广东省 2018 届高三七校第一次联考

数学（理科）

本试卷共 4 页,23 小题,满分 150 分.考试用时 120 分钟.

参考公式： $S_{球表}=4\pi R^2$，其中 R 表示球的半径

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,满分 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $A=\{x\mid x^2-4x-5\le 0\}$，$B=\{x\mid |x|\le 2\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$（　　）

A. $[2,5]$　　B. $(2,5]$　　C. $[-1,2]$　　D. $[-1,2)$

2. 如果复数 $\dfrac{m^2+i}{1+mi}$ 是纯虚数,那么实数 m 等于（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 0 或 1　　D. 0 或 -1

3. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-6\ge 0\\ x+2y-6\le 0\\ y\ge 0\end{cases}$，则目标函数 $z=x+y$ 最大值是（　　）

A. 3；　　B. 4；　　C. 6；　　D.8

4. 已知某批零件的长度误差（单位：毫米）服从正态分布 $N(0,3^2)$，从中随机取一件，其长度误差落在区间 $(3,6)$ 内的概率为（　　）

（附：正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 中，
$P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)=68.26\%$ $P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)=95.44\%$）

A. 4.56%　　B.13.59%　　C. 27.18%　　D. 31.74%

5. 下列函数中，在其定义域内是增函数而且又是奇函数的是（　　）

A. $y=2^x$　　B. $y=2^{|x|}$　　C. $y=2^x-2^{-x}$　　D. $y=2^x+2^{-x}$

6. 下列有关命题的说法正确的是 (　　)

A. 命题“若 $x^2=1$,则 $x=1$”的否命题为：若 $x^2=1$,则 $x\ne 1$”.

B. “$x=-1$”是“$x^2-5x-6=0$”的必要不充分条件.

C. 命题“$\exists x\in \mathbf{R}$,使得 $x^2+x+1<0$”的否定是：“$\forall x\in \mathbf{R}$,均有 $x^2+x+1<0$”.

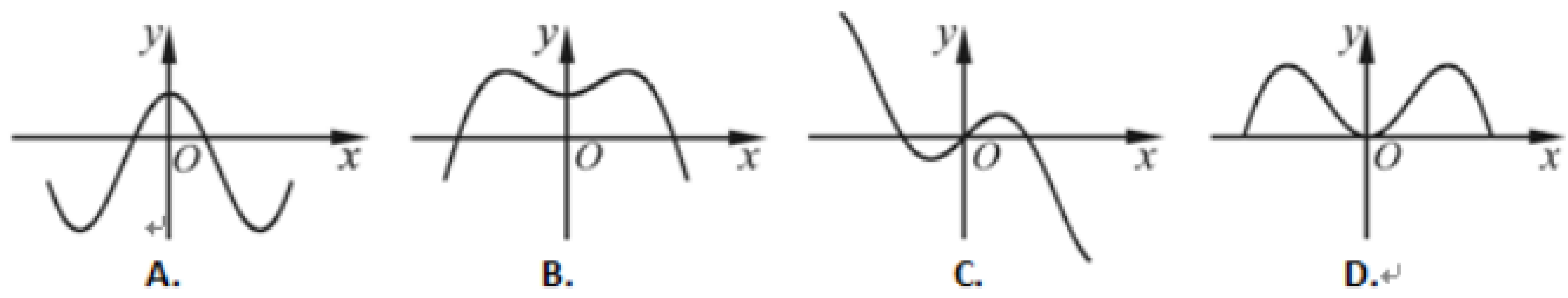
D. 命题“若 $x=y$,则 $\sin x=\sin y$”的逆否命题为真命题.

