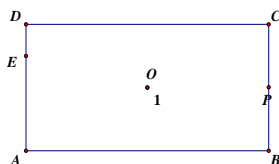
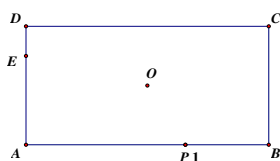


3、选定点 G 和点 B，单击“编辑”-“合并点”，可以得到一个四边形 CBAB，这样就可以构造出了一个折线段，现在拖动点 P 试试。

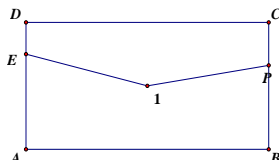
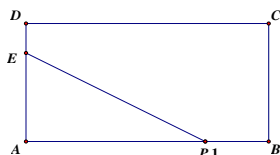


6、双击点 P (标记缩放中心), 选定点 0, 单击“变换”-“缩放”, 在弹出对话框后单击 5 的计算结果。此时, 缩放得到的点处于选定状态, 利用快捷键 Alt+/, 修改标签为 1。拖动点 P 可以

看到点 1 总是与点 0 或点 P 重合。



7、当点 1 与点 P 重合时隐藏点 O，然后再拖动点 P，点 1 与点 O 重合时（此时点 O 处于隐藏状态），利用“线段直尺工具”连接 E 和 1、1 和 P，此时再拖动点 P，橡皮筋的效果已经做出来了。



8、构造多边形。当点 P 在上右图时，利用“多边形工具”，依次点击点 E、点 A、点 B、点 P 和点 1（点 1 处单击 2 下，可以释放多边形工具），拖动点 P 试试效果。利用“信息工具”或者通过“点 1”属性对话框，把点 O 显示出来，把点 1 隐藏了，就可以得到想要的效果了。

9、计算点 P 运动的路程 x 。选定点 P，单击“度量”-“点的值”。因为点 P 是多边形边界上的点，而这个多边形因为合并点而使得边两两重合，点 P 很容易在重合的边上跳跃，导致点值跳跃。因为跳跃的两个点值到四边形上点值为 0.5 的点的距离相等，就可以附加下面的计算，保证点 P 的值稳定在小于 0.5 范围内。由多边形上点的值在一周中是 0 到 1，可以计算出点 P 的运动路程 x 。

$$P \text{ 在 } ABCB \text{ 上} = 0.16$$

$$(4 + 8 + 4 + 8) \cdot (0.5 - |0.5 - P \text{ 在 } ABCB \text{ 上}|) = 3.87$$

$$0.5 - |0.5 - P \text{ 在 } ABCB \text{ 上}| = 0.16$$

$$ABP1E \text{ 的面积} = 5.81 \text{ 厘米}^2$$

10、选定多边形的内部，单击“度量”-“面积”，可以得到题干要求的面积。

11、通过 9、10 两步已经做出了 x 与 y ，分别改度量值的标签为 x 、 y 。

$$x = 3.87 \quad y = 5.81 \text{ 厘米}^2$$

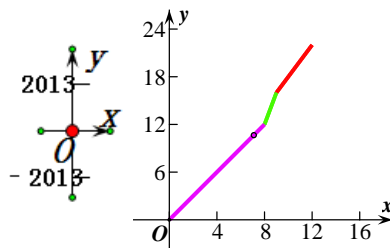
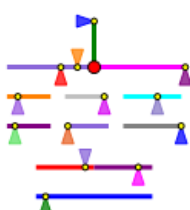
08 经典坐标系	飞狐 直角坐标系【无参版】
09 函数工具	飞狐 直角坐标系【参数版】
10 箭头工具	蚂蚁 直角坐标系【无参版】

12、构造函数图象。单击“自定义工具”，右移鼠标，找到“经典坐标系”。选定“蚂蚁直角坐标系【无参数】”，把鼠标移到绘图区以后，此时会出现一个调控手柄，在合适的位置点击一下定位控制台，然后又会出现一个坐标系，在合适的位置再点击一下定位坐标原点。最后点击一下“移动箭头工具”或者按下键盘上的 Esc 键，释放工具。

13、现在的坐标系比较乱，点击一下坐标系菜单中的“系统初始化”，就会出现一个标准坐标系。通过调整控制台的调控滑块，可以调整 x 、 y 的单位长度，使其符合绘图要求（例如，在这个题目中要求 x 在 0—12 变化， y 在 0—22 变换）。要系统学习坐标系用法，可以看作者蚂蚁讲解视频。<http://www.inrm3d.cn/viewthread.php?tid=1953&extra=page%3D1>。或者看综合案例 17.1.16。

14、依次选定 x 、 y ，单击“绘图”-“绘制点”可以得到一个点，拖动点 P，这个点随动。

- ◇[系统初始化]
- ◇[显示网格线]
- ◇[隐藏刻度线]
- ◇[隐藏刻度值]
- ◇[xy 等单位长]
- ◇[切换成数轴]
- ◇[还原坐标系]
- ◇[改刻度字体]
- ◇[操作控制台]



15、给多边形和点加上颜色。为了更加清晰地描述分段的效果，可以让不同的部分显示不同的颜色，当 $0 < x < 8$ 的时候，多边形是一个三角形；当 $8 < x < 9$ 的时候，多边形是一个四边形；当 $9 < x < 12$

的时候，多边形是一个五边形；这样可以通过符号函数来构造一个颜色参数 colour，单击“数据”-“计算”，在计算面板中输入如下图的式子。选定计算值、绘制的点和多边形的内部，单击“显示”-“颜色”-“参数”，参数范围为 0 到 1，确定。此时绘制的点已经被自动隐藏，被彩色点所代替了。

$$\text{sgn}(1 + \text{sgn}((x - 8) \cdot (9 - x))) \cdot 0.5 + \text{sgn}(1 + \text{sgn}(x - 9)) = 0.00$$

说明：这个计算结果作为颜色参数，当 $x < 8$ 时，由符号函数的定义，可知 colour 的值为 0，此时多边形和绘制的点的颜色为粉色；当 $8 < x < 9$ 时，由符号函数的定义，可知 colour 的值为 0.5，此时多边形和绘制的点的颜色为绿色；当 $x > 9$ 的时候，由符号函数的定义，可知 colour 的值为 1，此时多边形和绘制的点的颜色为红色。当然这里的 0、0.5 和 1，可以改为其它在 0—1 内的任何值，不同的值对应于不同颜色。

16、拖动点 P，可以看到彩色点和多边形内部的颜色变化，此时选定点 P 和彩色的点（此时绘制的点已经隐藏，显示出来的点是通过颜色参数定义过来的）单击“构造”-“轨迹”，可以得到 y 随着 x 变化的图象。如果要想构造出动态随显的图象，还需要通过自定义变换来实现。

17、删除 16 步中的轨迹，依次选定点 P 和彩色点，单击“变换”-“创建自定义颜色变换”，得到“颜色变换 1”，单击确定。

18、在绘图区任意绘制一条线段 GH。选定步骤 9 计算的 P 点稳定点值和线段 GH，单击“绘图”-“在线段上绘制点”，得到一点 I。选定点 I 和线段 GH，按住 Shift 键，单击“度量”-“点的值”，得到点 I 在线段 GH 上的值。

$$G \text{---} I \text{---} H \quad I \text{在 } \overline{GH} \text{ 上} = 0.34$$

19、选定四边形 CBAB（注意此时四边形是一条折线段，不可以直接选定的，但是可以通过点 P 的属性对话框选择父对象或者直接用“编辑”-“选择父对象”，此时状态栏会提示当前选定的对象是四边形 CBAB）和步骤 18 中的度量结果，单击“绘图”-“在四边形上绘制点”，得到一个点，通过快捷键 Alt+/键，修改标签为 J。

20、双击标签 J，确定后，就选定点 J，然后，再选定点 I。单击“变换”-“创建自定义变换”，得到一个 I 到 J 的变换。构造线段 GI，选定线段 GI，单击“变换”-“I 到 J 变换”，可以得到一条点 P 自点 A 开始的动态变换。在变换新生成时，是处于选定状态，直接单击“变换”-“颜色变换 1”，可以得到彩色点的动态轨迹，隐藏点 J，拖动点 P，可得到动态的函数图象。隐藏不必要的对象，完成。

说明：步骤 18 到 20 的操作是为了利用一个自定义变换，创建点 P 的动态折线路径，让这个路径执行点 P 到随动点的颜色变换。因为点 J 又回到了与点 P 重合的位置，此过程被称为“回溯”。

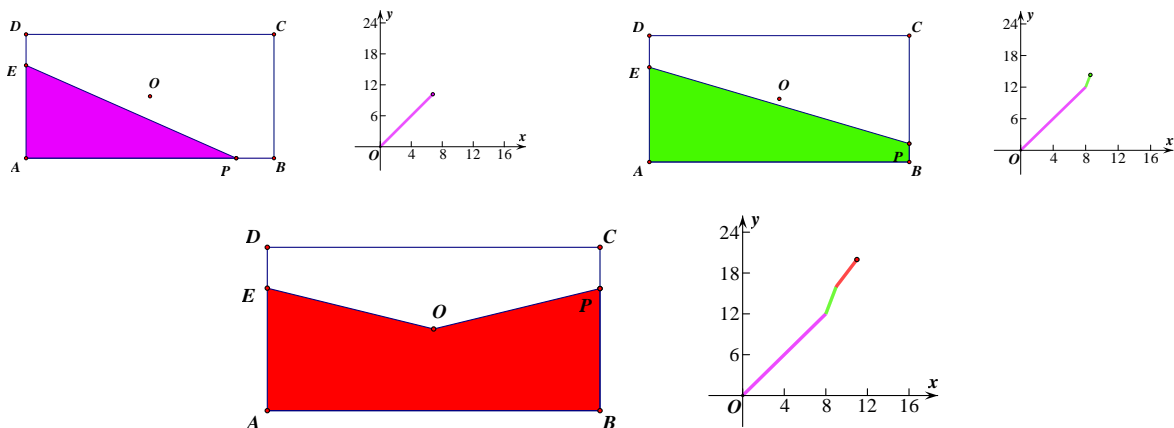
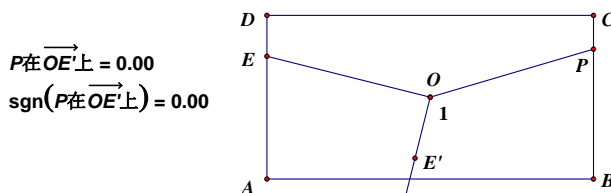


图 4-20

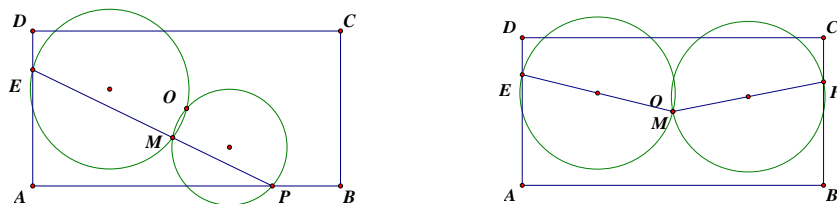
说明：这个例子比较难，利用的知识点比较多，开关函数、分段函数和自定义变换都有涉及，尤

其是自定义变换的内涵不好理解，而且涉及到了自定义变换得到的对象又执行了新的自定义变换。关于自定义变换，可以参见前边“变换菜单”相关介绍。

构造橡皮筋折线效果，还有许多方法。下图方法利用点在射线上的点值作为开关，方法比较简单。做射线 $OE' \perp OE$ ，度量点 P 在射线上的点值，使用一个 sgn 函数判断点 P 位于直线 EO 的哪一侧。以 O 为中心，缩放点 P ，得到点 1 ，连接点 E 和点 1 ，连接点 1 和点 P 构造橡皮筋效果。



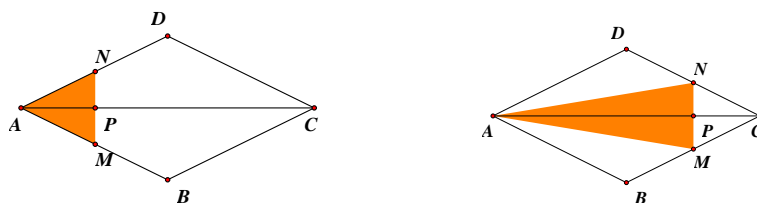
构造橡皮筋折线效果，利用圆的交点有顺序性也可实现。下图中的两个圆分别是以线段 EO 和线段 OP 为直径，两个圆都过点 O ，两个圆的第一个交点 M ，不能越过点 O 。线段 EM 和 MP 就构成了橡皮筋。



橡皮筋问题是画板经典问题，实现折线和随动图象的方法有很多，本例并非最简方法。

例 17.2.6 2011 年安徽省中考题

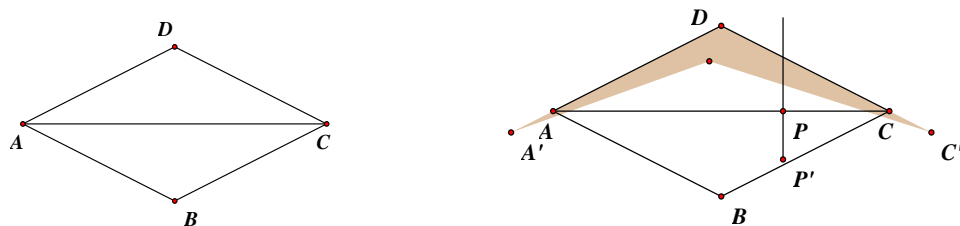
题目：如图， P 是菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一动点，过 P 垂直于 AC 的直线交菱形 $ABCD$ 的边于 M 、 N 两点，设 $AC=2$ ， $BD=1$ ， $AP=x$ ， $\triangle AMN$ 的面积为 y ，作出 y 关于 x 的函数图象。



目的：会构造符合要求的图形，学会使用射线与多边形构造第一个交点功能，会用蚂蚁坐标系，利用创建自定义变换做函数图象

操作步骤：

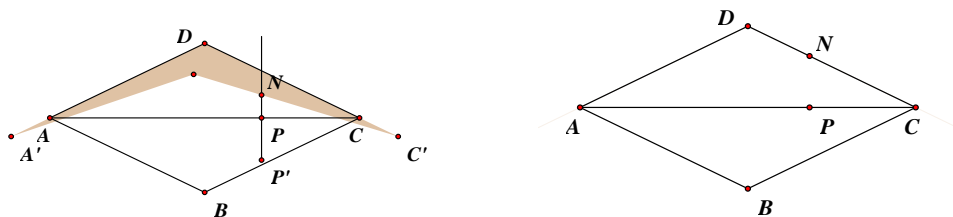
1、利用“点工具”在绘图区任意的绘制一点 A ，选定点 A ，单击“变换”-“平移”，在极坐标方式下，平移 1cm ，角度设为 0° 。选定点 A 和平移后的点，单击“构造”-“射线”。利用“线段直尺工具”在射线上绘制一条线段 AC ，拖动点 C ，可见点 C 只能在射线上移动。隐藏平移后的点和射线，完成。



2、选定线段 AC ，单击“构造”-“中点”得到点 E ，双击点 A （标记缩放中心）选定点 E ，单击“变换”-“缩放”，在默认的情况下是缩放 $1/2$ ，直接单击确定，得到点 F 。双击点 E （标记旋转中心），选

定点 F，点击“变换”-“旋转”，在默认的情况下是旋转 90° ，直接单击确定，得到点 B，双击线段 AC 标记反射镜面，选定点 B，单击“变换”-“反射”，得到点 D，利用“线段直尺工具”连接四边形 ABCD，可以得到符合题目的要求的图形。注意：这里的 AC 长并不是 2cm，但是 AC 与 BD 的比值正好是 2，相当于把原来的图形进行了缩放（2cm 比较小，因此需要放大处理）。

3、双击点 D（标记缩放中心），选定点 A 和点 C，单击“变换”-“缩放”，在弹出的对话框中输入 2.5/2，可以得到点 A' 和 C'。在线段 AC 上任取一点 P，选定点 P，单击“变换”-“平移”，在极坐标方式下，平移 1cm，固定角度为 90° ，得到点 P'，用“射线直尺工具”作出射线 P'P。利用“多边形工具”，依次单击点 A'、点 D 和点 C'，再在点 D 的附近任意单击两下（注意不能与已经单击的三个点重合）可以得到一个带内部的多边形。选定多边形内部和射线，单击“构造”-“第一个交点”，把标签改为 N。



选定点 D 附近的那个点和点 D，单击“编辑”-“合并点”，隐藏点 A'、点 C'、点 P' 和射线。拖动点 P，可以看到点 N 跟着运动。

说明：这里用到了“第一个交点”命令，只有选定射线和多边形内部的时候，这个菜单选项才会显示出来。这里之所以把多边形向外延伸了一点，主要是为了避免“当点 P 与点 A 或者点 C 重合的时候点 N 消失（或者点 N 有时消失，不稳定）”，可以自己尝试一下，直接用点 A、点 D、点 C 和任意一点构造四边形，然后用上面的方法作出点 N，看看点 N 是否会出现消失的现象。

4、选定点 N，单击“变换”-“反射”（想想为何不要标记镜面？），得到点 M，用“多边形工具”（有芯无边框）构造三角形 AMN 的内部。拖动点 P，可以看得题干要求的效果。

5、选定点 A 和点 P 单击“度量”-“距离”；度量出线段 AC 的长度；三角形 AMN 的面积。

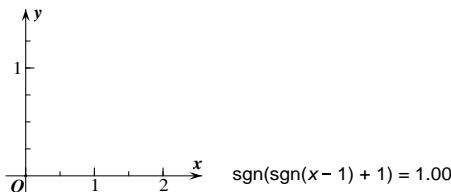
6、由于菱形 ABCD 的大小并非题目要求，不过可以通过相似比进行换算。由于 AC 的实际长度是 2cm，所以，可以通过公式换算。把换算后的 AP 长度和 AMN 的面积标签改为 x 和 y。

$$\begin{array}{lll} AP = 2.61 \text{ 厘米} & \left(\frac{2}{AC}\right) \cdot AP = 0.74 & x = 0.74 \\ \overline{AC} = 7.06 \text{ 厘米} & & \\ \triangle AMN \text{ 的面积} = 3.40 \text{ 厘米}^2 & \left(\frac{2}{AC}\right)^2 \cdot (\triangle AMN \text{ 的面积}) = 0.27 & y = 0.27 \end{array}$$

7、构造函数图象。打开“自定义工具”，找到蚂蚁坐标系，把坐标系调整到如图所示。

8、依次选定 x 和 y，单击“绘图”-“绘制点”，得到一个点。为了清晰表示分段效果，下面可以通过参数 colour 来控制颜色，从题目可以知道，这个图象分成了两段，即当 $x < 1$ 时是一段，当 $x > 1$ 时是一段。因此，可以，单击“数据”-“计算”，在计算面板中输入如下图所示的式子，并改标签为 colour。

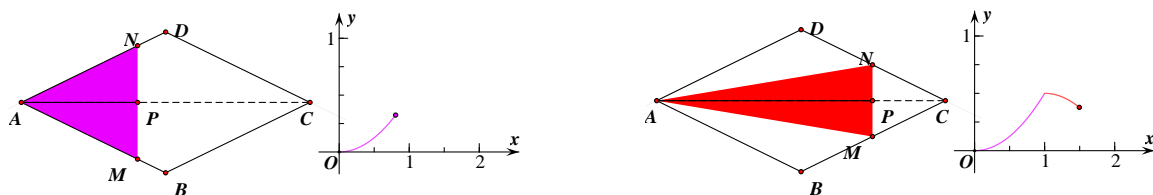
说明：当 $x < 1$ 时的值为 colour 为 0，当 $x > 1$ 时，colour 值为 1，用它作为参数可以把函数图象分成粉色和红色两个部分。



9、选定绘制的点、三角形 AMN 的内部和上式，单击“显示”-“颜色”-“参数”，默认，单击确定。

10、依次选定点 P 和坐标系中彩色的点（此时绘制的点自动隐藏，被彩色点替换），单击“变换”-“创建自定义颜色变换”。弹出“颜色变化 1”后，单击确定。构造线段 AP，选定 AP，单击“变换”-“颜

色变换1”，此时在坐标系中，可以得到一个函数图象，拖动点P试试。



说明：像这种动态的问题，构造方法比较多，但是构造动态图象的方法，目前这种方法是通用的。下面再介绍两个方法。



法2：选定点P，单击“度量”－“点的值”，得到P点在线段AC的值，利用“多边形工具”依次单击点A、点D、点C，再在点D的附近连续单击两次。单击“数据”－“计算”，计算出点P的值的一半，选定多边形的内部和点P的点的值的一半，单击“绘图”－“在四边形上绘制点”，可以得到绘制的点，改标签为N，选定点D附近的那个点和点D，单击“编辑”－“合并点”。

双击线段AC标记反射镜面，选定点N，单击“变换”－“反射”，得到一点，改标签为M。



下面的步骤与方法1相同，这里不赘述了。至于为什么在四边形ADCD上绘制值为“点P的值的一半”得到的点就是点N，要先理解点的值的概念，由于点N在四边形ADCD上移动，点N的值是从0—0.5变化的，正好当点P在点A时，点N的值为0，当点P在点C时，点N的值为0.5，因为点N的值是线性的，即满足一次函数的关系，由数学知识可以知道点N的值恰好为“点P在AC的值的一半”。

法3：这个方法属于纯数学知识，当然也更容易理解。

构造线段AP和PC，单击“数据”－“计算”，在计算器面板中输入下图所示的式子，即计算出线段AP与PC的较短一个的长度，并记为min，最后通过相似比为1:2，计算出PN的长度，直接通过“变换”－“平移”，得到点N。单击“数据”－“计算”，在计算器中输入下中图所示的式子，即min的一半作为点P的平移值。

$$\begin{array}{l} \overline{PC} = 4.93 \text{ 厘米} \\ \overline{AP} = 2.13 \text{ 厘米} \end{array} \quad \frac{\overline{PC} + \overline{AP} - |\overline{PC} - \overline{AP}|}{2} = 2.13 \text{ 厘米} \quad \begin{array}{l} \text{min} = 2.13 \text{ 厘米} \\ \frac{\text{min}}{2} = 1.07 \text{ 厘米} \end{array}$$