7. 已知函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 在 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 处取得最大值，则函数 $y=\cos(2x+\varphi)$ 的图象（　　）

A.关于点 $(\dfrac{\pi}{6},0)$ 对称　　B. 关于点 $(\dfrac{\pi}{3},0)$ 对称

C. 关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称　　D. 关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称

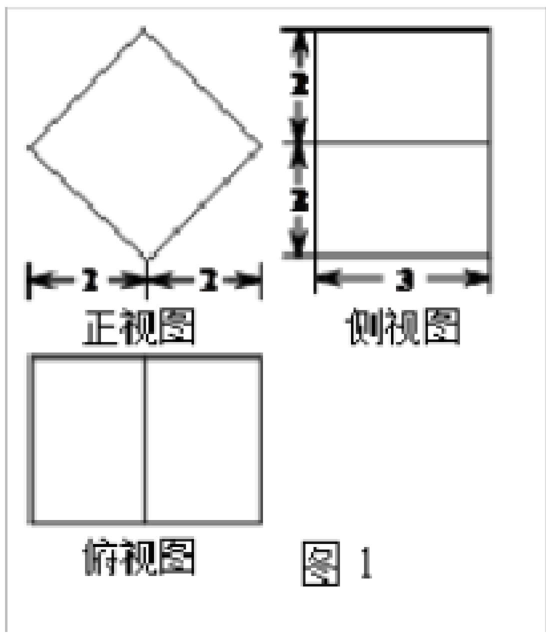
8. 函数 $f(x)=x\cos x$ 的导函数 $f'(x)$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的图像大致是（　　）



9．二项式 $(\frac{1}{x}-2x^2)^9$ 展开式中 ,除常数项外 ,各项系数的和为（　　　）

A. -671　　**B.** 671　　**C.** 672　　**D.** 673

10.某一简单几何体的三视图如图 1 所示 ,该几何体的外接球的表面积是（　　　）



A．13π　　**B**．16π　　**C**．25π　　**D**．27π

11.已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，以 F 为圆心和双曲线的渐近线相切的圆与双曲线的一个交点为 M，且 MF 与双曲线的实轴垂直，则双曲线 C 的离心率为（　　　）

A . $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　**B.** $\sqrt{5}$　　**C.** $\sqrt{2}$　　**D .** 2

12. 已知函数 $y=x^2$ 的图象在点 (x_0,x_0^2) 处的切线为 l，若 l 也与函数 $y=\ln x$，$x\in(0,1)$ 的图象相切，则 x_0 必满足（　　）

A．$0<x_0<\frac{1}{2}$　　**B**．$\frac{1}{2}<x_0<1$　　**C**．$\frac{\sqrt{2}}{2}<x_0<\sqrt{2}$　　**D**．$\sqrt{2}<x_0<\sqrt{3}$

第Ⅱ卷 (非选择题　共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分 .第 13～21 题为必考题 ,每个试题考生都必须作答 .第 22～23 为选考题 ,考生根据要求作答 .

二、填空题 :本大题共 4 小题,每小题 5 分,满分 20 分.

13.设向量 $\mathbf{a}$ 、$\mathbf{b}$ 满足 :$|\mathbf{a}|=1$, $|\mathbf{b}|=2$, $\mathbf{a}\perp(\mathbf{a}-\mathbf{b})$,则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角是 ____.

14.公元 263 年左右 ,我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时 ,多边形面积可无限逼近圆的面积 ,并创立了 “割圆术 ”利用 “割圆术 ”刘徽得到了圆周率精确到小数点后两位的近似值 3.14,这就是著名的 “徽率 ”如图 2 是利用刘徽的 “割圆术 ”思想设计的一个程序框图 ,则输出的值为 ____.

(参考数据 :$\sin15^\circ=0.2588$, $\sin7.5^\circ=0.1305$

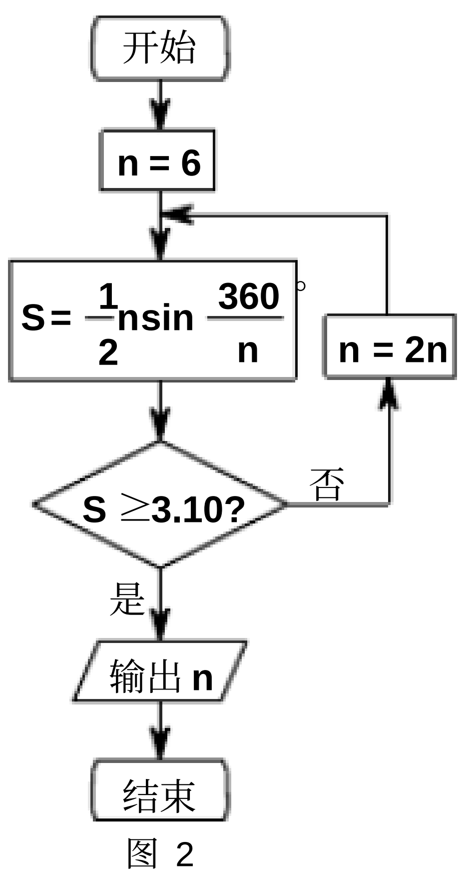


图 2

15.过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点,若 $|AF|=3$,

则 $|BF|=$______.

16. 在△ ABC 中,点 D 在边 AB 上, $CD\perp BC$, $AC=5\sqrt{3}$, $CD=5$, $BD=2AD$, 则 AD 的长为 _____.

三、解答题 :本大题共 **7** 小题 ,共 **70** 分,解答须写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤 **.**

17.(本小题满分 **12** 分)

已知 $\{a_n\}$是递增数列,其前 n 项和为 S_n, $a_1>1$,且 $10S_n=(2a_n+1)(a_n+2)$, $n\in \mathbf{N}^*$.

(Ⅰ)求数列 $\{a_n\}$的通项 a_n;

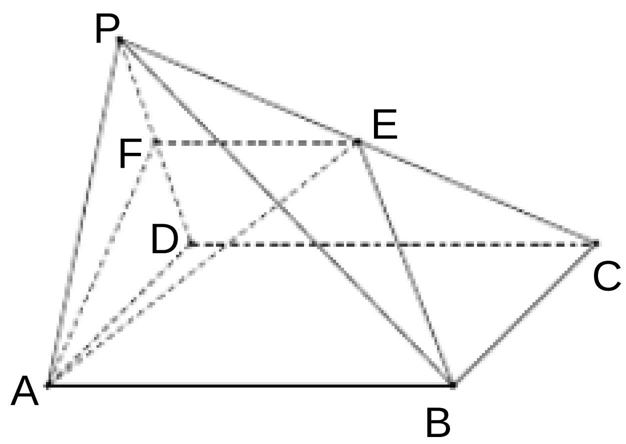
(Ⅱ)是否存在 $m, n, k\in \mathbf{N}^*$,使得 $2(a_m+a_n)=a_k$ 成立?若存在,写出一组符合条件的 m, n, k 的值;若不存在,请说明理由;

18.(本小题满分 **12** 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 ABCD 是菱形,且 $\angle ABC=120°$. 点 E 是棱 PC 的中点,平面 ABE 与棱 PD 交于点 F.

(Ⅰ)求证: $AB//EF$;

(Ⅱ)若 $PA=PD=AD=2$,且平面 $PAD\perp$平面 ABCD,求平面 PAF 与平面 AFE 所成的锐二面角的余弦值.



19.(本小题满分 **12** 分)

某中药种植基地有两处种植区的药材需在下周一、下周二两天内采摘完毕,基地员工一天可以完成一处种植区的采摘. 由于下雨会影响药材品质,基地收益如下表所示:

周一	无雨	无雨	有雨	有雨
周二	无雨	有雨	无雨	有雨
收益	20 万元	15 万元	10 万元	7.5 万元

若基地额外聘请工人,可在周一当天完成全部采摘任务. 无雨时收益为 20 万元;有雨时,收益为 10 万元. 额外聘请工人的成本为 a 万元.

已知下周一和下周二有雨的概率相同,两天是否下雨互不影响,基地收益为 20 万元的概率为 0.36.

(Ⅰ)若不额外聘请工人,写出基地收益 X 的分布列及基地的预期收益;

(Ⅱ)该基地是否应该外聘工人,请说明理由.

20.(本小题满分 12 分)

已知动点 M 到定点 $F(1,0)$ 的距离比 M 到定直线 $x=-2$ 的距离小 1.

（Ⅰ）求点 M 的轨迹 C 的方程；

（Ⅱ）过点 F 任意作互相垂直的两条直线 l_1, l_2，分别交曲线 C 于点 A, B 和 M, N．设线段 AB，MN 的中点分别为 P, Q，求证：直线 PQ 恒过一个定点；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，求 ΔFPQ 面积的最小值.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x$，$h(x)=ax\ (a\in R)$.