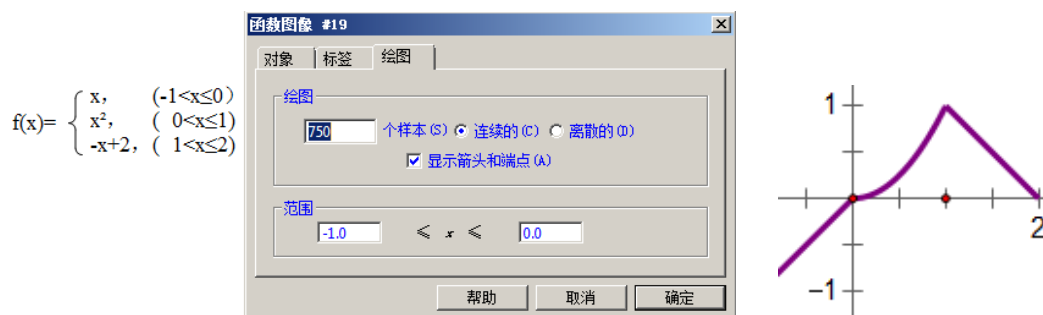
选定点P，单击“变换”－“平移”，在弹出对话框后，用鼠标单击min/2，在固定角度中输入90°，把平移后的点的标签改为N，再通过反射得到点M。同样可以达到题目的动态效果。

如果想用前边的方法，使用自定义变换得到动态的函数图象，本法中提及的线段长度，都需要使用两点距离代替。原因是因为线段AP的度量值，参与了构建自定义变换，线段AP就不能执行包含自身的自定义变换了。如使用度量的值是线段长度，会出现“你所选择的对象是自定义变换的一部分，它自己不能被该自定义变换来变换”的错误提示。

像这种动点题的构造方法有很多，不下十种。从上面的三种方法可以看出，只有熟练的掌握基础知识，尤其是点的值，才能灵活地解决这类问题。

例 17.2.7 绘制分段函数

在几何画板中绘制分段函数图象，有两种思路，一是把每一段函数都绘制出来，然后设定它们的定义域，达到分段的效果；二是用 sgn 函数把它们重新组合成一个新的函数，可以直接绘制出分段函数。下面介绍这两种方法。



方法一：单击“绘图”-“绘制新函数”，在弹出的新建函数面板中输入 x 单击确定。此时在绘图区会出现 $f(x)=x$ 的函数图象，选定图象，右键，“属性”-“绘图”，修改定义域，不显示箭头。利用这种方法，绘制出后面的两个图象（定义域不能填错），最终可以绘制出下右图的分段函数效果。

如果定义域中含有分数，可以直接输入键盘上的“/”表示分号，例如“1/3”；如果定义域中含有无理数，可以直接输入键盘上的“^”表示指数运算，例如 $2^{0.5}$ ， $2^{(1/3)}$ ，对于 π ，可以直接的输入键盘上的字母 p ，对于 e ，可以先“计算”一个 e 值作为参数，将计算结果点入“范围”输入框内。

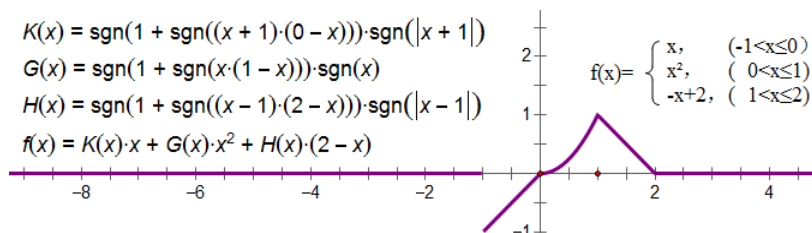
方法二：在几何画板中提供了 sgn 函数，利用它可以完美的解决分段函数。首先，要知道 sgn 函数的定义，即当 $x>0$ 时， $\text{sgn}(x)=1$ ；当 $x=0$ 时， $\text{sgn}(x)=0$ ；当 $x<0$ 时， $\text{sgn}(x)=-1$ 。上面的函数分了 3 段，因此要构造三个开关函数。

1、当 $-1< x \leq 0$ ， $y=x$ 。可以构造开关函数 $K(x)=\text{sgn}(1+\text{Sgn}((x+1)*(0-x)))*\text{sgn}(\text{abs}(x+1))$ ，这个 $K(x)$ 满足当 $-1< x \leq 0$ 时， $K(x)=1$ ，当 x 不在这个范围内时， $K(x)=0$ 。

2、当 $0< x \leq 1$ ， $y=x^2$ 。可以构造开关函数 $G(x)=\text{sgn}(1+\text{Sgn}(x*(1-x)))*\text{sgn}(\text{abs}(x))$ ，这个 $G(x)$ 满足当 $0< x \leq 1$ 时， $G(x)=1$ ，当 x 不在这个范围内时， $G(x)=0$ 。

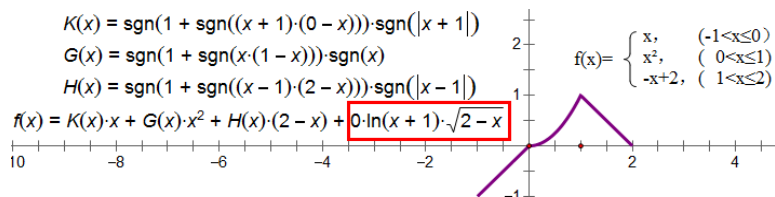
3、当 $1< x \leq 2$ ， $y=-x+2$ 。可以构造开关函数 $H(x)=\text{sgn}(1+\text{Sgn}((x-1)*(2-x)))*\text{sgn}(\text{abs}(x-1))$ ，这个 $H(x)$ 满足当 $1< x \leq 2$ 时， $H(x)=1$ ，当 x 不在这个范围内时， $H(x)=0$ 。

现在，绘制函数 $f(x)=K(x)*x+G(x)*x^2+H(x)*(-x+2)$ 。可以得到如下图的效果。



得到函数，发现当 $x<-1$ 和 $x>2$ 上也有图象，可以通过方法一的方法修改定义域的方法来处理。

说明：①通过上面两种方法，都可以作出分段函数的图象。如果想要在函数图象上取点，并且这个点可以在 3 段上面运动，只能用方法 2。如果只是为了得到图象的话，方法 1 方法更方便。②关于开关函数的构造比较任意，只要能造出一个函数在“定义域”内值为 1，反之为 0 就可以。③如果细心的话，可以发现通过属性面板直接修改定义域有点问题，因为在属性面板中定义域是个闭区间。如果想要分段函数更加完美的话，还可以通过另外一种方法，即“加 0”法。例如方法 2，可以在 $f(x)$ 后面加上 $0*\ln(x+1)*\text{sqrt}(2-x)$ ，可以得到图 6-4。可以看到 $\ln(x+1)*\text{sqrt}(2-x)$ 在 $x\leq -1$ 和 $x>2$ 时，没有意义，此时当然不会有函数图象。像这样的函数不是固定的，只有符合定义域的要求就可以。④关于分段函数的类型，还有很多，只是举了个半闭半开的情形，其它类型方法类似。



构造函数值域的方法相似，用函数值代替自变量即可。比如原函数是 $y = \sin(x)$ ，构造值域为半开半闭区间 $(-0.8, 0.7]$ ，将函数解析式做如下处理： $y = \sin(x) + 0 \cdot \ln(\sin(x) + 0.8) \cdot \sqrt{0.7 - \sin(x)}$ 。

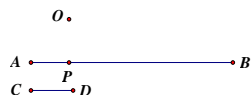
例 17.2.8 圆在线段上的滚动

操作步骤

1、绘制一条水平线段 AB，再绘制一条水平线段 CD。



2、在线段 AB 上绘制一点 P，选定点 P 和线段 CD，单击“构造”-“以圆心和半径绘圆”，选定点 P 和线段 AB，单击“构造”-“垂线”，作出垂线与圆的交点 O。隐藏圆和垂线。



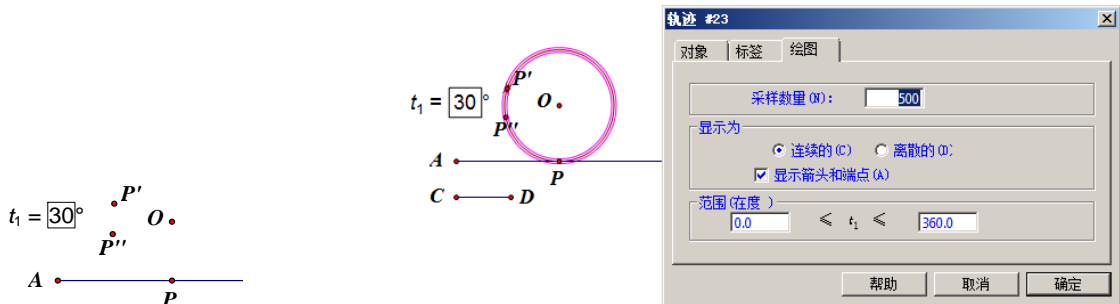
$$\frac{AP}{CD} = \frac{1.15 \text{ 厘米}}{1.27 \text{ 厘米}} \cdot \frac{-AP}{CD} \cdot 57.2958^\circ = -51.78^\circ$$

3、选定点 A 和点 P，单击“度量”-“距离”；选定线段 CD，单击“度量”-“长度”。单击“数据”-“计算”，在计算器中输入上右图所示计算（57.2958° 是乘以 1 弧度自动转换的，也可以输入 $180^\circ / \pi$ ），即滚过弧长与滚动圆半径的比的相反数。

因为计算结果是作为旋转角度的，且以度为单位，而 AP/CD 结果是弧度，因此必须乘以 1 弧度，系统自动转换为度，否则会因为没有单位而不作为旋转角度。又因顺时针旋转，故旋转角度为负值。

4、双击点 O（标记旋转中心），选定点 P，单击“变换”-“旋转”，在弹出对话框后，用鼠标单击步骤 3 的计算角度值，单击确定，得到点 P'。

5、单击“数据”-“新建参数”，在弹出的对话框中输入 30° （也可以是其它值），单位选择“角度”。选定点 P'，单击“变换”-“旋转”，在弹出对话框后，用鼠标单击参数 t_1 ，单击确定，得到一点 P''。



6、选定点 P'' 和参数 t_1 ，单击“构造”-“轨迹”，在弹出的对话框中，不勾选“显示箭头和端点”，默认范围，确定。可以得到一个轨迹圆。

7、隐藏不必要对象，拖动点 P，可以看到圆在线段 AB 上滚动。拖动点 B，可以改变线段的方向和长度。

说明：①上面的圆在线段上的滚动是真滚，验证方法：在圆上任取一点，可以看到，点随着圆一起滚动。②上面用到了参数和点做轨迹。构造“轨迹”的入口条件，需要两个对象，一个是驱动对象，一个是随动对象。驱动对象不仅仅可以是点，还可以是参数。本例中就是使用参数 t_1 作为驱动对象。

如果向上平移线段 AB，在新线段上构造一个点 P，以 P 点为圆心做与线段 AB 相切的圆，移动圆心，此圆貌似滚动，但实际上圆没有“滚”，是圆在线段 AB 上滑动，就是假滚动。

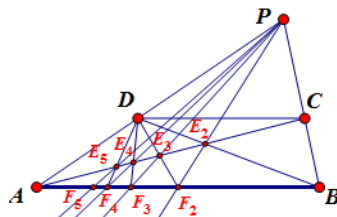
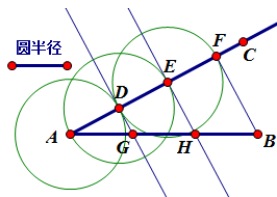
例 17.2.9 n 等分线段

n 等分线段问题是一个经典问题，几何画板的出现，使得这个经典问题被赋予了新的内涵。解决方法也不再是一两种了。

方法一，“平行线分线段成比例”定理等分线段

这是 2500 年来，尺规作图公认的经典办法。以线段 3 等分为例。

- 1、绘制已知线段 AB。
- 2、以点 A 为端点，绘制一条射线 AC。



- 3、用圆工具在射线 AC 上顺次同向绘制等线段 AD、DE、EF。
- 4、构造线段 FB。
- 5、分别过点 D 和 E，做 FB 的平行线，与 AB 的交点为 G 和 H，点 G 和 H 就是两个三等分点。

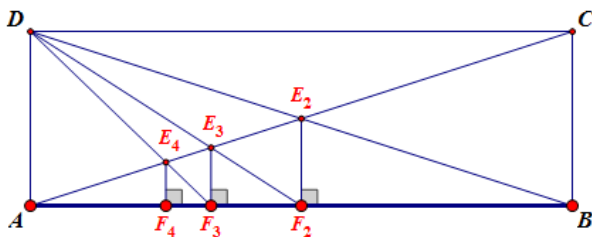
方法二，白朗松构造

在 18 世纪，数学家白朗松发现了如上右图的方法，但使用尺规和纸笔作图，过程复杂，而且易出误差，故很少流传。

- 1、绘制已知线段 AB，在线段外任取一点 P。
- 2、在线段 AP 上任取一点 D，做 $DC \parallel AB$ ，交线段 BP 于点 C。
- 3、连接 AC 和 BD，交点为 E_2 ，做射线 PE_2 ，交线段 AB 于点 F_2 ，则 F_2 是线段 AB 的 2 等分点。
- 4、连接 DF_2 ，交线段 AC 于点 E_3 ，做射线 PE_3 ，交线段 AB 于点 F_3 ，则 F_3 是线段 AB 的 3 等分点。
- 5、.....。

方法三，Glad 构造。

1995 年夏季，美国两位初中生（相当于中国的初二）在使用几何画板完成教师的作业时，发现了一种等分线段的方法，被称为“自古以来第二种构造等分线段的方法”，也使得几何画板名声大噪。



- 1、绘制已知线段 AB，并构造矩形 ABCD。
- 2、连接 AC 和 BD，交点为 E_2 ，过 E_2 做线段 AB 的垂线，垂足为点 F_2 ，则 F_2 是线段 AB 的 2 等分点。
- 3、连接 DF_2 ，交线段 AC 于点 E_3 ，过 E_3 做线段 AB 的垂线，垂足为点 F_3 ，则 F_3 是线段 AB 的 3 等分点。
- 点。.....。

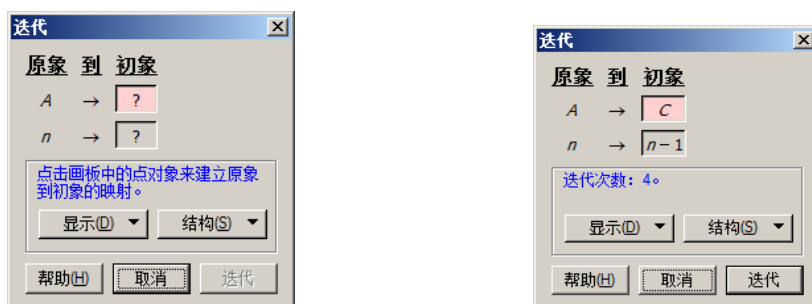
此方法不仅可以尺规作图实现，甚至可以使用矩形纸片折叠来实现对矩形长边的 n 等分。故引起了数学界的广泛注意，并且为此方法命名为“Glad 构造”。此法是白朗松方法当 p 点无限远时的特例。

方法四，迭代构造 n 等分线段。

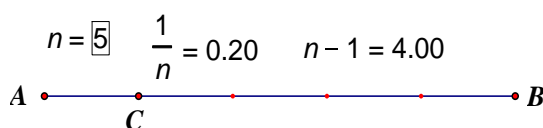
在本方法中，“参数”也作为迭代原象参与迭代。

- 1、新建参数 n，初值设为 5，单位无，计算出 $1/n$ 和 $n-1$ 的值。
- 2、绘制一条线段 AB，选定线段 AB 和 $1/n$ ，单击“绘图”-“在线段上绘制点”，得到点 C。

3、隐藏线段 AB，选定点 A、参数 n 和数值 n-1（作为迭代深度），按住 Shift 键，单击“变换”-“深度迭代”。点 A 的初象是点 C，n 的初象是 n-1，用鼠标分别点击点 C 和 n-1。此时会出现迭代数据表，单击“结构”，选定“生成迭代数据表”，把前面的勾去掉，单击“迭代”。



4、显示线段 AB，可以得到如下图的 n 等分线段效果。通过改变参数改变等分数。



说明：①这里的点 C 相当于以点 A 作为缩放中心，把点 B 进行缩放，缩放比为 $1/n$ 。做迭代，对这一几何关系，进行反复的操作。因此，缩放中心也会变化，但是要等分线段，为了保证等分，做了一步操作，就是 n 变为 n-1，这样可以保证，缩放中心变化的同时，缩放比也跟着变化。最终，达到 n 等分。②对于迭代的次数，这里直接用的是 n-1，可以看到最后一个迭代点与点 B 重合，如果不要它与点 B 重合，可以再计算 n-2，以 n-2 作为迭代次数。③在迭代前，隐藏了线段 AB，如果不隐藏的话，线段 AB 也会参与迭代，这是因为迭代原象的子对象会参与迭代，但是如果隐藏了，就不会参与迭代。

方法五，使用缩放。

1、绘制已知线段 AB。

2、双击点 A 标记为中心，选定点 B，“变换”-“缩放”，比例选为 $1/3$ ，变换得到的点就是线段 AB 的一个 3 等分点，比例选为 $2/3$ ，变换得到的点就是线段 AB 的另一个 3 等分点。

方法六，直接在线段上绘制点。

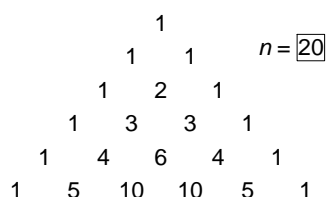
1、绘制已知线段 AB。

2、右键线段 AB，“在线段上绘制点”，在点值的编辑框中输入“ $1/3$ ”，确定，绘制的点就是线段 AB 的一个 3 等分点。

最后两种方法，能够体现出画板的迅捷。

例 17.2.10 杨辉三角

杨辉三角是个数值迭代，通过本例的学习能够体会数列和数值迭代的魅力。



$$a = 0.7 \text{ 厘米} \quad n = 20$$

$$b = 1.2 \text{ 厘米}$$

$$t = 0$$

$$c = 5$$

$$\text{trunc}\left(\frac{\sqrt{8 \cdot t + 1} - 1}{2}\right) = 0.00$$

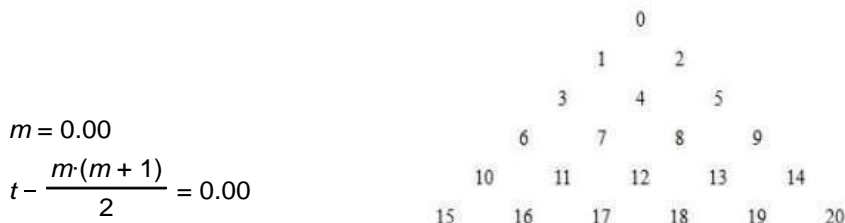
操作步骤：

1、新建五个参数 $a=0.7\text{cm}$, $b=1.2\text{cm}$, $t=0$, $c=1$, $n=20$ 。其中 a、b 分别控制行距和列距，t 表示组成杨辉三角数字从上到下、从左到右数字序数（自 0 起），c 是用于计算组合数，n 是作为迭代次数。

2、编辑如上右图所示的计算。这个计算结果判断组成三角的数总共有几行（最上边的是 0 行），数字总个数为 $1+2+3+\cdots+M=t$ ，为了方便，把计算式标签改为 m 。可以解出 m 的整数部分，当 $t=4$ 时， $m=2$ ；当 $t=9$ 时， $m=3$ ； $t=10$ ， $m=4$ ；如下右图金字塔，0 在 0 行，1 和 2 在 1 行，6、7、8、9 在 3 行。

3、计算出 k 。 k 表示 t 在 m 行的哪个位置。计算式为下左图。

m 表示 t 所在的行，因此前 m 行的总数为 $1+2+3+\cdots+M=m(m+1)/2$ ， $t-m(m+1)/2$ 就可以得到 t 在 m 行的哪个位置了，为了方便描述，用 k 表示。例如， $t=6$ ， $m=3$ ， $k=0$ ； $t=7$ ， $m=3$ ， $k=1$ ； $t=8$ ， $m=3$ ， $k=2$ ； $t=9$ ， $m=3$ ， $k=3$ ；正好符合这一行的组合数 $C(3, 0)$ 、 $C(3, 1)$ 、 $C(3, 2)$ 和 $C(3, 3)$ 。即 $C(m, k)$ 。



4、计算出 $C(m, k)$ 。从数学上知道： $c(m, k) = \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots (m-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdots \frac{m-k+1}{k}$ 。

这是个连乘的运算，正好可以通过迭代来完成。但是当 $k=0$ 时，上式没有意义。因此，通过分段函数来处理，在下边的计算中，当 $k=0$ 时，其值为 1；当 $k>0$ 时，其值为 $c \cdot (m-k+1)/k$ 。（这里有点像编程， c 用来存储前 k 项的积），为了方便描述，把计算值改标签为 $C(m, k)$ 。

$$m = 0.00$$

$$k = 0.00$$

$$1 - \text{sgn}(k) + \frac{\text{sgn}(k) \cdot (m - k + 1)}{k + 1 - \text{sgn}(k)} \cdot c = 1$$

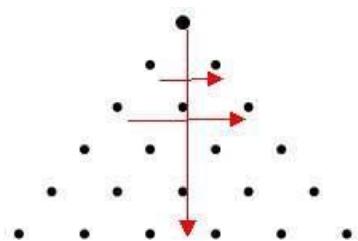
$$\left(k - \frac{m}{2}\right) \cdot b = 0.00 \text{ 厘米}$$

$$-m \cdot a = 0.00 \text{ 厘米}$$

5、在 4 中，计算出组合数。对于这样的数值，通过“文本与点的合并”来处理。因此，要造出点的迭代，鉴于杨辉三角的规律性，把起点向下平移了“ $m \cdot a$ ”个单位，水平右移了“ $(k-m/2) \cdot b$ ”个单位（ b 表示两点之间的距离）。例如，当 $t=3$ 时， $m=2$ ， $k=0$ ，起点向下平移了“ $2a$ ”个单位，水平右移了“ $-b$ ”个单位； $t=4$ 时， $m=2$ ， $k=1$ ，起点向下平移了“ $2a$ ”个单位，水平右移了 0 个单位； $t=5$ 时， $m=2$ ， $k=2$ ，起点向下平移了“ $2a$ ”个单位，水平右移了“ b ”个单位。做计算“ $(k-m/2) \cdot b$ ”和“ $-m \cdot a$ ”

6、在绘图区任意构造一个点 A ，选定点，单击“变换”-“平移”，在弹出对话框后，选择直角坐标方式，水平方向单击“ $(k-m/2) \cdot b$ ”，竖直方向单击“ $-m \cdot a$ ”，单击确定。此时，因为 $t=0$ ，所以平移后的点与点 A 重合，隐藏点 A ，选定“ $C(m, k)$ ”和平移后的点，按住 Shift 键，单击“编辑”-“文本与点合并”，合并后，隐藏这个点。由于“ $C(m, k)$ ”的精确度是百分位，为了得到整数，可以通过属性面板修改它的精确度为单位。

7、计算出 $t+1$ ，选定参数 t 、 c 和迭代次数 n ，按住 Shift 键，单击“变换”-“深度迭代”， $t \Rightarrow t+1$ ， $c \Rightarrow C(m, k)$ 。单击确定，就可以得到了杨辉三角图象。



$$-m \cdot a = 0.00 \text{ 厘米}$$

$$\left(k - \frac{m}{2}\right) \cdot b = 0.00 \text{ 厘米}$$

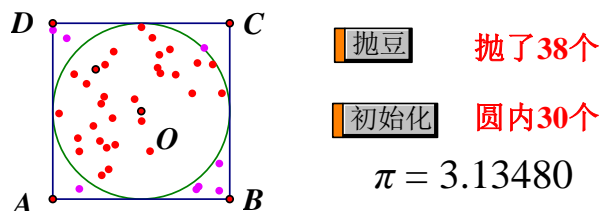


说明：上面的迭代属于“数值迭代+几何迭代”的混合。像这样的迭代有一定的难度，需要灵活运用数学知识，加上一些画板技术才能完成。

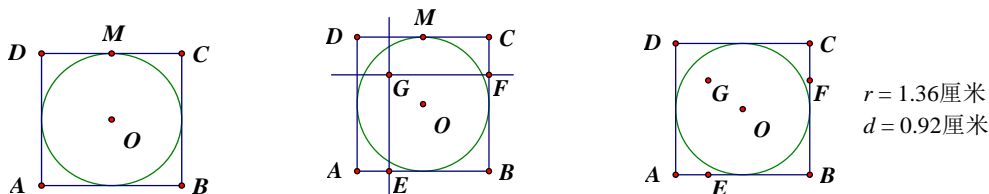
例 17.2.11 抛豆实验估算圆周率 π

这个例子属于随机迭代类型，效果如图所示。

分析：由几何概率可以知道，向正方形内抛豆，豆子落在正方形内切圆内的概率为圆与正方形的面积比，即 $\frac{\pi}{4}$ 。操作步骤：



1、构造基本图形。在绘图区绘制一点 A，选定点 A，单击“变换”-“平移”，固定角度设为 0° ，过起点和平移后的点作一条射线，在射线上绘制一条线段 AB，隐藏射线和平移得到的点。双击点 A（标记旋转中心），选定线段 AB 和点 B，旋转 90° ，双击点 B（标记旋转中心），选定线段 AB 和点 A，旋转 -90° ，连接顶点得到正方形，改标签为 ABCD。双击点 A（标记缩放中心），选定点 C，缩放 $1/2$ ，得到正方形的中心 O，选定线段 CD，构造中点 M，作出 $\odot OM$ 。



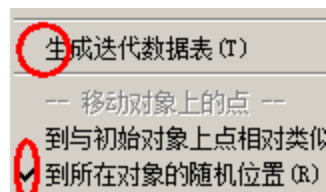
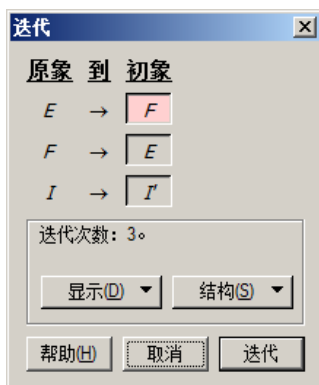
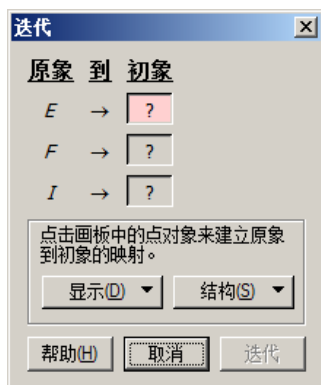
2、在 AB 和 CD 上分别绘制一点 E、F，分别作出如上中图所示的垂线，得交点 G。隐藏垂线和点 M，并度量出圆的半径和 OG 间的距离，修改标签为 r 和 d。

3、判断点 G 是否在圆内通过 sgn 函数可以轻松的完成判断，做下图上行的计算。即当 $r > d$ 时，值为 0.1cm，反之为 0cm（这里在乘以 0.1cm 是为了后面通过迭代统计其在圆内的个数）。为了更加清楚地看到点在圆内，可以通过颜色参数 colour 来控制点的颜色，做下图下行的计算，选定点 G 和计算值，单击“显示”-“颜色”-“参数”，单击确定。即点 G 在圆内时，colour=1，此时点为红色，反之 colour=0，点为粉色。

$$\text{sgn}(1 + \text{sgn}(r - d) \cdot \text{sgn}(|r - d|)) \cdot 0.1 \text{ 厘米} = 0.10 \text{ 厘米}$$

$$\text{sgn}(\text{sgn}(1 + \text{sgn}(r - d) \cdot \text{sgn}(|r - d|)) \cdot 0.1 \text{ 厘米}) = 1.00$$

4、在绘图区任意作一点 I，选定点 I，单击“变换”-“平移”，在弹出对话框后，“距离”框内单击图步骤 3 的计算值，角度改为 0° ，单击确定。得到一点 I'。（因为只有在圆内的才乘以 0.1 厘米，圆外面的等于 0，故在迭代后，只有圆内的点为点 I 的平移做了实际“贡献”。）



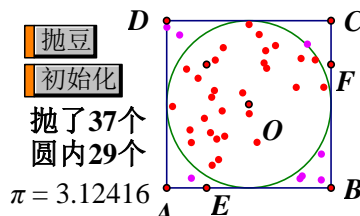
5、新建参数 $n=3$ (作为迭代次数), 再新建一参数 $t=0$ (用做把参数移动到 0, 抛豆初始化)。选定点 I、点 E 和点 F, 再选择迭代次数 n , 按住 Shift 键, 单击“变换”-“深度迭代”, 点 I-点 I', 点 E-点 F, 点 F-点 E, 在结构中选择“到所在对象的随机位置”。单击迭代, 改变参数 n 和迭代点的大小。

6、统计圆内点的个数。选定参数 n 的迭代象, 单击“变换”-“终点”, 可以得到迭代点的终点 K, 这个点可以进行“度量”、“合并点”等操作。依次选定点 I' 和点 K, 单击“度量”-“距离”, 然后用距离值除以步骤三的值 (0.1 厘米), 就可以得到点在圆内的个数, 修改精确度为单位值。

7、计算 π 的估计值。利用圆内点的个数除以参数 n 等于 $\pi/4$, 可以解出 π 的估计值为“ $4 \times$ 圆内点的个数除以参数 n ”。改变计算值的的标签为 π , 精确度为十万分之一。



8、选定参数 n , 单击“编辑”-“操作类按钮”-“动画”, 在动画属性面板中, 把标签改为“抛豆”。选定参数 n 和参数 t , 单击“编辑”-“操作类按钮”-“移动”, 把速度设为高速, 标签改为“初始化”。

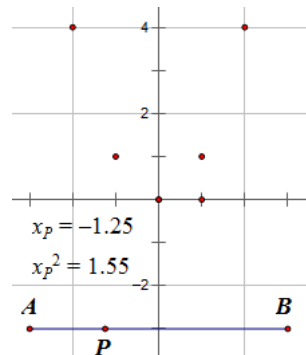
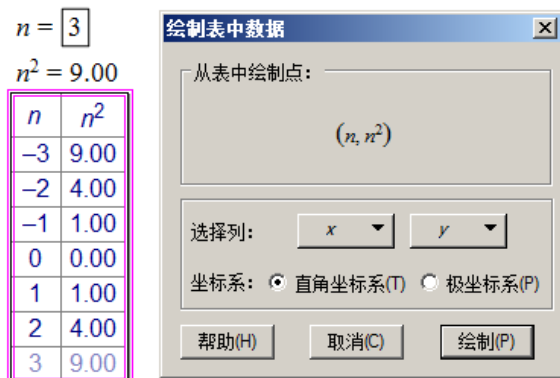


9、利用文本工具, 在绘图区输入“抛了”, 然后光标停留在文本框内, 用鼠标单击参数 n , 此时 n 的值就会自动跳到文本框内, 然后接着输入“个”。同样的方法可以得到“圆内? 个”, 点入步骤 6 的值。然后再用文本工具, 拖出一个文本框后, 单击“抛豆”和“初始化”按钮, 隐藏不必要的对象后, 可以得到如下图效果。

说明: 在这个例子中, 不仅学习了随机迭代的一个应用, 还学习通过移动参数值, 来指定参数的初值, 将操作类按钮热文本操作等。

例 17.2.12 列表描点连线法绘制函数图象

制表、描点、连线法绘制函数是初步认识函数图象的基础, 以绘制 $[-3, 3]$ 闭区间内, $y=x^2$ 图象为例介绍几何画板制表、描点和连线的过程。



1、制表: 新建参数 n , 整数 1 (无小数), 单位“无”。计算 n^2 , 选定 n 和 n^2 , “数据”-“制表”。

选定 n 和表，按键盘“-”，直到 $n=-3$ ；按键盘“+”，直到 $n=3$ 。

2、绘制点：右键表格，“绘制表中数据”，选 x 为 n ， y 为 n^2 ，坐标系选择“直角坐标系”，确定。

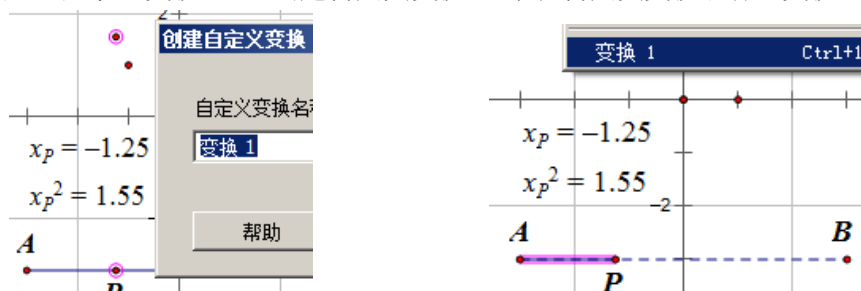
3、连线：

① “绘图”-“绘制点”，输入 $(-3, -3)$ 和 $(3, -3)$ 绘制两个点 A 和 B ，构造线段 AB 。


② 在线段 AB 上任意构造一个点 P ，度量点 P 的横坐标 x ，计算这个横坐标平方值 x^2 。

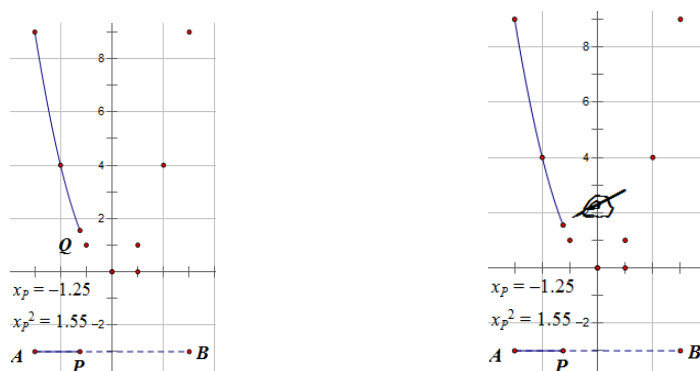
③ “绘图”-“绘制点”，点入横坐标“ x_P ”和纵坐标计算值“ x_P^2 ”，确定，出现绘制点 Q 。

④ 只选定点 P 和 Q ，“变换”-“创建自定义变换”，默认自定义变换名称（变换1），确定。



⑤ 只选定点 A 和点 P ，“构造”-“线段”，选定线段 AP ，“变换”-“变换1”。效果如图。

⑥ 如果将点 Q 的标签设定为 wingdings 字体、半角“?”号，会出现一只右手执笔的标签；如果设为 windings2 字体、半角“!”、“#”和“\$”号，会依次出现自来水笔、钢笔和蜡笔的图案：。



右键点 Q ，将点的标签修改为英文半角的“?”（不包括引号），直接点击“显示”-“显示文本工具栏”，将其中的字体选为“wingdings”，点 Q 的标签直接变为一只手握笔的图案。马上按“Alt+>”快捷键，将图案标签放大到需要的大小，然后移动笔尖指向点（为了便于描述，此点暂时还叫 Q 点）。依次选定点 P 和点 A ，“编辑”-“操作类按钮”-“移动”；只选定点 Q ，“编辑”-“操作类按钮”-“显示&隐藏”，右键显示隐藏按钮，在属性中设定为“总是隐藏对象”；选定移动按钮和总是隐藏按钮，“编辑”-“操作类按钮”-“系列”-顺序执行，如此就创建移动点 Q 到图象起点和“总是隐藏”点 Q 顺序系列按钮，实现擦除连线效果。同理，创建移动点 Q 到图象终点和“总是显示”点 Q 顺序系列按钮，实现连线效果。

例 17.2.13 自定义图片到封闭区间

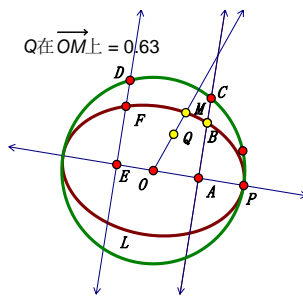
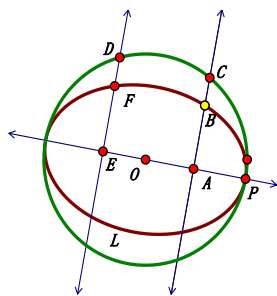
在画板中，可以使用圆工具和轨迹的方法绘制出多种封闭图形，运用自定义变换，能将图片剪裁到此封闭区间中。本例为剪裁图片入椭圆。

1、绘制圆 O ，在圆上绘制一动点 P ，绘制直线 OP 。

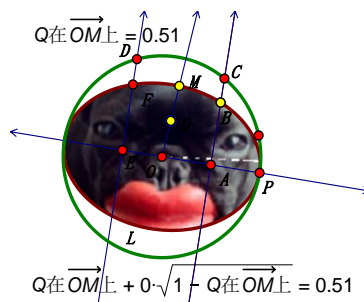
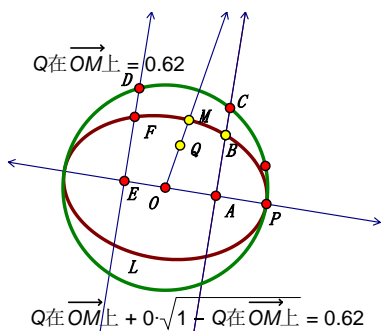
2、在圆上绘制一动点 C ，过 C 作 AC 垂直 OP 于 A 。

3、在直线 CA 上绘制一动点 B ，依次只选定点 A 、 C 、 B ，“度量”-“比”。

4、在圆上绘制一动点 D ，做直线 DE 垂直直线 OP ，垂足为 E 。



- 5、双击点 E 标记为中心，选定点 D，“变换”-“缩放”，比值使用步骤 3 的度量值，得到点 F。
- 6、选定点 D 和 F，“构造”-“轨迹”，得到椭圆 L。点 B 和 P 为其控制点。（以上为制椭圆一法）
- 7、在椭圆内绘制一点 Q，做射线 OQ 交椭圆于点 M。隐藏射线 OQ，做射线 OM。
- 8、选定点 Q 和射线 OM，“度量”-Shift + “点的值”。
- 9、做图下方的计算。（控制点的值不大于 1，这样使得步骤 10 变换得到的点都在椭圆内）
- 10、双击点 O 标记为中心，选定点 M，“变换”-“缩放”，比值为步骤 9 的计算值，得到一个新点。新点的位置与点 Q 重合，趁其是被选定的状态，直接修改颜色为蓝色。



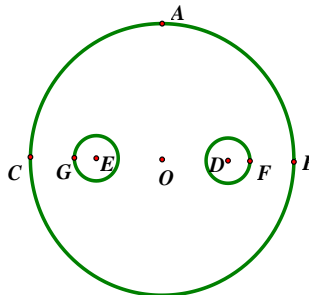
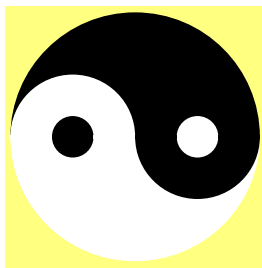
- 11、使用圈选的方式选定点 Q 和蓝色的点（圈选时有三个对象被选定，左键点射线，放弃选定射线，保持点 Q 和蓝色点被选定），“变换”-“创建自定义变换”，默认名称，确定。
- 12、复制一幅图到画板，使图的中心大约在点 O 处。选定图片，执行 11 的自定义变换，隐藏图片。

例 17.2.14 “阴阳鱼”封闭图形和图层遮罩的实现

在流传的太极图中，有黑白相间的圆形图案为其核心图案，本例介绍这个核心的“阴阳鱼”图案的构造方法，体会不规则整体图形封闭的构造和色彩遮罩的使用。

构造基本图形的关键点。

- 1、绘制任意点 O，作为图形中心。选定点 O，90° 平移 3 厘米得到点 A，选定点 O 和点 A，“构造”-“以圆心和圆周上的点绘圆”。



- 2、双击点 O 标记为中心，在圆上绘制一点 B，选定点 B，“变换”-“缩放”-“-2/2”-“缩放”，得到点 C；选定点 B、C，“变换”-“缩放”-“1/2”-“缩放”，得到点 D、E；选定点 B、C，“变换”-

“缩放” - “2/3” - “缩放”，得到点 F、G。

3、选定点 E 和点 G，“构造” - “以圆心和圆周上的点绘圆”；选定 D 和点 F，“构造” - “以圆心和圆周上的点绘圆”。如上右图。

方法一，仅实现外观效果，每条“鱼”不是整体封闭轨迹。

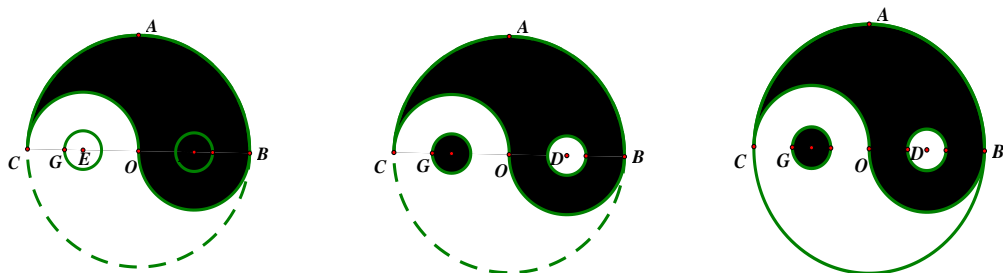
4、依次选定 O、B、C，“构造” - “圆上的弧”；当弧处于被选定状态，“构造” - “弧内部” - “弓形内部”；当内部处于被选定状态，“显示” - “颜色” - “黑色”；当内部处于被选定状态，右键内部，“属性” - “不透明度” - “100%”，确定。

5、同理构造弧 EOC 的白色内部；弧 DOB 的黑色内部。

6、分别选定两个小圆，构造不透明的黑色和白色内部，得到如上中图的效果。

7、在不透明的弓形的弦相交处，可见内部间的“线隙”，可以绘制同底色的线段弥补。

8、重复 4 到 7 的步骤，处理白色“鱼”部分。最终效果如上右图。



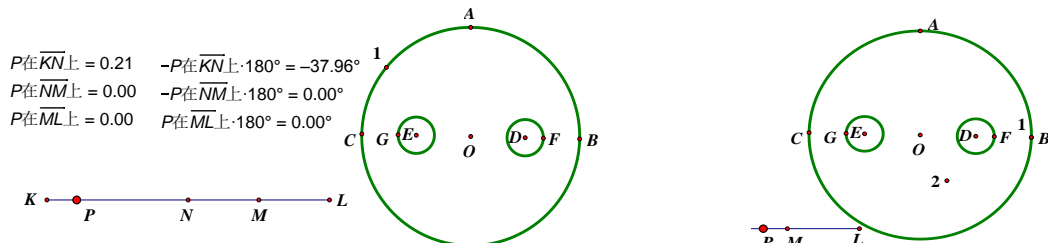
方法二，实现外观效果，外部整体轨迹，每条“鱼”使用线段轨迹填充。

4、绘制线段 KL，构造中点 N；构造线段 NL，再构造中点 M；再构造线段 KN、NM 和 ML。（这三段线段的长度比，刚好是一条鱼的三段弧的长度比）

5、在线段 KL 上绘制一个动点 P。分别选定 P 和线段 KN、NM 和 ML，按住 shift 键，“度量” - “点的值”，得到三个度量值。

6、结合三个度量值，做三组角度计算。（因为涉及到点的顺时针方向旋转，有两个计算值为负）

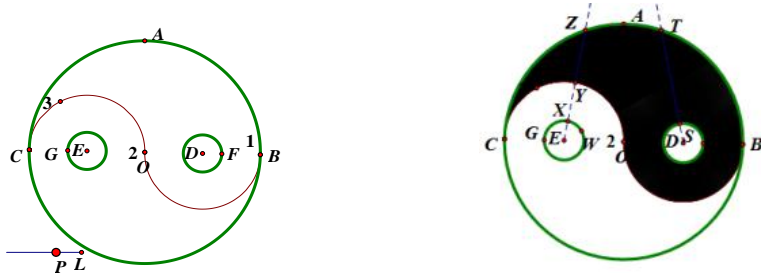
7、双击点 O，标记为中心，选定 C，旋转角度为第一个角度计算值，得到点 1。



8、双击点 D，标记为中心，选定 1，旋转角度为第二个角度计算值，得到点 2。

9、双击点 E，标记为中心，选定 2，旋转角度为第三个角度计算值，得到点 3。

10、选定 P 和点 3，“构造” - “轨迹”。



此法如果继续旋转点 3，能构成整个阴阳鱼的整体轨迹。此法可以构造多种复杂图形的外围整体封闭轨迹。以下是填充黑“鱼”操作。

11、在 $\odot DF$ 上构造一个点 S，构造射线 DS，构造与轨迹的交点 T。做线段 ST，选定 S 和线段 ST，

“构造” - “轨迹”，调整轨迹颜色为黑色，采样数 1000。

12、标记点 E 为中心，选定点 G，“变换” - “旋转” - “ -120° ”，得到点 W；选定点 E、W、G，“构造” - “圆上的弧”；在弧上构造一个点 X，做射线 EX，交轨迹于点 Y、Z；构造线段 YZ，选定点 X 和线段 YZ，“构造” - “轨迹”，调整轨迹颜色为黑色，采样数 1000。

13、构造 $\odot EG$ 内部为不透明黑色，得到填充效果。（为了看到点 E，上右图的 $\odot EG$ 没有填充。）

方法三，实现外观效果，外部整体轨迹，每条“鱼”使用多边形内部填充。

前边过程同于方法二的 4 到 10 步骤，构造整体一条“鱼”的外形轨迹。

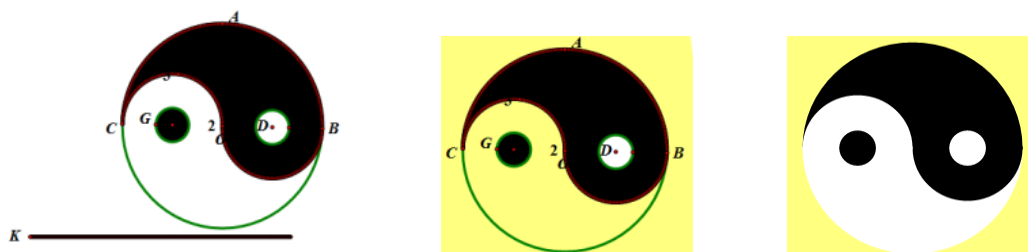
11、圈选点 N、M、P、L 和与之相关的线段，“编辑” - “操作类按钮” - “显示/隐藏”。

12、选定点 P 和点 3，“变换” - “创建自定义变换”，默认名称，确定。

13、选定点 K，“变换” - “平移” - “0.02 厘米， 0° ” - “平移”。使用快捷键“Alt-T-T”，可以连续得到平移的点。当变换的到的点到达点 L 时，停止。

14、按隐藏按钮，圈选所有平移得到的点，“变换” - 执行自定义变换，得到的对象直接 Ctrl-P 构造多边形内部。调整内部为黑色不透明，构造两个小黑白圆。

当把阴阳鱼的背景色变为黄色时，同样处理白“鱼”的颜色为白色，隐藏不必要对象。动画点 B，就可以得到动态的阴阳鱼。



当把阴阳鱼的背景色变为黄色时，同样处理白“鱼”的颜色为白色，隐藏不必要对象。动画点 B，就可以得到动态的阴阳鱼。

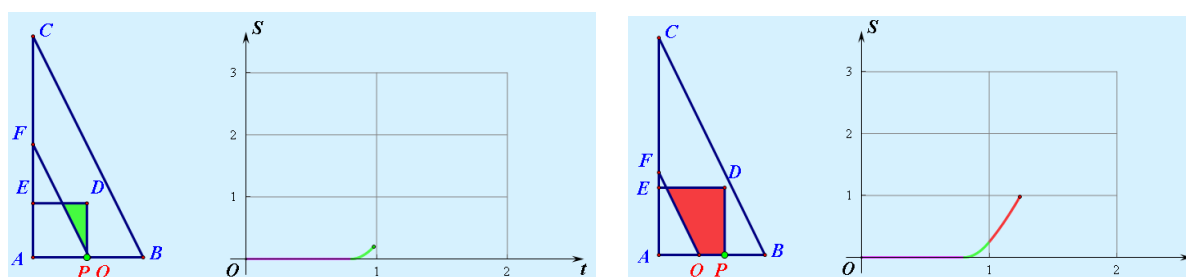
阴阳鱼没有制作的规范比例，本例介绍的方法也未必就是解决阴阳鱼的最好办法。遇到类似需要构造复杂边界实际问题时，可以迁移以上几种办法去解决。

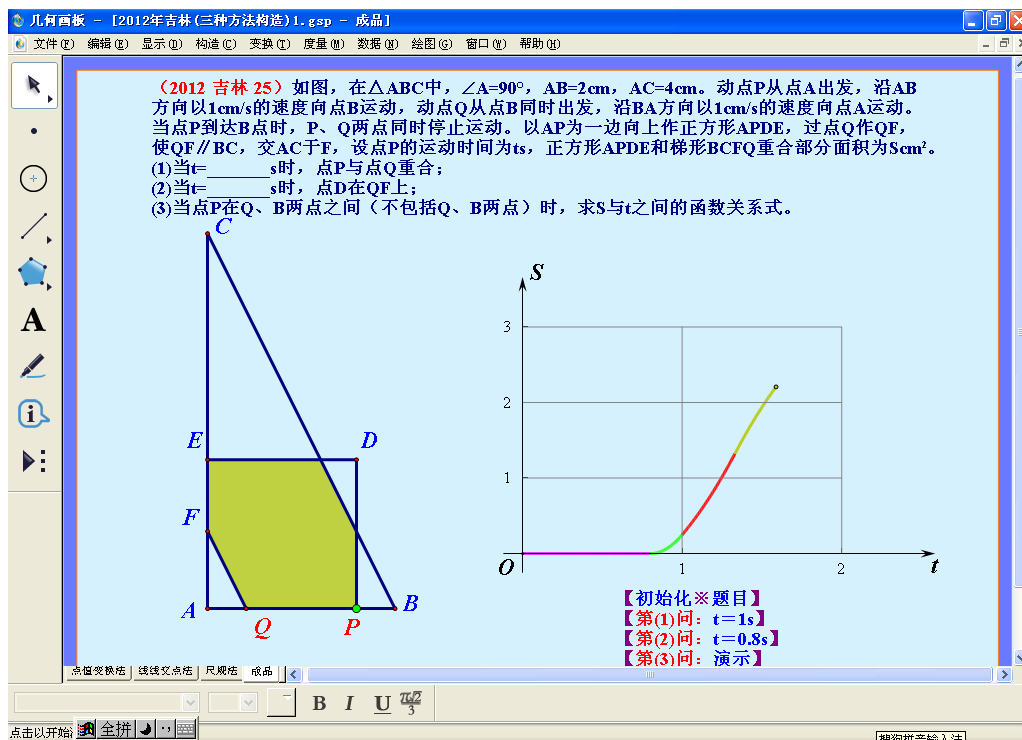
例 17.2.15 多图形重叠部分面积的构造以及课件美化

初中数学因为接触了解析几何，故开始研究动态习题。而其中的重叠图形面积问题是学生理解的难点问题，也是画板制作的难点问题，本例通过一道初中习题，介绍其中的画板制作技巧。

从几何画板 5.0 开始，有了多边形工具，目前流行的重叠部分图形面积多是使用构造动态的多边形，来体现多边形动态的变化过程。并以主动点的移动距离确定横坐标，以度量的多边形面积为纵坐标，按照比例缩放，在坐标系中绘制点，然后通过自定义变换的方式，绘制出函数图象。

本课例来自江西孙禄京老师的作品，在软件随机课例中有源文件，建议板友先找到案例，体会动态效果，再阅读本部分内容，本文编写时对源文档略做调整。几何画板不是给出习题的答案和证明过程，而是还原题干和结果的描述过程。本题效果如图。





结合本课例整体效果, 还将介绍画板课例的美化技巧。

第一步, 绘制基本图形。

尽管原题中没有要求点 C 在 A 的正上方, 但为了构图美观和后续某些缩放点方向与已有线段垂直, 故绘图的第一步, 就构建“横平竖直”的几何图。

1、构造点 A, 向上平移 1 厘米, 得到点 A', 构造直线 AA', 在直线上构造点 C, 隐藏直线 AA' 和点 A';

2、双击点 A 标记为中心, 选定点 C, “变换”-“缩放”, 比例为 1/2, 得到点 C';

3、只选定点 C', “变换”-“旋转”, 角度为 “-90°”, 得到 1 个点, 修改标签为 B;

4、构造线段 AB、BC、AC。在线段 AB 上绘制任 1 个点, 修改标签为 P;

5、顺序选定点 B、A、P, “度量”-“比”, 右键比值, “属性”-“标签”, 修改为 “比值 1”;

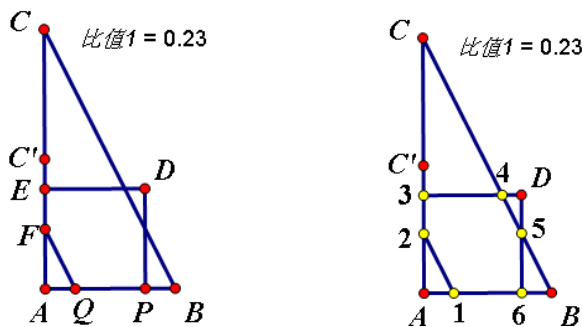
6、只选定点 B, “变换”-“缩放”, 比例点击 “比值 1”, “缩放”, 得到 1 个点, 修改标签为 Q;

7、只选定点 C, “变换”-“缩放”, “缩放”, 得到 1 个点, 修改标签为 F;

8、只选定点 P, “变换”-“旋转”, 角度为 “90°”, 得到 1 个点, 修改标签为 E;

9、双击点 E 标记中心, 只选定点 A, “变换”-“旋转”, 角度为 “90°”, 得到点, 修改标签为 D;

10、构造线段 ED、PD 和 QF, 基本图形完成。有关比和缩放的详细内容, 请参见有关章节。

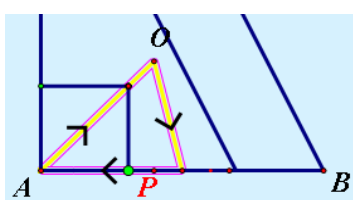


移动点 P 从 A 到 B, 就会发现, 正方形 APDE 和梯形 BCFQ 重合部分形状在不断变化。从没有 (就是面积为 0) 开始, 图形变为三角形、梯形、六边形, 最后结束时又是梯形。而使用几何画板构造重合动态图形的面积就是构造最多点的多边形 (本题是六边形), 这些点可以在主动点运动到

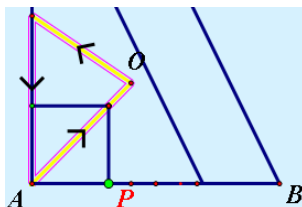
特定的区域内时，个别重合，从而形成梯形、三角形和点聚集在一起形成了面积为 0 的多边形（此时没有重叠）。

只有清楚每个顶点随点 P 运动的轨迹，才能根据轨迹依据点 P 的位置不同，构造出不同的随动顶点。为了描述方便，将这 6 个顶点先命名为 1、2、3、4、5、6，如上中图。

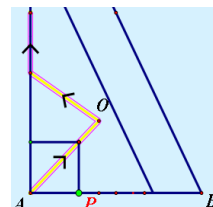
移动点 P 从点 A 到点 B 的过程中，各个顶点的路径不同，而且当点 P 路过了某个位置，路径开始弯折。先确立各顶点的路径和弯折点，才能构造符合条件的 1、2、3、4、5、6 点。各点轨迹如下。



点 1 的轨迹有 2 个弯折点



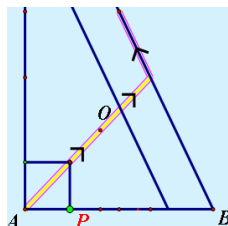
点 2 的轨迹有 2 个弯折点



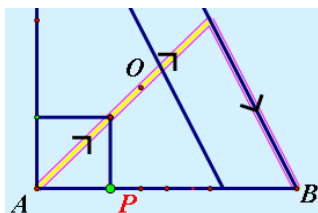
点 3 的轨迹有 2 个弯折点

点

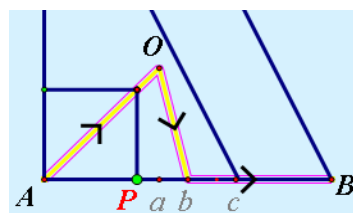
从 6 个点的轨迹看，自点 P 从 A 出发，6 个点同时出发，当 P 到达点 O 正下方的位置 a 时，各个点的运动方向出现第一次分化。点 1 和 6 开始向下，点 2 和 3 开始向左上，点 4 和 5 开始向右上。当点 P 运动到点 b 的位置时，点 1 和 6 开始左右分开。当点 P 运动到点 c 的位置时，点 2 和 3 开始上下分开，点 4 和 5 也开始上下分开。a、b、c 三点就是主动点 P 控制随动顶点的关键位置，见图“点 6 的轨迹有 2 个拐点”。



4 的轨迹有 1 个弯折点



点 5 的轨迹有 1 个弯折点



点 6 的轨迹有 2 个弯折点

依据动点 P 运动的位置，按 6 个点运行轨迹构造点的方法有许多，孙老师在本例中提供了“点值变换法”、“线线交点法”和“尺规法”。

第二步，构造重叠多边形

11、将 1、2、3、4、5、6 点的名称恢复到第 10 步状态。

方法一，“点值变换法”

12、经过对题干的计算，不难得出点 a、b、c 在线段 AB 中的位置。双击点 A 标记为中心，只选定 B，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{2}{5}$ ，得到点 a；

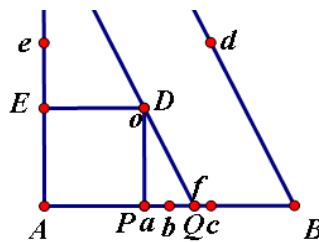
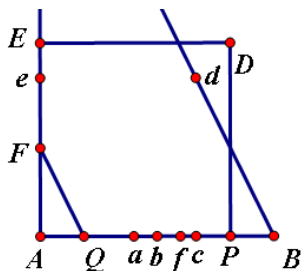
13、只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{1}{2}$ ，得到点 b；

14、只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{2}{3}$ ，得到点 c；

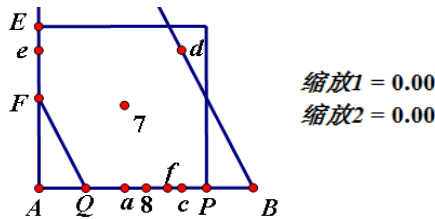
15、双击点 C 标记为中心，只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{2}{3}$ ，得到点 d；

16、只选定点 A，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{2}{3}$ ，得到点 e；

17、经过计算，当点 P 到达点 a 时，点 Q 的位置在 bc 之间，在线段 AB 点值 0.6 的位置。双击点 A 标记为中心，只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 $\frac{3}{5}$ ，得到点 f；



18、只选定点 d, “变换” - “缩放”, 比例为 $\frac{3}{5}$ (当 P 移动到点 f 时, 可以体现), 得到点 o; 这个点的位置就是 6 个顶点的第一次分离点。如上图右。



19、构造线段 aA (注意方向), 选定线段 aA 和点 P, “度量”-Shift+ “点的值”, 修改度量值的标签为 “缩放 1”;

20、双击点 o 标记为中心，只选定点 A，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 1”，得到点 7；

21、隐藏点 D 和点 o，只显示点 7;

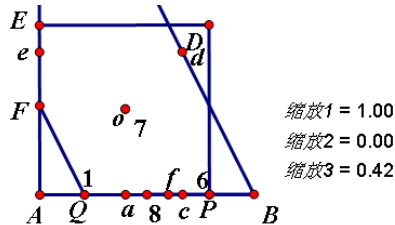
22、构造线段 ba (注意方向), 只选定点 P 和线段 ba, “度量”-Shift+ “点的值”, 修改度量值的标签为 “缩放 2”;

23、构造线段 Bb（注意方向），只选定点 P 和线段 Bb，“度量”-Shift+ “点的值”，修改度量值的标签为“缩放 3”；

24、双击点 b 标记为中心，只选定点 7，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 2”，得到点 8（移动点 P 到 bB 之间，隐藏点 b，将点 8 命名）；

25、双击点 A 标记为中心，只选定点 8，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 3”，得到点 1（缩放后直接 Alt+/, 修改标签为 1）。

26、双击点 B 标记为中心，只选定点 8，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 3”，得到点 6（缩放后直接 Alt+，修改标签为 6）。移动点 P 可以见到点 1 和 6 的轨迹已经实现预期目标。



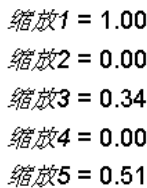
27、隐藏点 1、6、8、o、D；构造线段 ca（注意方向），只选定点 P 和线段 ca，“度量”-Shift+“点的值”，修改度量值的标签为“缩放 4”；

28、双击点 d 标记为中心，只选定点 7，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 4”，得到点 9（缩放后直接 Alt+/, 修改标签为 9），隐藏点 d;

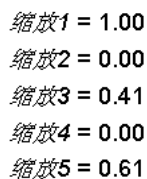
29、双击点 C 标记为中心，只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为“1/2”，得到点 G；

30、构造线段 Bc（注意方向），只选定点 P 和线段 Bc，“度量”-Shift+“点的值”，修改度量值的标签为“缩放 5”；

31、双击点 B 标记为中心，只选定点 9，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 5（缩放后直接 Alt+/, 修改标签为 5）；

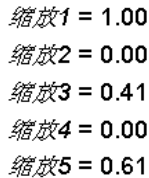


33、双击点 e 标记为中心，只选定点 7，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 4”，得到点 10（缩放后直接 Alt+，修改标签为 10），隐藏点 e；



35、双击点 C'标记为中心，只选定点 10，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 3（缩放后直接 Alt+/, 修改标签为 3），隐藏点 C'；

37、依次选定点 1、2、3、4、5、6，“构造”-“六边形内部”。



本法的核心理念是点 P 在线段 AB 上自左向右移动时，点 P 在关键点 A、a、b、c、B 组成的线段上的点值分别在[1.0]的区间内变化，从而分别控制随动点在[1.0]的比例区间缩放。

如下右图所示，双击点 D 为中心，选定点 C 进行缩放，如果比例为 1，则得到的点 C' 与 C 重合，如果比例为 0，则的点 C' 与 D 重合，如果比例从 1 到 0 在逐渐变化，则得到的点 C' 自 C 向 D 移动。

$$P \text{ 在 } \overline{aA} \text{ 上} = 0.00$$

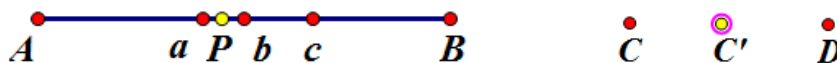
$$P \text{ 在 } \overline{ba} \text{ 上} = 0.54$$

$$P \text{ 在 } \overline{Bb} \text{ 上} = 1.00$$

$$P \text{ 在 } \overline{ca} \text{ 上} = 0.83$$

$$P \text{ 在 } \overline{Bc} \text{ 上} = 1.00$$

以D为中心缩放



方法二，“线线交点法”

12、经过对题干的计算，不难得出点 c 在线段 AB 中的位置。双击点 A 标记为中心，只选定点 B ，“变换”-“缩放”，比例为 $2/3$ ，得到点 c ；

13、双击点 C 标记为中心，只选定点 B ，“变换”-“缩放”，比例为 $2/3$ ，得到点 d ；

14、双击点 C 标记为中心，只选定点 B ，“变换”-“缩放”，比例为 $1/2$ ，得到点 G ；

15、双击点 A 标记为中心，只选定点 C ，“变换”-“缩放”，比例为 $-2/30$ ，得到点 g ；

16、双击点 B 标记为中心，只选定点 C ，“变换”-“缩放”，比例为 $-2/30$ ，得到点 h ；

17、双击点 A 标记为中心，选定点 g ，“变换”-“旋转”-“ -90° ”，得到点 i ；

18、选定点 A 和 i ，“变换”-“标记向量”，选定点 E ， $Alt+T-T-T$ ，平移得到点 j ；

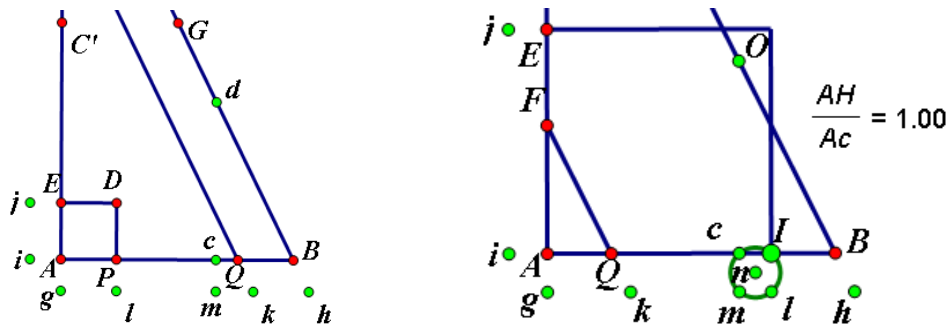
19、选定点 B 和 h ，“变换”-“标记向量”，选定点 Q ， $Alt+T-T-T$ ，平移得到点 k ；

20、选定点 A 和 g ，“变换”-“标记向量”，选定点 P ， $Alt+T-T-T$ ，平移得到点 l ；选定点 c ， $Alt+T-T-T$ ，平移得到点 m ；

为了方便观看，小写字母表示的点都修改为绿色。

21、双击点 P 标记为中心，只选定点 m ，“变换”-“缩放”，比例为 $1/2$ ，得到点 n ；

22、选定点 n 和 m ，“构造”-“以圆心和圆周上的点绘圆”；

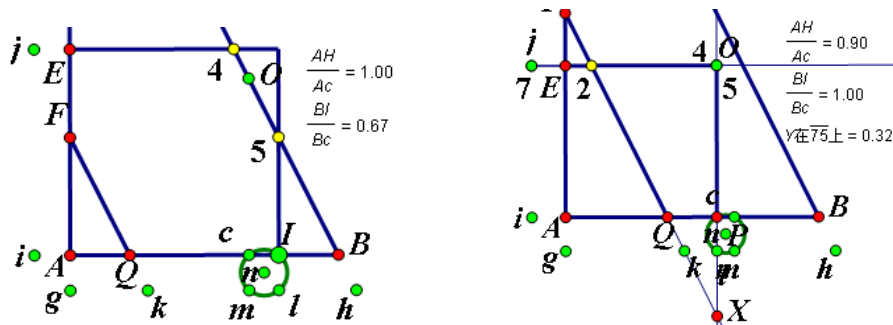


23、选定圆和线段 AB ，“构造”-“交点”，得到点 H 和点 I ；

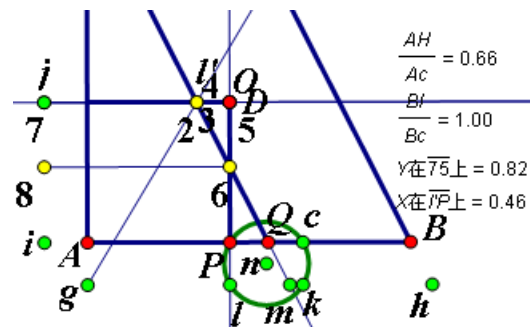
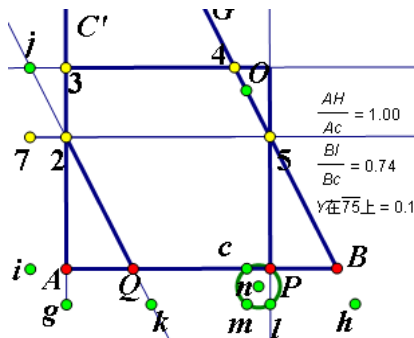
24、隐藏点 I 和 P ，只选定点 A 、 c 、 H ，“度量”-“比”；

25、双击点 A 标记为中心，只选定点 d ，“变换”-“缩放”，比例为步骤 24 度量的比，得到点后直接“ $Alt+/\text{}$ ”修改标签为 0；隐藏点 H 、 D 和 d ，显示点 I ；

26、只选定点 B 、 c 、 I ，“度量”-“比”；



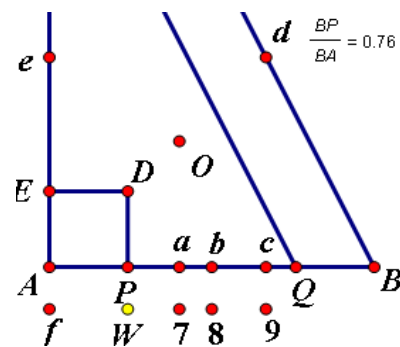
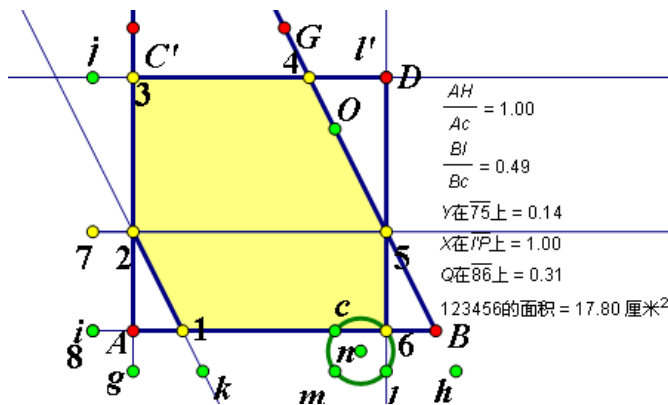
- 27、双击点 B 标记为中心，只选定点 0，“变换”-“缩放”，比例为步骤 26 度量的比，得到点 5；
 28、双击点 G 标记为中心，只选定点 0，“变换”-“缩放”，比例为步骤 26 度量的比，得到点 4；
 29、显示点 P，构造直线 lP 和直线 kQ，构造两线的交点 X；
 30、选定点 P 和 i，“变换”-“标记向量”，选定点 5，Alt+T-T-T，平移得到点 7；



- 31、构造线段 75 和射线 75，选定射线 75 和射线 kQ，“构造”-“交点”，得到交点 Y；
 32、选定 Y 和线段 75，“度量”-Shift+“点的值”；
 33、右键线段 75，“在线段上绘制点”，点值使用步骤 32 的值，得到点 2；
 34、构造射线 g2，构造直线 jE，然后构造这两条线的交点，得到点 3；
 35、双击点 D 标记中心，只选定点 1，“变换”-“缩放”，比例为-2/3000，得到点 1'。构造线段 P1'；

(此步骤对点 D 的位置进行了微调到 1'，保证线段 PD 的长度不为 0，否则，多边形跳跃。)

- 36、选定 X 和线段 P1'，“度量”-Shift+“点的值”；
 37、右键线段 P1'，“在线段上绘制点”，点值使用步骤 36 的值，得到点 6；
 38、选定点 P 和 i，“变换”-“标记向量”。选定点 6，Alt+T-T-T，得到点 8；
 39、构造线段 86，选定点 Q 和线段 86，“度量”-Shift+“点的值”；
 40、右键线段 86，“在线段上绘制点”，点值使用步骤 39 的值，得到点 1；
 41、隐藏点 P 和 Q，选定点 1、2、3、4、5、6，“Ctrl+P”构造六边形，右键六边形，“面积”。



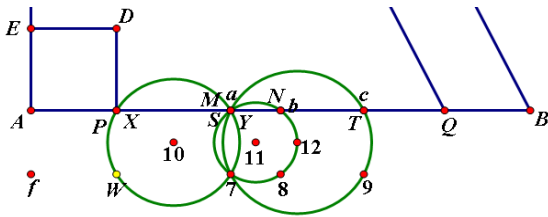
至此，“线线交点法”构造多边形完毕。点 P 在点 A 和 B 之间移动，图形变换效果明显。

在这个方法中，首先使用线线交点，然后计算交点在主干线段上的点值，并在主干线段上绘制点。因为线的交点会因为线段的长度所限，偶尔会消失，故本例中的射线和线段等的端点先做了平移或者缩放。构造圆与线段的交点，从而控制点在特定的线段中移动，解释见方法三。

方法三，“尺规法”

- 12、经过对题干的计算，不难得点 a、b、c 在线段 AB 中的位置。双击点 A 标记为中心，只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 2/5，得到点 a；
 13、只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 1/2，得到点 b；
 14、只选定点 B，“变换”-“缩放”，比例为 2/3，得到点 c；

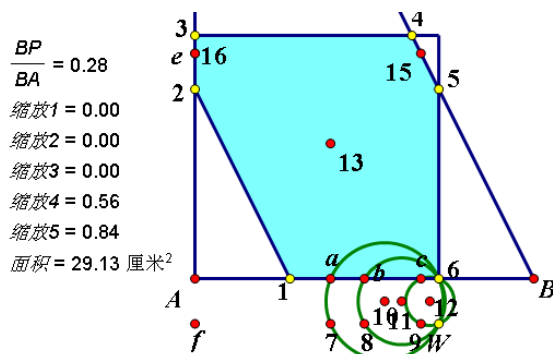
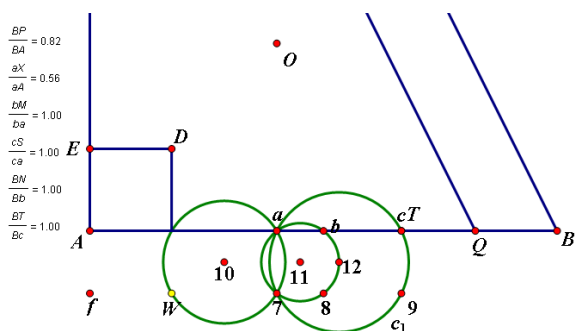
- 次分离点。



ac 间运动。

- 标签为“缩放 1”;

40、双击点 B 标记中心，选定点 15，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 5；



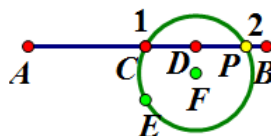
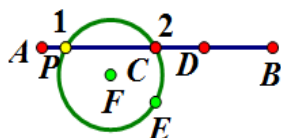
41、双击点 G 标记中心，选定点 15，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 4；

42、双击点 A 标记中心，选定点 16，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 2；

43、双击点 C 标记中心，选定点 14，“变换”-“缩放”，比例为“缩放 5”，得到点 3；

44、隐藏某些不必要点，选定点 1、2、3、4、5、6，“Ctrl+P”构造六边形，右键六边形，“面积”。

本方法基本原理同于方法一，只是对点的控制使用了与线段定点圆，此圆与线段的交点只能在固定区域内移动，从而决定了交点在线段的比也在区间[1,0]之间移动，并由此控制了点的缩放效果。



AB 为水平线，选定点 C 向下垂直平移 1 厘米得到点 E；双击点 P 标记为中心，选定点 E 缩放 1/2，得到点 F；选定点 F 和点 E 构造圆；选定圆和线段 AB，构造交点，直接“Alt+/”修改标签为 1 和 2。因为 $\angle PCE=90^\circ$ ，PE 是直径，圆内直径所对的圆周角是直角，故圆与线段的一个交点肯定与点 C 重合。而圆与线段的交点顺序是固定的，就是 1 在 2 的左边，而点 E 的存在决定了圆必须经过点 C，如此，当 P 带动圆移动时，就形成了点 1 只能在 AC 间移动，点 2 只能在 CB 间移动。

在本实例的绘图之初，点 C 绘制在竖直直线 AA'上，保证了方法三中的 7、8、9 点在 a、b、c 点的正下方，即线段 $7a \perp AB$ 。

第三步，绘制函数图象

1、“自定义工具”-“经典坐标系”-“蚂蚁平面坐标系【无参数】”，双击坐标轴标签进行修改为 t 和 S、显示网格、调整两个轴的单位刻度值、调整坐标系大小；（可以使用其他坐标系）

2、度量点 A 和点 P 的距离，度量点 A 和点 B 的距离，计算“ $2PA/AB$ ”的值，修改标签为 x；

3、计算“六边形面积 $\times (4 \div (AB \text{ 长度})^2)$ ”的值，修改标签为 y；

4、选定 x 和 y，“绘图”-“绘制点”，得到点 Z。

5、选定点 P，“度量”-“点的值”；

6、做如下计算：

$$\text{sgn}(1 + \text{sgn}(0.4 - P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}})) = 1.00$$

$$\text{sgn}(1 + \text{sgn}((P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}} - 0.4) \cdot (0.5 - P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}}))) = 0.00$$

$$\text{sgn}\left(1 + \text{sgn}\left((P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}} - 0.5) \cdot \left(\frac{2}{3} - P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}}\right)\right)\right) = 0.00$$

$$\text{sgn}\left(1 + \text{sgn}\left((P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}} - \frac{2}{3}) \cdot (1 - P_{\text{在} \overline{AB} \text{上}})\right)\right) = 0.00$$

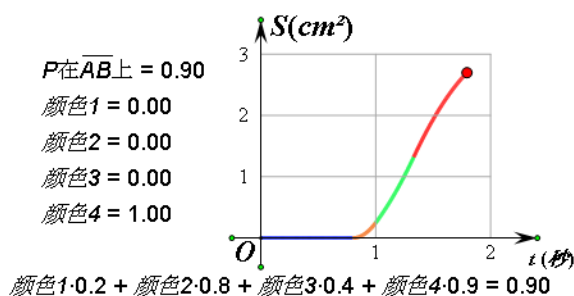
$$\text{颜色}1 \cdot 0.2 + \text{颜色}2 \cdot 0.8 + \text{颜色}3 \cdot 0.4 + \text{颜色}4 \cdot 0.9 = 0.90$$

7、修改以上公式的标签为颜色 1、颜色 2、颜色 3、颜色 4，做如上右图计算。

8、选定参数和绘制点 Z，“显示”-“颜色”-“参数”-“颜色”-“不要循环”，确定；

9、选定点 p 和点 Z，“变换”-“创建自定义颜色变换”，默认名称，确定；

10、只选定点 A 和点 P，“Ctrl+L”构造线段，线段被选定时，“Ctrl+1”执行步骤 9 的颜色变换。



【初始化※题目】
 【第(1)问: $t=1s$ 】
 【第(2)问: $t=0.8s$ 】
 【第(3)问: 演示】
 【居左※居中】

第四步, 版面美化

- 1、“编辑”-“参数选项”-“颜色”-“背景”, 选择喜欢的背景颜色;
 - 2、使用“1024×768 像素框工具”(此工具为早期画板携带工具, 5.06 以后由“页面模版”工具替代)绘制边框, 此时自动出现“【居中*居左】”按钮。也可以自己手动设置边框, 并选定绘图区域中的特定点, 利用操作类按钮制作“居中”和“居左”按钮, 使得画面自动居左或者居中。使用这个框不仅为了美观, 还方便在画板应用时调整分辨率选项, 画板界面大小刚好符合投影机的分辨率。
 - 3、选点 P 和 A, “编辑”-“操作类按钮”-“移动”, 确定, 修改标签为“初始化”;
 - 4、使用文本工具, 利用符号面板, 在绘图区域中输入题干;
 - 5、选定题干图片或文本, “编辑”-“操作类按钮”-“隐藏/显示”, 确定, 修改标签为“题目”;
 - 6、选点 P 和 b, “编辑”-“操作类按钮”-“移动”, 确定, 修改标签为“ $t=1s$ ”;
 - 7、选点 P 和 a, “编辑”-“操作类按钮”-“移动”, 确定, 修改标签为“ $t=0.8s$ ”;
 - 8、选点 P 和 B, “编辑”-“操作类按钮”-“移动”, 确定, 修改标签为“演示”;
 - 9、隐藏各种不需要的对象, 使用文本工具, 编辑上右图热文本, 其中的蓝色文字都是点击绘图区域中的操作类按钮直接引入文本的。
 - 10、适当移动图片、坐标系和文本的位置, 调整整体美感。
 - 11、“数据”-“新建参数”, 建立一个默认参数;
 - 12、选定绘图区域中想要超级隐藏的对象, 包括作图的中间过程对象和度量值等, 再选定步骤 11 建立的参数, “显示”-“颜色”-“参数”, 默认值, 确定。
 - 13、删除步骤 11 的参数, 使用参数颜色的对象都被超级隐藏(右键显示所有隐藏也不出现); 请慎重操作, 自己保留好备份操作, 否则, 一旦保存文档, 自己恢复作图过程对象也不容易。全选, 复制, 新建文档, 粘贴, 显示所有隐藏, 会将所有的作图对象都显示出来, 但很凌乱。
 - 14、右键编辑文本等不想被轻易移动的对象, “属性”, 将“可以被选中”勾选掉。
- 本课例展示了许多画板技巧, 但更多地体现了数学思维。但这三种方法不是本类作图的全部方法, 也未必是最简方法, 还有其它方法可以实现, 比如“边界构造法”等等, 不再赘述。本介绍与随机课例略有细节不同, 但情节相同, 参见随机课例的“安装路径下的\Samples\5.x 实例\中考动态题”文件夹下的“2012 年吉林(三种方法构造)-江西孙禄京.gsp”源程序, 可以动态演示。

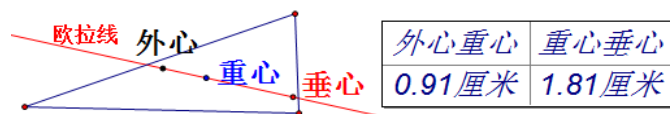
有时, 构造的多边形的顶点与多个点重合, 难以同时显示所有顶点。可以先使用自由点构造一个同顶点数的多边形, 然后, 当构造的顶点显示出来时, 让自由顶点的多边形的顶点与构造的顶点一一对应合并, 也能实现构造特殊的多边形。

第十八章 附录

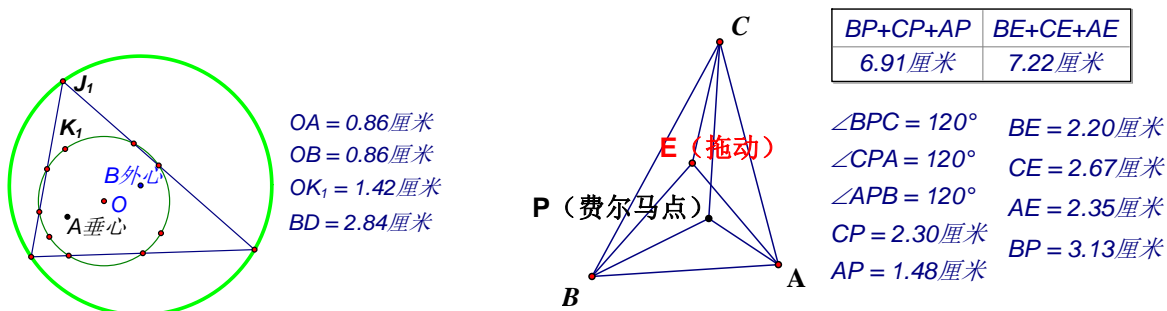
第一节 平面几何的几个著名定理

几何定理体现了数学家的思维与创新，而画板动态功能的出现，更好地诠释了“万变的图形证明一个不变的定理”。这些平面几何定理用几何画板绘制，使人对于枯燥的几何有了十分直观的认识，也能使爱好者对于数学的理解更加透彻。这些作品多收录在安装路径下的“初中数学积件库. gsp”中。

1、欧拉（Euler）线：同一三角形的垂心、重心、外心三点共线，这条直线称为三角形的欧拉线。三角形外心与重心的距离等于垂心与重心距离的一半。



2、九点圆：任意三角形三边的 3 个中点，三高的 3 个垂足及三顶点与垂心间线段的 3 个中点，共九个点共圆。这个圆称为三角形的九点圆，其圆心为三角形外心与垂心所连线段的中点，其半径等于三角形外接圆半径的一半。

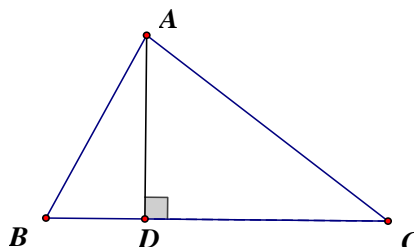


3、费尔马点：

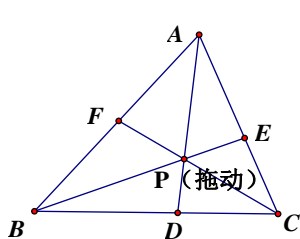
已知 P 为锐角 $\triangle ABC$ 内一点，当 $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$ 时， $PA + PB + PC$ 的值最小，这个点 P 称为 $\triangle ABC$ 的费尔马点。

4、海伦（Heron）公式：在 $\triangle ABC$ 中，边 BC、CA、AB 的长分别为 a、b、c，若 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积 $s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$\begin{aligned}
 AB &= 3.56 \text{ 厘米} & p &= 7.17 \text{ 厘米} \\
 BC &= 5.66 \text{ 厘米} & AD &= 3.16 \text{ 厘米} \\
 CA &= 5.12 \text{ 厘米} & \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD &= 8.96 \text{ 厘米}^2 \\
 \frac{1}{2} \cdot (AB + BC + CA) &= 7.17 \text{ 厘米} \\
 \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} &= 8.96 \text{ 厘米}^2
 \end{aligned}$$



5、塞瓦（Ceva）定理：在 $\triangle ABC$ 中，过 $\triangle ABC$ 的顶点作相交于一点 P 的直线，分别交边 BC、CA、AB 于点 D、E、F，则 $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$ ；其逆亦真。

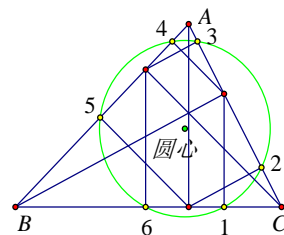


$$\frac{BD}{DC} \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1.00$$

$$BD = 2.78 \text{ 厘米} \quad EA = 2.23 \text{ 厘米}$$

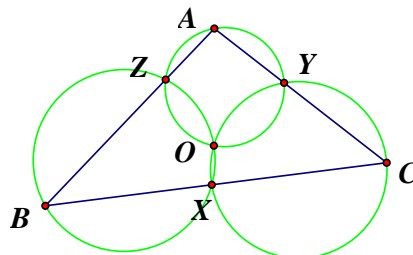
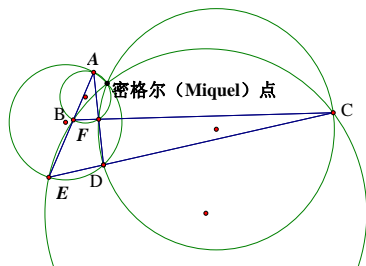
$$DC = 1.95 \text{ 厘米} \quad AF = 2.31 \text{ 厘米}$$

$$CE = 1.64 \text{ 厘米} \quad FB = 2.42 \text{ 厘米}$$



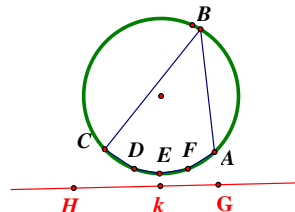
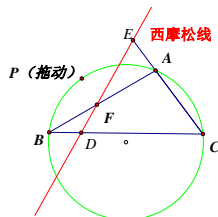
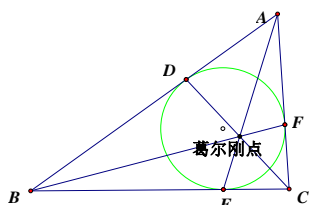
6、泰勒圆：三角形每条边线上的高线足在其他两边上的投影共有6点，这6个点共圆。

7、密格尔 (Miquel) 点：若 AE、AF、ED、FB 四条直线相交于 A、B、C、D、E、F 六点，构成四个三角形，它们是 $\triangle ABF$ 、 $\triangle AED$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle DCF$ ，则这四个三角形的外接圆共点，这个点称为密格尔点。



密克定理 (Miquel)：在 $\triangle ABC$ 三边 BC、CA、AB 所在的直线上各任取一点 X、Y、Z，则 $\odot AYZ$ 、 $\odot BZX$ 、 $\odot CXY$ 三圆共点。交点称为 X、Y、Z 对于 $\triangle ABC$ 的密克点。

8、葛尔刚 (Gergonne) 点： $\triangle ABC$ 的内切圆分别切边 AB、BC、CA 于点 D、E、F，则 AE、BF、CD 三线共点，这个点称为葛尔刚点。

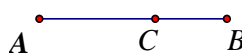


9、西摩松 (Simson) 线：已知 P 为 $\triangle ABC$ 外接圆周上任意一点， $PD \perp BC$ ， $PE \perp AC$ ， $PF \perp AB$ ，D、E、F 为垂足，则 D、E、F 三点共线，这条直线叫做西摩松线。

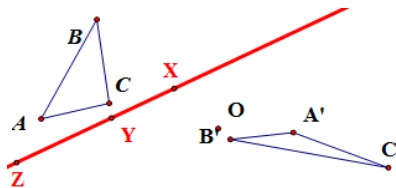
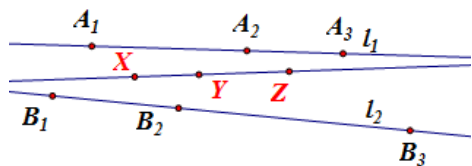
10、帕斯卡 (Pascal) 定理：已知圆内接六边形 ABCDEF 的边 AB、DE 延长线交于点 G，边 BC、EF 延长线交于点 H，边 CD、FA 延长线交于点 K，则 H、G、K 三点共线。

11、黄金分割：把一条线段 AB 分成两条线段，使其中较大的线段 AC 是原线段 AB 与较小线段 BC 的比例中项，这样的分割称为黄金分割。

$$AC^2 = 3.41 \text{ 厘米}^2 \quad CB \cdot AB = 3.41 \text{ 厘米}^2$$



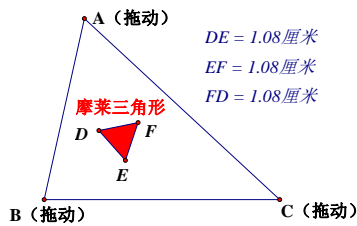
12、帕普斯 (Pappus) 定理：已知点 A_1 、 A_2 、 A_3 在直线 l_1 上，已知点 B_1 、 B_2 、 B_3 在直线 l_2 上，且 A_1B_2 与 A_2B_1 交于点 X， A_1B_3 与 A_3B_1 交于点 Y， A_2B_3 与 A_3B_2 交于点 Z，则 X、Y、Z 三点共线。



13、笛沙格 (Desargues) 定理：已知在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中， AA' 、 BB' 、 CC' 三线相交于点 O，BC 与 $B'C'$ 、CA 与 $C'A'$ 、AB 与 $A'B'$ 分别相交于点 X、Y、Z，则 X、Y、Z 三点共线；其逆亦真。

14、摩莱 (Morley) 三角形：在已知 $\triangle ABC$ 三内角的三等分线中，分别与 BC、CA、AB 相邻的每

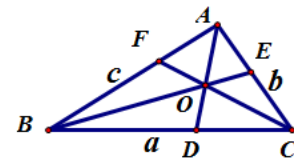
两线相交于点 D、E、F，则三角形 DDE 是正三角形，这个正三角形称为摩莱三角形。



$$\frac{b}{c} = 0.65 \quad \frac{DC}{DB} = -0.65$$

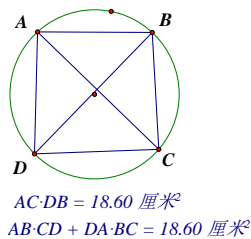
$$\frac{b}{a} = 0.53 \quad \frac{FA}{FB} = -0.53$$

$$\frac{c}{a} = 0.82 \quad \frac{EA}{EC} = -0.82$$



15、莱莫恩 (Lemoine) 点：过三角形的每个顶点做一直线，使其临边平方的比等于内分对边的比，则这三直线共点。这样的直线叫三角形的陪位中线，也叫类似中线，它们交点叫莱莫恩点，也叫类似中心。

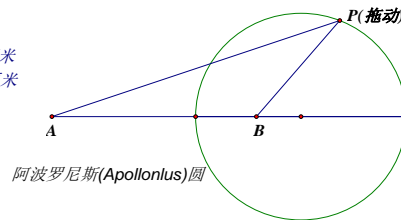
16、托勒密 (Ptolemy) 定理：在圆内接四边形中， $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$ 。



$$PA = 8.58 \text{ 厘米}$$

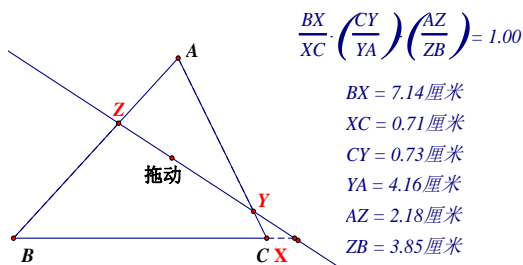
$$PB = 3.63 \text{ 厘米}$$

$$\frac{PA}{PB} = 2.36$$



17、阿波罗尼斯 (Apollonius) 圆：一动点 P 与两定点 A、B 的距离之比等于定比 m:n，则点 P 的轨迹，是以定比 m:n 内分和外分定线段的两个分点的连线为直径的圆，简称“阿氏圆”。

18、梅内劳斯定理：在 $\triangle ABC$ 中，若在 BC、CA、AB 或其延长线上被同一条直线截于点 X、Y、Z，则 $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$ 。



$$\frac{BX}{XC} \cdot \left(\frac{CY}{YA}\right) \cdot \left(\frac{AZ}{ZB}\right) = 1.00$$

$$BX = 7.14 \text{ 厘米}$$

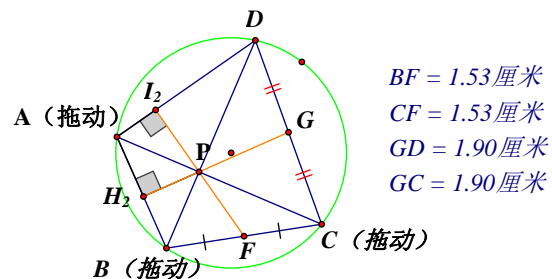
$$XC = 0.71 \text{ 厘米}$$

$$CY = 0.73 \text{ 厘米}$$

$$YA = 4.16 \text{ 厘米}$$

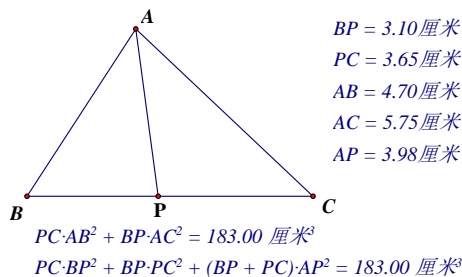
$$AZ = 2.18 \text{ 厘米}$$

$$ZB = 3.85 \text{ 厘米}$$



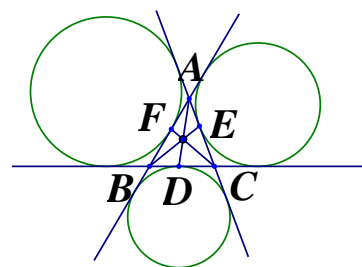
19、布拉美古塔 (Brahmagupta) 定理：在圆内接四边形 ABCD 中， $AC \perp BD$ ，自对角线的交点 P 向一边作垂线，其延长线必平分对边。

20、斯图尔特 (Stewart) 定理：设 P 为 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点，且 $BP:PC = n:m$ ，则 $m \cdot AB^2 + n \cdot AC^2 = (m+n) \cdot AP^2 + m \cdot BP^2 + n \cdot PC^2$ 。



$$PC \cdot AB^2 + BP \cdot AC^2 = 183.00 \text{ 厘米}^3$$

$$PC \cdot BP^2 + BP \cdot PC^2 + (BP + PC) \cdot AP^2 = 183.00 \text{ 厘米}^3$$



21、奈格耳 (Nagel) 点：三角形的各定点与其三个旁切圆在对边（不是延长线）上的切点所连的直线共点。图中 AD、BE、CF 共点。

第二节 几种常用的曲线

数学中有许多常用的曲线，有的是使用函数就可以直接绘制的，有的是需要使用参数曲线绘制的。有的需要使用直角坐标系，有的需要使用极坐标系。有的需要使用三角坐标轴，有的需要十进制数字坐标轴。以下曲线使用飞狐坐标系和系统极坐标系完成。

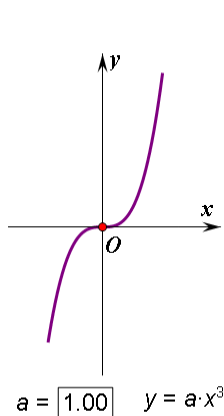


图 1 三次抛物线

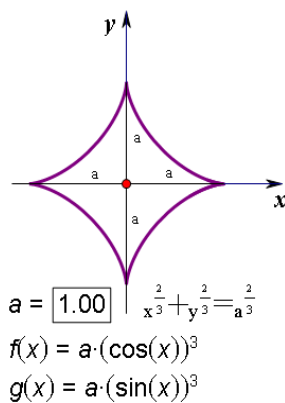


图 2 星形线（内摆线的一种）

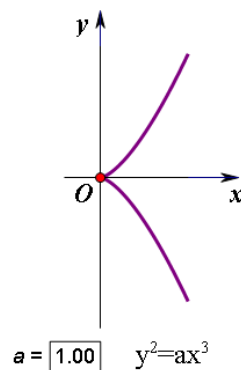


图 3 半立方抛物线

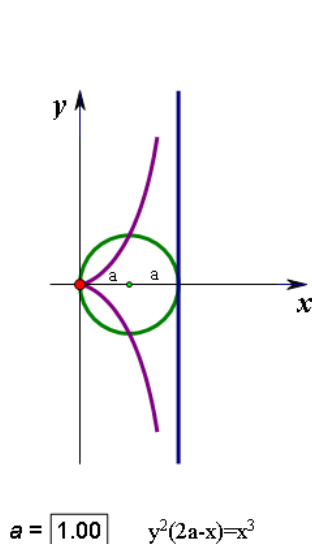


图 4 蔓叶线

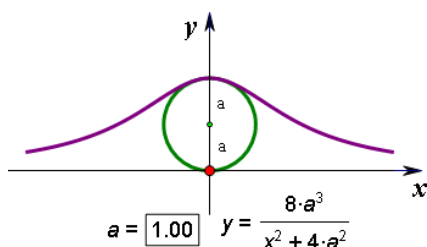


图 5 箕舌线

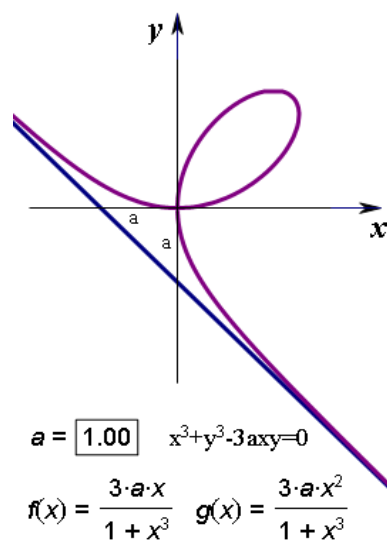


图 6 笛卡尔叶形线

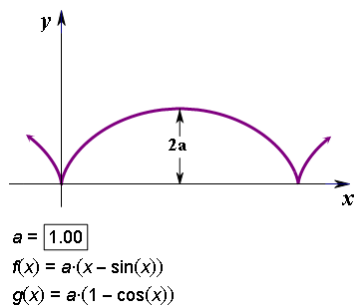


图 7 摆线

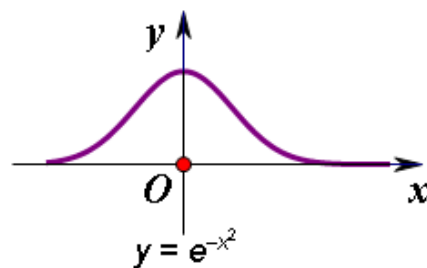


图 8 概率曲线

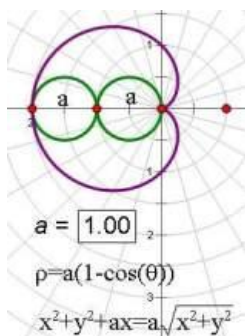


图 9 心形线（外摆线的一种）

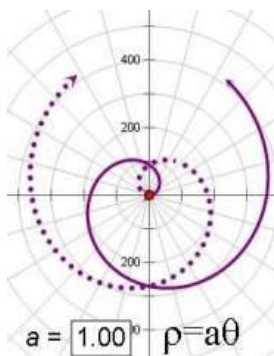


图 10 阿基米德螺线

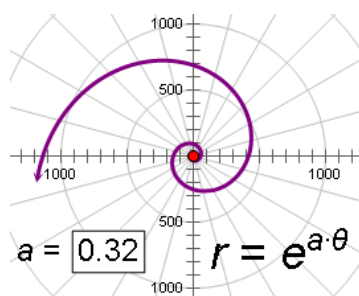


图 11 对数螺线

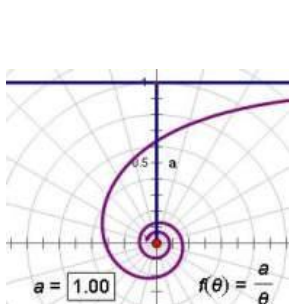


图 12 双曲螺线

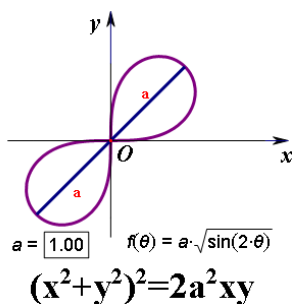


图 13 伯努利双纽线 1

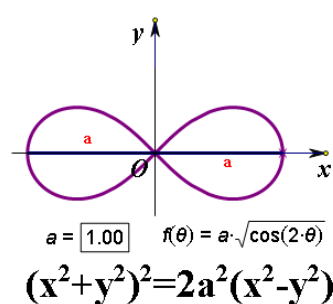


图 14 伯努利双纽线 2

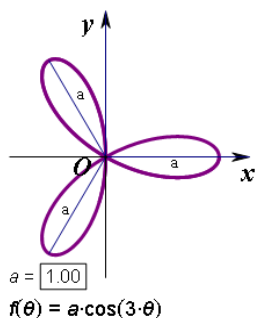


图 15 三叶玫瑰线 1

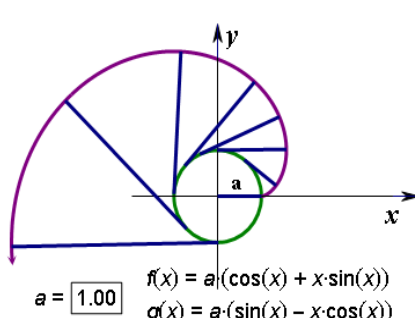


图 16 圆的渐伸线

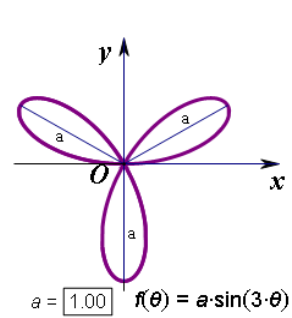


图 17 三叶玫瑰线 2

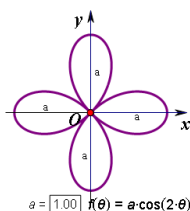


图 18 四叶玫瑰线 1

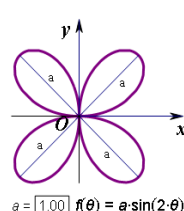


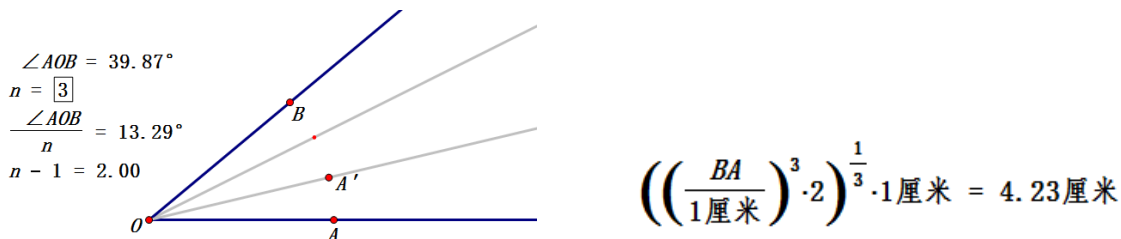
图 19 四叶玫瑰线 2

第三节 三个著名的尺规作图不能问题

古希腊的几何学家提出三个著名的尺规作图不能问题。①三等分已知角：把已知角三等分；②立方倍积问题：做一个立方体，它的体积是已知立方体体积的二倍；③化圆为方问题：作与已知圆等面积的正方形。这三个问题不能用尺规作出，在理论上已经得到证明，使用几何画板，轻松实现，体现了技术的力量。

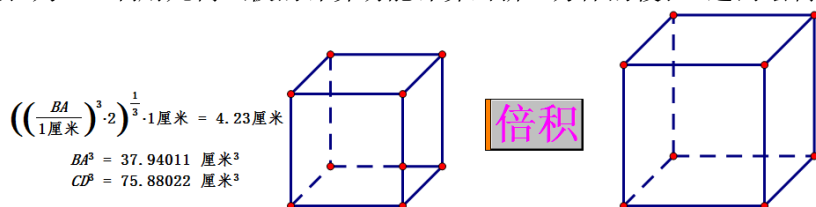
例 18.2.1 n 等分角

- 1、绘制水平射线 OA、射线 OB，度量 $\angle AOB$ 。
 - 2、新建参数 $n=3$ ，计算“度量值 $\div n$ ”、“ $n-1$ ”的值。
 - 3、双击点 O 标记中心，选定点 A，“变换”-“旋转”，角度为“度量值 $\div n$ 的值”，出现点 A'。
 - 4、构造射线 OA'，选定射线 OA'，“显示”-“颜色”，选为浅灰色。
 - 5、隐藏射线 OA，顺序只选定点 A、参数“ $n=3$ ”、计算值“ $n-1$ ”，“变换”-Shift+“深度迭代”。
 - 6、A 的初象点击绘图区域中的点 A'，n 的初象点击绘图区域中的 $n-1$ 。点击“迭代”。
 - 7、右键绘图区域的空白处，显示所有隐藏，将射线 OA 显示出来。
- 仅用尺规作图，三等分角已经被理论证明不可能，但几何画板可以 n 等分角，这就是现代技术。



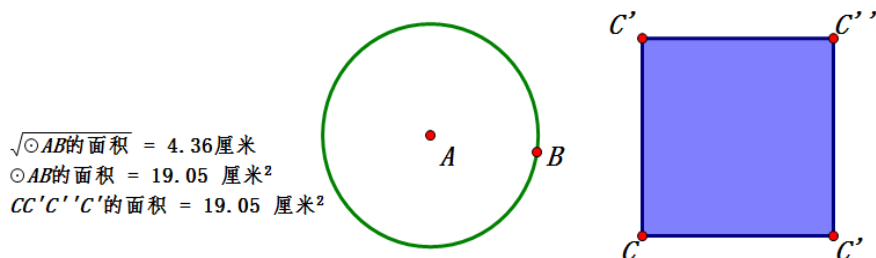
例 18.2.2 立方倍积问题

原立方体的棱长为 BA，利用几何画板的计算功能计算出新立方体的棱长，进而绘制出新的立方体。



例 18.2.3 化圆为方

同样原理度量圆的面积，进而求出正方形的边长，绘制出正方形。

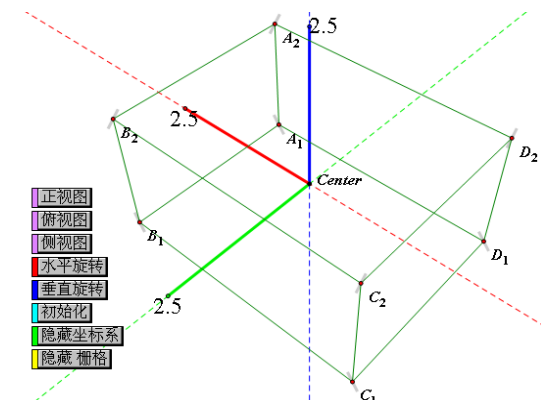


这 3 个尺规做图难题都是经典的问题，其“难题”结论基础是依据尺规作图公法而得出，因为计算中均有无理数和超越数³⁸存在，后经世人理论证明，确实是尺规作图的不可能问题。几何画板在公法的基础上，超越了公法的要求，绘制出这 3 个难题。这 3 个难题在尺规公法范围内依然存在。

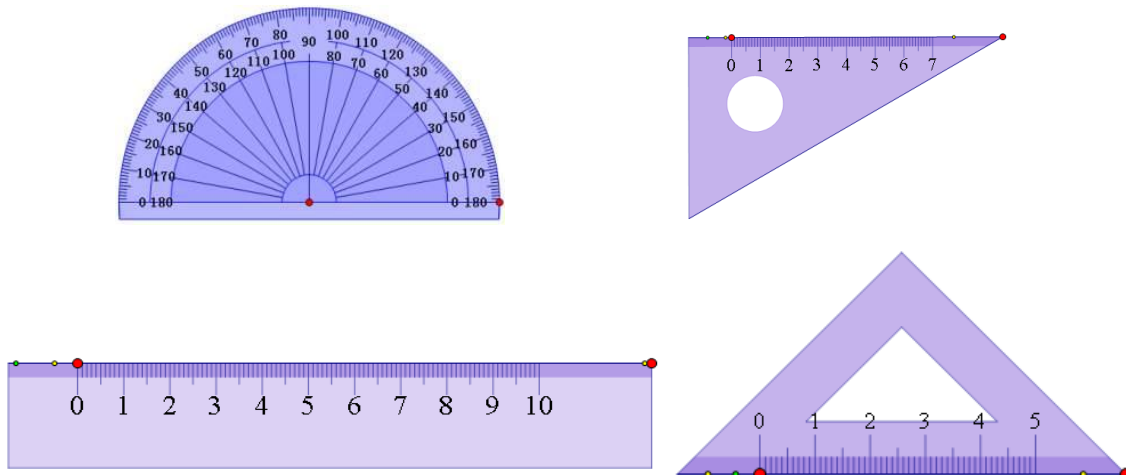
第四节 自定义工具列表

几何画板的工具箱中有 9 个工具及工具组，前 8 个功能确定，简单明了，第 9 个工具是自定义工具，使用者可以制定方便的自定义工具。而且可以指定任意文件夹为工具文件夹。许多工具能解决画板使用中的大事情，比如 3d 系列工具就解决了几何画板中表现立体图形的问题。下图就是使用 3d 工具绘制的长方体，此坐标系可以三个方向旋转，立体效果明显。《3D 几何画板使用教程.pdf》文档，在随机安装路径下的“Sketchpad Help”文件夹下，有对此 3d 工具的详细讲解。

³⁸ 一个数是某一个具有整系数的代数方程的根，那么，这个数叫做代数数，不是代数数的数叫超越数(如 π 和 e)。



下图是两个自定义工具：量角器和三角板。



在几何学习中，经常需用讲解这两种基本几何工具的法，这两个工具提供了极好的讲解展示用品。其中三角板可以变形为直尺、 45° 三角板和 30° 三角板，更是方便制作三角板围绕某一点旋转的习题讲解。而自定义工具中，同时提供了围绕多个角度定点旋转的三角板。

在几何画板 5.06 中，安装程序随机携带 44 个工具文档共计 814 个自定义工具。这些自定义工具，默认工具安装在“C:\Program Files\Gspertools”文件夹下，系统自动调用，共计有 18 个工具文档 346 个工具。完整的工具在安装路径下的“\Sketchpad5050505\Tool Folder”下，可以通过“选择工具文件夹”调用。

默认的 Gspertools 文件夹下的 18 个工具组只是数量上的减少，以提高画板的加载速度。

因为画板携带的自定义工具涉猎过于广泛，几乎没有人能够将所有工具全部了解或者会使用所有工具。而且，一些工具还是多年前的低版本几何画板的作品，其功能已经被画板后来的自有功能取代。所以，画板携带的这些工具需要根据需要自己选用。以下列示的是 5.06 版随机携带的最完整自定义工具目录，大体按照工具文件夹工具序号排列，在版面空隙穿插几个工具作品例图。

默认安装不具有的 26 个工具组，使用“*”号在序号前标明。

想了解自定义工具制作过程和使用方法，可以通过打开“显示脚本视图”，根据提示进行操作。

可以通过删减工具文件夹中的工具文档，组合自己的自定义工具集。也可以编辑工具文档，使用“文档选项”-“工具”页面编辑自己的工具，组合自己喜欢的工具组。

三棱锥
 四棱锥
 五棱锥
 六棱锥
 三棱柱
 六棱柱
 三棱台
 四棱台
 正四棱台
 正四面体
 正六面体
 正八面体
 正十二面体
 正二十面体
 任意长方体
 二面角
 平面(实线)
 平面(虚线)
 平面(可调节虚实)
 球冠
 圆环
 圆环(含阴影)
 圆环(半虚半实)
 圆柱
 圆柱(虚线)
 圆柱(无中轴)
 圆台
 圆锥
 球的直观图(1)
 球的直观图(2)
 给立体图形加圆面(实线)
 给立体图形加圆面(虚线)
 给立体图形加圆面(带阴影)
 给立体图形加圆面(半虚半实)

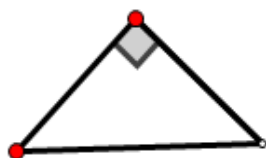
15、立体几何

任意三角形
 任意等腰三角形
 底角为 30° 的等腰三角形
 等边三角形
 直角三角形
 含 30° 的直角三角形
 含 45° 的直角三角形
 直角三角形(含斜边上的高)
 直角三角形(含斜边上的中线)
 三角形(含重心)
 三角形(含垂心)
 三角形(含内心)
 三角形(含外心)
 三角形(含外接圆)
 三角形(含内切圆)
 加三角形的高(实线)
 加三角形的高(虚线)
 加三角形的中线(实线)
 加三角形的中线(虚线)
 加三角形的角平分线(实线)
 加三角形的角平分线(虚线)
 加三角形的外接圆
 加三角形的外接圆(虚线)
 加三角形的内切圆
 加三角形的内切圆(虚线)
 加三角形的中位线
 加三角形的中位线(虚线)
 三角形重心
 三角形外心
 三角形外心和外接圆
 三角形内心
 三角形内心和内切圆
 三角形垂心
 欧拉线

3、三角形

扫描框
 RGB系数
 $(a+b)$
 $(a-b)$
 $(a*b)$
 (a/b)
 $(a*z+b)$
 $(a*z-b)$
 $(-Z)$
 $(k*z) k \in \mathbb{R}$
 $(1/Z)$
 $(i*z)$
 (\sqrt{Z})
 $(3\sqrt{Z})$
 $(Z^m) m \in \mathbb{R}$
 $(Z^w) w \in \mathbb{C}$
 (e^Z)
 $(\ln Z)$
 $\cos(z)$
 $\sin(z)$
 $\cosh(z)$
 $\sinh(z)$
 $\arccos(z)$
 $\arcsin(z)$
 $\arctan Z$
 $\operatorname{Arcosh}(z)$
 $\operatorname{Arsinh}(z)$
 $\operatorname{Artanh}(z)$
 二次方程 $Z^2+bZ+c=0$ 求根
 三次方程(1, b, c, d)求根优化版
 四次方程(1, b, c, d, e)求解
 原像圆一半球
 半球—原像圆
 HSV颜色工具

*43、复数工具



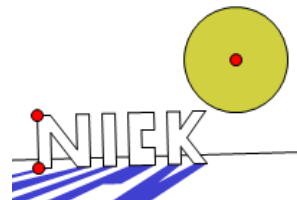
等腰直角三角形



二极管



五边螺旋



射影

极线
极点
中心
抛物线
4p抛物线
抛物线(焦点+准线)
抛物线(焦点+轴与准线的交点)
椭圆
椭圆(焦点+点)
椭圆(焦点+定长)
椭圆(中心+顶点)
双曲线
双曲线(焦点+点)
双曲线(焦点+定长)
双曲线(中心+实轴上顶点)
椭圆/双曲线(焦点+离心率)
过五点的二次曲线
九点曲线
椭圆主轴
双曲线主轴
割线交点
圆锥曲线与直线交点
圆锥曲线交点
切线
抛物线外一点作切线
有心圆锥曲线外一点作切线
与五线相切的二次曲线

12、圆锥曲线 A

石岩|平面直角坐标系【无参版】
石岩|平面直角坐标系【参数版】
京京|平面直角坐标系【无参版】
京京|平面直角坐标系【参数版】
石岩|三角坐标系【参数版】
石岩|第一象限【参数版】
石岩|简易坐标系1
石岩|简易坐标系2
石岩|简易坐标系3
石岩|频数分布直方图
 $y=f(x)$ 图象生成工具(轨迹)
 $x=f(y)$ 图象生成工具(轨迹)
石岩| $y=f(x)$ 函数图象
石岩| $x=f(y)$ 函数图象
石岩|函数图象的交点
京京| $y=f(x)$ 图象生成工具(图象)
京京| $x=f(y)$ 图象生成工具(图象)
京京|参数曲线生成工具(轨迹)
京京|过三点抛物线(图象)
京京|过三点抛物线(轨迹)
京京|一般式
京京|顶点式
京京|交点式
京京|单区间工具
京京|双区间工具
京京|阴影工具(左斜纹)
京京|阴影工具(右斜纹)
京京|方位坐标

8、迷你坐标系

重心
外心
垂心
内心
旁心
类似重心
九点圆心
Spieker点
Gergonne点
Nagel点
Fermat点
第二Fermat点
等力点
第二等力点
Napoleon点
第二Napoleon点
Mittelpunkt
垂聚点
切聚点
Tarry点
Steiner点
XX'(NEW)
Brocard点
第二Brocard点
soddy点
特殊点集成
黄金分割点

*19、点工具

箭头A
箭头B
箭头C
箭头D
箭头E
箭头F
空心箭头A
空心箭头B
角箭头
燕尾箭头
平角箭头
箭头(封闭的)
箭头(开放的)
无线箭头(小)
无线箭头(中)
单向箭头(空)
单向箭头(实)
双向箭头(实)
双向箭头(空)
弯箭头(圆弧)
弯箭头(曲线)
旋转标识工具(逆时针)
旋转标识工具(顺时针)

11、箭头工具

定轴旋转控制台
定点旋转控制台
定轴转动
定点转动

*42、[3d]旋转

n中取m排列数(可参与运算)
n中取m组合数(可参与运算)
n中取m排列数(排列数形式)
n中取m组合数(组合数形式)
n个元素全排列n!

*27、排列组合

量角器
刻度尺
30度角三角形
等腰直角三角形

*34、度量工具

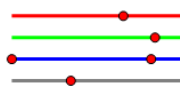
适应常见分辨率[无参版]
适应任意分辨率[参数版]
顶部导航式模版[参数版]
左侧导航式模版[参数版]
按钮翻页式模版[参数版]

18、页面模板

黄金分割
按线段比作分点
按比例分线段
第四调和点
重心坐标转三线坐标
三线坐标转重心坐标

*22、比例

$r = 0.65$
 $g = 0.83$
 $b = 0.81$
 $w = 0.34$



▲反演变换(点-点)【基圆圆心、基圆上点、初点】
▲反演变换(圆-圆)【基(初)圆圆心、基(初)圆上点】
▲反演变换(直线-圆)【基圆圆心、基圆上点、直线】
▲反演变换(圆-直线)【基圆圆心、基圆上点、初圆圆心】
▲反演变换(直线或圆-圆)【基圆圆心、基圆上点、直线或圆】
▲反演变换(直线或圆-轨迹圆)【基圆圆心、基圆上点、直线或圆】

*31、反演

$t_1 = [2]$  $t_2 = [5]$ 

RGB 系数

其他工具-模拟液晶显示数字

交集
并集
虚线
弹簧
强调点
点的标签
线段长度
线段长度 (建筑学风格)
角箭头
燕尾箭头
平角箭头
箭头 (封闭的)
箭头 (开放的)
直角坐标系
三维坐标系
带网格的坐标系
角度标志 (单)
角度标志 (双)
角度标志 (直)
角度度量 (内含角度)
向里对
向里对 (极坐标)
向里之和

*24、外观工具

3d核心
建立三维坐标系
【几何体】三棱锥
【几何体】三棱柱
【几何体】长方体
【作图】正交视图定点
【作图】xyz坐标定点
【作图】线段上定点
【作图】中点
【作图】定比分点
【作图】点在正交视图投影
【作图】公垂线
【作图】平行线
【作图】平面的单位法向量
【作图】线面交点
【作图】面面交线
【度量】获取点的坐标
【距离】点到点
【距离】点到线
【距离】点到平面
【垂线】点到直线
【垂线】点到平面
【夹角】线面
【夹角】面面
【夹角】向里 (线线)
【向里】坐标
【向里】数里积
【面积】三角形
【体积】三棱锥

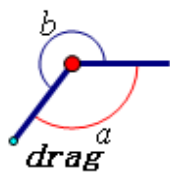
*41、[3D]基本工具

可调表格
竖直大括号
水平大括号
任意方向大括号
频数分布直方图
石岩|文本框工具
老巷|虚实线工具
老巷|点标签工具
老巷|点横坐标标记工具
点阵工具 (8 unit tool)
点阵工具 (16 unit tool)
点阵工具 (32 unit tool)
比较大小 $\min(a, b)$
比较大小 $\max(a, b)$
分数化简 (分步的)
分数化简 (格式化的)
分数 (近似到1/100)
分数 (近似到1/10000)
修正四边形P值跳跃
方格中的平移工具
模拟液晶数字 (黑白)
模拟液晶数字 (彩色)
万缘风|圆规
直尺与三角板
量角器

17、其他工具

PNP
NPN
弹簧
小车
小球
钩码
小船
蜡烛
木块
墙壁
电源
电键
电阻
电容
电感
电表
电灯
天线
地线
圆点
向里
电池组
二极管
细弹簧
小磁针
力的分解
力的合成
简单电路

*33、物理工具



圆形滑块



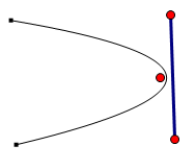
弹簧



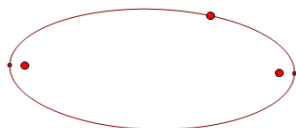
蜡烛

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \sqrt{5} \\ 2x^2 - 3y^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

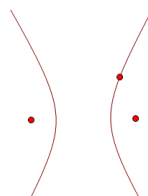
大括号和文本编辑的方程组



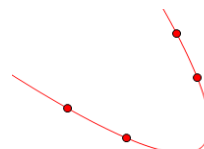
焦点、准线绘制抛物线



焦点和点绘制椭圆



双曲线工具



过四点的抛物线

点列的交比
线束的交比
调和第四点
一维仿射对应
仿射对应点
仿射不动点
一维点对应
一维线束对应
一维射影变换
直线第六对合点
有两个不动点的一维射影变换
有重合不动点的一维射影变换
没有不动点的一维射影变换
二维射影变换
二维对合点
二次曲线上的射影对应
一维射影变换 (new)
一维射影变换不动点
二维射影变换 (new)
无穷远线的像
二阶曲线

*32、射影几何

由两焦点及一点构造椭圆
由两焦点及一点构造的椭圆的半支
由两顶点及一点构造的椭圆
由两顶点及一点构造的椭圆的一部分
由焦点和一点构造的双曲线
由焦点和一点构造的双曲线的一部分
由顶点及一点构造的双曲线
由顶点和一点构造的双曲线的一部分
由对称轴和两点构造的抛物线
由对称轴及两点构造的抛物线的半支
由对称轴及两点构造的抛物线在这两点之间
由三点构造的抛物线
由三点及轴的平行线构造的抛物线
由三点及轴的平行线构造的抛物线的一部分
过四点的抛物线
椭圆及双曲线 (焦点, 2a)
离心率 e
圆锥曲线系数

13、圆锥曲线 B

01 立体几何平台
02 绘制空间点
03 以坐标值 x, y, z 定点
04 多面体棱及表面线段虚实
05 平面外一点作平面垂线段
06 直线外一点作直线垂线段
07 一个平面对线段 PQ 的遮挡效果
08 线段上的点
09 中点绘制工具
10 计算 两点间的距离
11 计算 两向量的夹角
12 将某一向量方向调整为平转的
F0 三角形表面上色
F1 四边形表面上色

14、立几平台

建立三维坐标系
阴影滑杆
日规
颜色滑杆
画点
画线段
画带端点的线段
点的渐变
线段的渐变
带端点线段的渐变
追踪圆锥
追踪圆柱
追踪球
画点 (x, y, z)
画点 (r, theta, z)
画点 (rho, theta, phi)
xyz 坐标系

*37、三维透视

【线着色】颜色滑块
【线着色】彩色
【线着色】灰度滑块
【线着色】灰度
【线虚实】控制台
【线虚实】凸多面体虚实
【单面线虚实】三角面遮挡
【单面线虚实】四面面遮挡
【多面线虚实】三角面遮挡判断
【多面线虚实】四面面遮挡判断
【多面线虚实】最终虚实
【面着色】材质灯光控制
【面着色】三角面着色
【面着色】四面面着色
【函数】函数发生器1
【函数】函数发生器2
【函数】函数发生器3

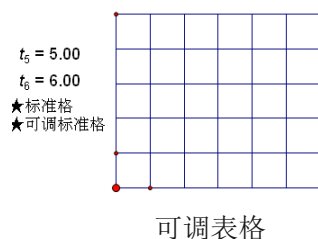
*41、[3d]着色工具

框内文本
线上文本
线下工具
线右文本
线左文本
水平左括号
水平右括号
垂直上括号
垂直下括号
水平左箭头
水平右箭头
竖直上箭头
竖直下箭头
左文本框工具
右文本框工具
上文本框工具
下文本框工具

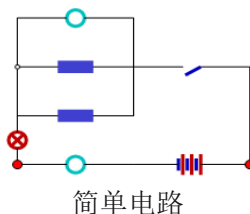
*36、框图工具

三视图作图基础0
三视图 (正三棱柱) 0
三视图 (正三棱锥) 0
三视图 (正三棱台) 0
三视图 (正四棱柱) 0
三视图 (正四棱锥) 0
三视图 (正四棱台) 0
三视图 (正n棱柱) n+0
三视图 (正n棱锥) n+0
三视图 (正n棱台) n+0
三视图: 长方体0
三视图 (平行六面体) 0
三视图 (直平行六面体) 0
三投影 (-45°) 0

*39、三视图工具



可调表格



简单电路

$$\frac{x^2}{(5.00)^2} + \frac{y^2}{(6.00)^2} = 1$$

椭圆方程

01 等分线段工具
02 填表工具
03 不等式 $f(x)$ 解集工具
03 端点坐标标记工具
04 全能坐标变换工具
05 函数图象工具
05 参数曲线工具
05 图象交点工具
05 曲线交点工具
05 自动生成单调区间的函数图象
05 数列的图象工具
06 曲线分段赋色工具【无动画】
06 曲线分段赋色工具【有动画】
07 多曲线合一工具
08 函数最值主体工具
08 最大值点补充工具
08 最小值点补充工具
09 分段面积函数绘制工具
10 两圆根轴工具
11 定积分工具

13 图形内部边界线工具
14 切线工具
15 分数化简工具
16 数型闭区间整数解工具
16 点型闭区间整数解工具
17 点标签工具
17 点横坐标标记工具
18 相似变换
19 曲线的切(法)线工具
20 交点工具
21 曲线长度工具(黎曼定积分)
21 曲线长度工具(I型线积分)
22 曲线拟合工具(5点)
22 曲线拟合工具(11点)
23 椭圆的顶点、焦点、准线工具
23 双曲线的顶点、焦点、准线工具
23 抛物线顶点、焦点、准线工具
24 多边形重叠部分边界(黑色)工具
24 多边形重叠部分边界(彩色)工具

25 正多边形工具1【中心O、顶点A】
25 顶点补充工具1【中心O、顶点A】
25 正多边形工具2【顶点A1、A2】
25 顶点补充工具2【顶点A1、A2】
26 单选题(4选1)工具
27 判断工具※闭区间真值
27 判断工具※开区间真值
27 判断工具※左开右闭区间真值
27 判断工具※左闭右开区间真值
27 判断工具※左闭无限区间真值
27 判断工具※右闭无限区间真值
27 判断工具 $\times [a, b]$ 上的特征函数
27 判断工具 $\times (a, b)$ 上的特征函数
27 判断工具 $\times (a, b]$ 上的特征函数
27 判断工具 $\times [a, b)$ 上的特征函数
27 判断工具 $\times (-\infty, a]$ 上的特征函数
27 判断工具 $\times [a, +\infty)$ 上的特征函数
27 判断工具※象限真值
27 判断工具※凸封闭正则曲线内部真值
27 判断工具※逻辑(集合)运算真值
27 判断工具※周角等分区域判定【点A(

26、老巷工具集

以线段为直径的圆
过三点的圆(实线)
过三点的圆(虚线)
过圆上一点作圆的切线
过圆外一点作圆的切线
两圆外公切线
老巷|两圆公切线
老巷|根轴工具
两相交圆公共部分
位似外心工具
位似内心工具
极线
极点
根轴

6、圆工具

起止框(开始)
起止框(结束)
输入/输出框
处理框(向下)
处理框(向上)
判断框
箭头-水平
箭头-竖直
箭头-横-竖
箭头-竖-横
箭头-竖-横-竖
箭头-横-竖-横

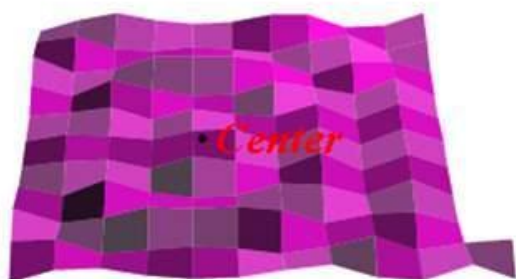
*35、算法框图

平截头体
球体
圆锥(追踪)
圆柱(追踪)
球体(追踪)
平截头体(不透明)
球体(不透明)
定义表面
定义表面(x, y, z)
画棱
画棱(虚实线)
表面涂色

*38、实体工具

等角共轭点
等截共轭点
等角共轭线
等截共轭线
等角线
PXGED
NPXGED
P_Q_R
djd
PXGEX
NPXGEX

*30、共轭



3d 函数发生器作品

◆ $z[1] + z[2]$
 ◆ $z[1] - z[2]$
 ◆ $z[1] \times z[2]$
 ◆ $z[1] \div z[2]$
 ◆ $1/z$
 ◆ z^2
 ◆ z^k
 ◆ z^c
 ◆ e^z
 ◆ $\ln z$
 ◆ $\sinh z$
 ◆ $\cosh z$
 ◆ $\sin z$
 ◆ $\cos z$
 ◆ $\tan z$
 ◆ z 旋转 θ 角
 ◇ $|z|$
 ◇ $|Z|$
 ◇ $\arg(z)$
 ◇ $|z[1] - z[2]|$
 ◇ $|Z[1] - Z[2]|$
 ▲ 拟 3D 变换【 $c \setminus z$ 】
 ▲ 半球面贴膜变换
 ▲ 仿射压缩变换【 $R, L, ysb,$
 ▲ 仿射变换【 $ax+cy+e$ 】

▲ Moebius 变换 1【圆, 点】
 ▲ Moebius 变换 2【 $ABC \rightarrow A' B' C'$ 】
 ▲ Moebius 变换 3【 $(Az+C)/(Cz+D)$ 】
 ▲ Mira 变换【 $b, f(x)$ 】
 Δp (逃逸) 示性数【迭代终点: $x[\$], y[\$]$ 】
 Δp 示性数、 p 变换点 Z, T 【 $x[\$], y[\$]$ 】
 $\Delta N-p$ (逃逸) 示性数【迭代终点: $x[\$], y[\$]$ 】
 $\Delta N-p$ 示性数、 p 变换点 Z, T 【 $x[\$], y[\$]$ 】
 $\Delta et(eT), em(eM)$ 【迭代象 EM, ET 】
 ★ 平滑着色参数 RGB【 et, em 】
 ★ 夸张着色参数 RGB【 et, em 】
 ★ 镂空效果参数 RGB【 et, em 】
 ★ N 集着色参数 HSV【 $et, em, \text{点}$ 】
 ★ 镂空编辑参考【由夸张着色 GRB 参数】
 ★ 等高线示性数 s 【可双击编辑】
 ★ xuefeiyang 色带 RGB【 $0 < s < 1$ 】
 ★ changxude 彩带 GRB
 ☆ RGB 着色
 ☆ HSV 着色
 ☆ 单参着色
 ☆ 灰度着色
 ※ IFSP 开区间示性数
 ※ IFSP 闭区间示性数
 ※ IFSP 左闭右开区间示性数
 ※ IFSP 左开右闭区间示性数

新坐标系工具
 函数 $y=f(x)$ 图像
 函数 $x=f(y)$ 图像
 参数方程 (u, v) 曲线
 极坐标方程 $r=r(\theta)$
 极坐标方程 $\theta=\theta(r)$
 数列 an 函数象
 数列 an 迭代象
 递推数列迭代象
 抛物线 (焦点+准线基点)
 抛物线 (焦点+准线)
 椭圆 (两焦点+准圆上一点)
 椭圆 (中心+长轴顶点)
 双曲线 (两焦点+准圆上一点)
 双曲线 (中心+顶点)
 二次曲线 (焦点+准线 (圆))
 二次曲线 (焦点+准线基点)
 五点二次曲线
 五线二次曲线
 两点直线
 线段中垂线
 过点和线段平行的直线
 过点和线段垂直的直线
 曲线点的切线
 曲线点的法线
 曲线交点工具
 函数图像交点工具

*44、分形工具

7、新坐标系

01 两线合一
 01 三线合一
 01 四线合一
 01 五线合一
 01 六线合一
 02 有限+单向无限
 02 有限+双向无限
 03 开线合并
 04 三点一线
 04 四点一线
 04 五点一线
 04 过四点和端点切线的曲线
 05 多曲线合一

向量的加法
 向量的减法
 向量的乘法
 向量的除法
 向量的平方
 向量的模的平方
 平面两共点向量的和
 平面两共点向量的差
 空间三共点向量的和
 向量的直角坐标形式
 向量的极坐标形式
 复数的代数式
 复数的指数式
 和向量的直角坐标形式

作 30° 角
 作 45° 角
 作 60° 角
 作 90° 角
 作 120° 角
 作平角 (含箭头)
 作周角 (含箭头)
 作带度量值的角
 作已知角 ($0^\circ \sim 180^\circ$)
 加角平分线 (实线)
 加角平分线 (虚线)
 加角的三等分线
 n 等分角工具

平行四边形
 平行四边形 (含对角线)
 一对对角为 30° 的平行四边形
 一对对角为 45° 的平行四边形
 一对对角为 60° 的平行四边形
 矩形
 菱形
 菱形 (含对角线)
 正方形
 正方形 (含对角线)
 梯形
 直角梯形
 等腰梯形
 底角为 30° 的等腰梯形
 底角为 45° 的等腰梯形
 底角为 60° 的等腰梯形

16、曲线工具

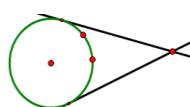
*28、向量工具

2、角工具

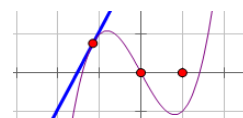
4、四边形



弯箭头和转轴标识



过圆外一点做圆的切线



函数图象切线工具

石岩|数轴工具
 石岩|不等式解集工具
 石岩|不等式区间阴影
 石岩|等分线段
 老巷|线型轨迹化工具
 垂线段工具
 作线段的垂直平分线(实线)
 作线段的垂直平分线(虚线)
 过直线(线段)外一点作平行线(实线)
 过直线(线段)外一点作平行线(虚线)
 标记线段长度(需标记单位长度)
 简单标记工具
 标记较短线段

1、线工具

Euler线
 Lemoine线
 极轴
 Brocard轴
 九点圆
 Spieker圆
 Brocard圆
 Neuberg圆
 McCay圆
 Apollonius圆
 Schoute圆系
 第一Lemoine圆
 第二Lemoine圆
 Taylor圆
 Fuhrmann圆

*23、特殊线与圆

标准线型设置
 虚线-1
 虚线-2
 点-虚线
 点-点-虚线
 弧 虚线-1
 弧 虚线-2
 弧 点-虚线
 弧 点-点-虚线
 圆 虚线-1
 圆 虚线-2
 圆 点-虚线
 圆 点-点-虚线

*20 虚线工具

飞狐|直角坐标系【无参版】
 飞狐|直角坐标系【参数版】
 蚂蚁|直角坐标系【无参版】
 蚂蚁|直角坐标系【参数版】
 蚂蚁|第一象限【无参版】
 蚂蚁|三角坐标系【无参版】
 函数 $y=f(x)$ 图象生成工具(轨迹)
 函数 $x=f(y)$ 图象生成工具(轨迹)
 飞狐|函数 $y=f(x)$ 图象生成工具(图象)
 飞狐|函数 $x=f(y)$ 图象生成工具(图象)
 参数曲线生成工具(轨迹)
 两函数交点工具
 数列图象生成工具
 函数单调区间配色工具
 曲线的切(法)线工具

9、经典坐标系

任意正多边形
 正 n 边形(内 $n \leq 42$)
 正 n 边形(外 $n \leq 42$)
 正 $2n$ 边形(对角 $n \leq 20$)
 老巷|正多边形1(中心O、顶点A)
 老巷|顶点补充1(中心O、顶点A)
 老巷|正多边形2(顶点A1、A2)
 老巷|顶点补充2(顶点A1、A2)

5、正多边形

块
 射影
 棋盘
 楼梯
 9点圆
 曲线网
 五边螺旋
 Bezier曲线
 cv曲线

*25、艺术工具

圆形滑块
 基本的水平滑块
 基本的垂直滑块
 有界的水平滑块
 有界的垂直滑块
 整数的水平滑块
 可调节的垂直滑块
 可调节的水平滑块
 整数的垂直水平滑块

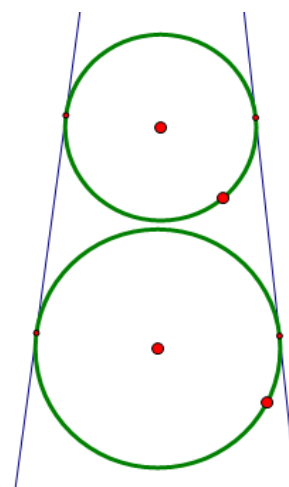
*29、滑块工具

相似三角形
 相似中心
 相似不动点
 相似不动点之二
 逆相似轴
 两圆外位似中心
 两圆内位似中心
 3顺相似形
 逆相似圆

*21、相似形

分段函数
 老巷|填表工具
 过三点的抛物线(1)
 过三点的抛物线(2)
 函数图象单调区间配色
 老巷|曲线的切(法)线工具
 曲率: 选择 $f(x)$ - 点
 切线: 选择 $f(x)$ - 点
 法线: 选择 $f(x)$ - 点
 两个函数最值工具
 在给定区间上的 $f(x)$
 $f(x) = 0$ 的根: 选择 $f(x)$ - 初始点
 拐切线 $f'(x_0)=0$: 选择 $f(x)$ - 初始点
 极大/极小值 $f'(x_0)=0$: 选择 $f(x)$ - 初始点
 弧长: 选择函数 $f(x)$ - 参数 N - 点A - 点B
 $f(x)=g(x)$ 的交点: 选择 $f(x)$ - $g(x)$ - 初始点
 反导数: 选择 $f(x)$ - 参数 N - 点 x_0 - 终点endPt
 一个函数的定积分: 选择函数 $f(x)$ - 参数 N - 点A - 点B
 两个函数差的定积分: 选择函数 $f(x)$ -函数 $g(x)$ - 参数 N - 点A - 点B

10、函数工具






两圆的外公切线

第五节 几何画板在其他学科中的应用实例

几何画板中文全称为“21 世纪的动态几何画板”，最初设计为数学学习使用，是对解析几何的完美诠释。但在实际工作中，使用者研究其各种功能，开发到了多个领域，分形和物理就有许多优秀的作品。关于分形几何有关知识，请参见软件安装路径下“Sketchpad Help”文件夹中的《分形艺术程序设计》。

这里展示几个物理课件和地理的效果图，一是分享作者的成功作品，二是提示板友，制作课件很重要，但已有的优秀课例，能找到而且可以为学习所用，更加重要。展示的物理课例是张怀华老师的作品，地理课例是台湾画板大师官长寿的作品，在随机安装路径中都有源文件。

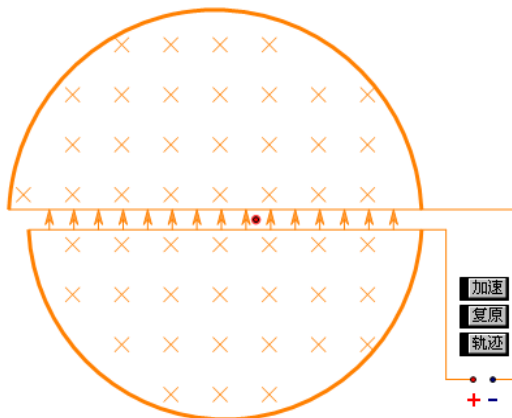
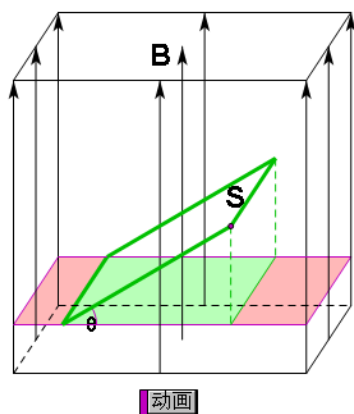
- | | |
|--|--|
|  变压器 |  机械能守恒的模拟 |
|  波的叠加 |  交流过电容器 |
|  波的干涉 |  介质波速 |
|  磁通量 |  霓虹 |
|  电磁波 |  抛体运动 |
|  电磁振荡 |  抛物线与弹道曲线 |
|  电容式麦克风 |  偏振光起偏 |
|  动量守恒的模拟掩饰 |  三角发动机 |
|  动能与重力势能的转化 |  色散 |
|  动态平衡 |  示波管 |
|  多普勒效应 |  旋光效应 |
|  分子热运动 |  永动机 |
|  干涉强弱 |  增透膜 |
|  合力大小与分力夹角的关系 |  振动与波动 |
|  横波形成 |  直线加速器 |
|  回旋加速器 |  纵波干涉 |
|  活塞发动机 | |

课件目录

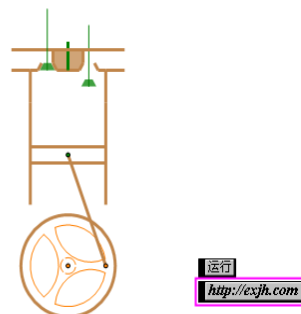
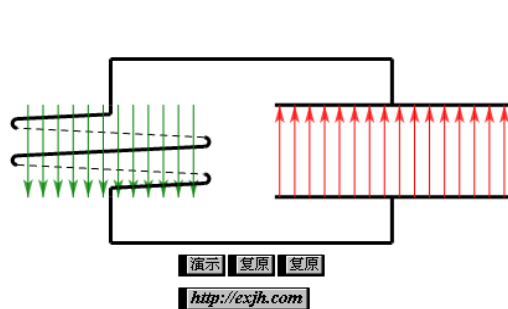


小熊维尼

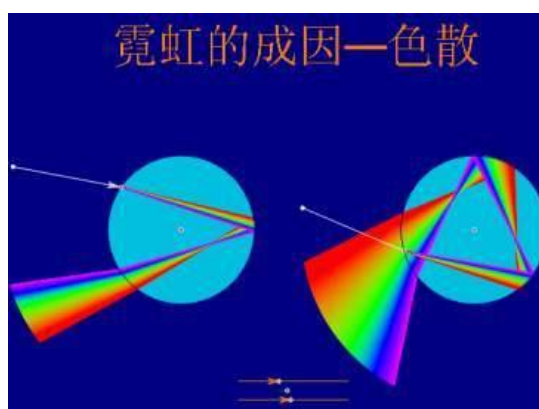
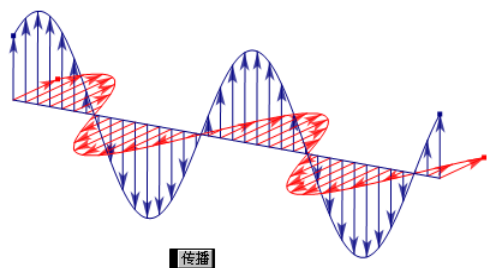
磁通量示意图 回旋加速器原理



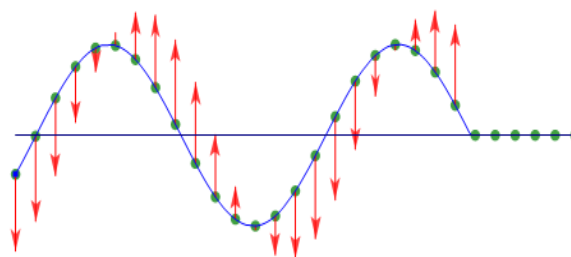
电磁振荡电路原理 活塞式发动机的工作原理



电磁波的形成与传播

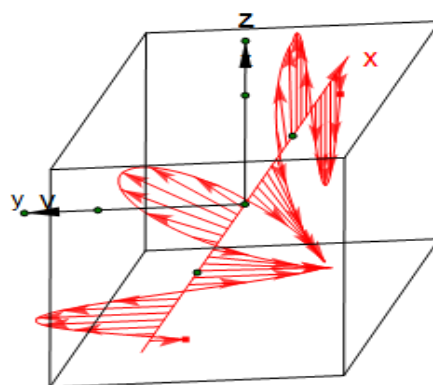


质点振动和波的传播



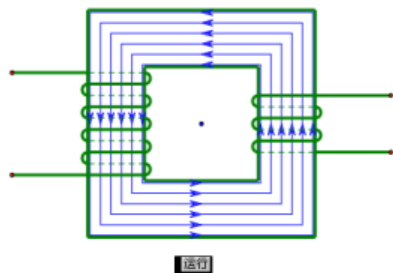
【复原】 【开始】 振幅 = 1.600 厘米 波长 = 6.000 厘米 $v = 1.500$ 厘米

偏振光的旋光效应

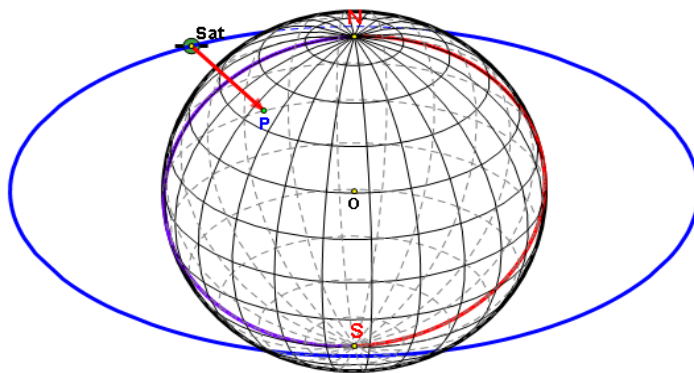
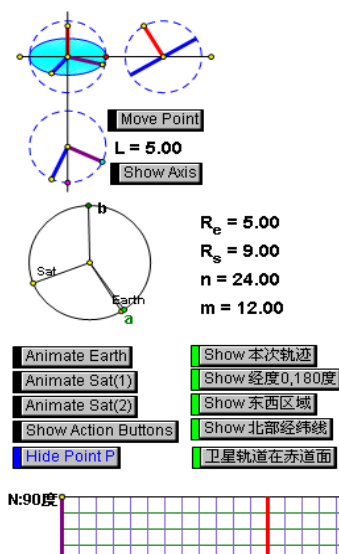
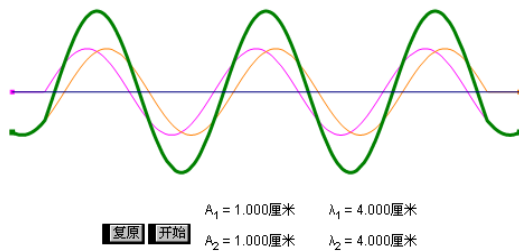


【旋转】 【复原】 【参数】

变压器工作原理

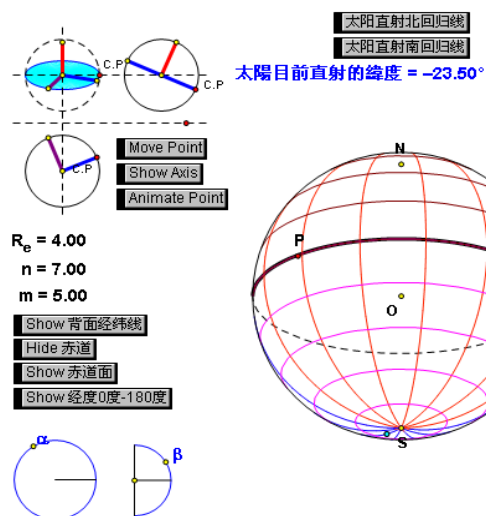


波的干涉原理



地理应用：卫星轨道

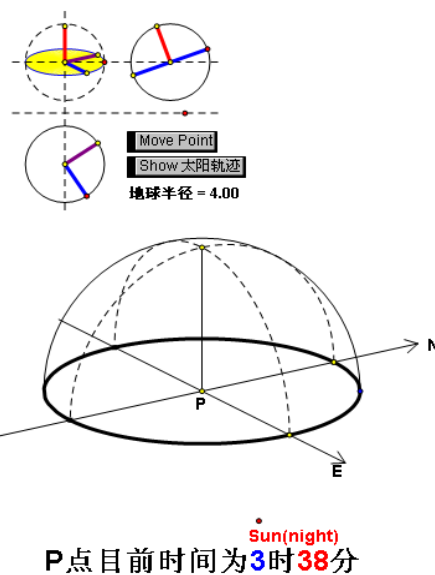
地球自转并观察太阳位置：



目前观测者P所在经度 = 122.10°

目前观测者P所在纬度 = 31.32°

地理应用：地球自转并观察太阳位置



后 记

十年前,当几何画板软件是三张软盘时,看了它一眼,却一直没有时间研究,只是知道这是一个好东西。2011年,儿子要中考,我才有时间学习一下画板,与儿子共同应对中考试题中动点问题。他白天上学,我抽空学习。为了应对他每天晚上的画板学习进度,只能加速提高自己的实践水平。4个月下来,他中考满分,我则几乎成了画板教练。

从我国恢复高考制度以来,许多学习都是应试的,教学设计也多是讲求教法的。随着素质教育的大力推行,教育才开始走向思维层面,开始研究“学习”的技术,课堂教学目标也开始转向学习目标,开始提倡为培养学生独立思考能力、创新能力和实践能力而设计学习环节。

“学而时习之,不亦乐乎”这是古训,但中国的学习多用于了考试,大家在教学生的同时,往往忽略了学习的本身含义。“习”的本身含义是“操作”、“实践”、“践行”的意思,学习本身的含义就是学习如何实践与生活。可惜的是,我们的教育多用在培养孩子如何答卷子上了。学了以后,多“习”在回答试卷上了。数学教师接触到了几何画板,用它组织学生的学习,很容易上手,也容易上瘾。原因之一,是画板弥补了多年来数学教育的空虚,它的理性令使用者惊叹。原因之二,是目前的教师多是我国恢复高考制度的“产品”,大家在自己学习的生涯中,数学也是用来答题的,没有用数学生活。直到使用画板组织学生学习,才第一次体会到“学而习之”的块乐!

剪纸艺人使用手中普通的剪刀,就能剪出美丽的窗花,仰仗的是思维和手艺高超,不在于剪刀材质如何过硬。几何画板软件,也似剪刀,它诞生多年,没有华丽的外表,却有着旺盛的生命力。因为使用它的人思维得到开发,能力得到提高,众人的集体智慧使得画板生命之花不断绽放。几何画板小巧玲珑,主程序只有2兆。占据软件更多空间的恰恰是国人多年的实践精华的倾力奉献。在随机的1300多个实例中,几乎涵盖了目前从小学、初中到高中数学的全部学习过程内容,而且不仅仅是数学,物理、地理等学科也有涉猎。在借鉴使用他人成果基础上的学习,才是真正的学习。

几何画板所提供的强大功能远远不止手册中所讲述的内容,真心希望本手册能给大家带来方便。画板技术是有限的,但创造的思维是无限的,更希望板友能在手册的基础上开发出更有价值的作品。

本手册的许多资源来自网上收集资料。看到署名的有李玉强、甘志高、朱宇刚、张怀华、陈发铨、梁宝同等,还有更多的网友作品。大家写作风格不同,文档格式体例也有不同,我只是将大家作品中的精华整合在一起,以求给更多的朋友以更大的帮助。在这里向自觉奉献的画板前辈致以崇高的敬意和衷心地感谢!

物理学家拉比认为:“只有把科学和人文学科融为一体,我们才能期望达到与我们时代相称的智慧的顶点”。在手册编写时,尽力将数学原理与画板实践结合,并尊重数学发展史话,但个人数学功力有限,始终对本手册体现的数学文化不能满意。

受思维和板技水平的限制,尽管想努力详尽讲述画板基本功能和操作,但画板功能之强大,远不是一人能挖掘完的,其中纰漏之处难免,甚至错误都可能出现,请板友海涵。板友在学习过程中的困难或问题,可以直接进入官方网站(英语环境)学习,也可以进入论坛实验室(<http://www.gspggb.com>)讨论和课件园(<http://www.kejianyuan.com>)进行交流。

笔者在百度用户名“tjj_tyb”,在Gspggb论坛用户名“一级画师”,同时,在“前言”中言及的两个群时常在线。欢迎将文稿的错误之处直接与笔者联系,不胜感激!

二〇一四年八月九日 哈尔滨