（Ⅰ）函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 的图象无公共点，试求实数 a 的取值范围；

（Ⅱ）是否存在实数 m，使得对任意的 $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$，都有函数 $y=f(x)+\frac{m}{x}$ 的图象在 $g(x)=\frac{e^x}{x}$ 的图象的下方？若存在，请求出最大整数 m 的值；若不存在，请说理由.

（参考数据：$\ln 2=0.6931$，，$\ln 3=1.0986$，$\sqrt{e}=1.6487$，$\sqrt[3]{e}=1.3956$）.

请考生在第 22,23 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分，做答时请写清楚题号.

22.(本小题满分 10 分)选修 $4-4$:坐标系与参数方程选讲

已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sqrt{5}\cos\alpha \\ y=1+\sqrt{5}\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数），以直角坐标系原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(Ⅰ)求曲线 C 的极坐标方程；

(Ⅱ)设 $l_1:\theta=\frac{\pi}{6}$，$l_2:\theta=\frac{\pi}{3}$，若 l_1、l_2 与曲线 C 相交于异于原点的两点 A、B，求△AOB 的面积.

23. (本小题满分 10 分)选修 $4-5$:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-a|-2x-1$.

(Ⅰ)当 $a=2$ 时，求 $f(x)+3\geq 0$ 的解集；

(Ⅱ)当 $x\in[1,3]$ 时，$f(x)\leq 3$ 恒成立，求 a 的取值范围.

数学（理科）参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	C	B	C	D	A	A	B	C	C	D

12.【解析】 D；画出图像，显然可以排除 A、B 选项．由题 $f'(x)=2x$，$f(x_0)=x_0^2$，所以 l 的方程为 $y=2x_0(x-x_0)+x_0^2=2x_0x-x_0^2$，因为 l 也与函数 $y=\ln x$ 的图象相切，令切点坐标为 $(x_1,\ln x_1)$，所以 l 的方程为 $y=\dfrac{1}{x_1}x+\ln x_1-1$，这样有 $\begin{cases}2x_0=\dfrac{1}{x_1}\\ 1-\ln x_1=x_0^2\end{cases}$，所以 $1+\ln 2x_0=x_0^2$，$x_0\in(1,+\infty)$，令 $g(x)=x^2-\ln 2x-1$，$x\in(1,+\infty)$，又因为 $g'(x)=2x-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x^2-1}{x}$，所以 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调增，又 $g(1)=-\ln 2<0$，$g(\sqrt{2})=1-\ln 2\sqrt{2}<0$，$g(\sqrt{3})=2-\ln 2\sqrt{3}>0$，从而 $\sqrt{2}<x_0<\sqrt{3}$，选 D．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．

13. $\underline{60^\circ}$　　14. $\underline{24}$；　　15. $\dfrac{3}{2}$；　　16. $\underline{5}$；

16.【解析】 5；在△ ABC 中，因为 $BD=2AD$，设 $AD=x\ (x>0)$，则 $BD=2x$．在△ BCD 中，因为 $CD\perp BC$，$CD=5$，$BD=2x$，所以 $\cos\angle CDB=\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{5}{2x}$． 在△ ACD 中，因为 $AD=x$，$CD=5$，$AC=5\sqrt{3}$，

由余弦定理得 $\cos\angle ADC=\dfrac{AD^2+CD^2-AC^2}{2\times AD\times CD}=\dfrac{x^2+5^2-(5\sqrt{3})^2}{2\times x\times 5}$．因为 $\angle CDB+\angle ADC=\pi$，

所以 $\cos\angle ADC=-\cos\angle CDB$，即 $\dfrac{x^2+5^2-(5\sqrt{3})^2}{2\times x\times 5}=-\dfrac{5}{2x}$．解得 $x=5$．所以 AD 的长为 5．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答须写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17.【解析】(Ⅰ) $10a_1=(2a_1+1)(a_1+2)$，得 $2a_1^2-5a_1+2=0$，解得 $a_1=2$，或 $a_1=\dfrac{1}{2}$．

由于 $a_1>1$，所以 $a_1=2$．…………1 分

因为 $10S_n=(2a_n+1)(a_n+3)$，所以 $10S_n=2a_n^2+5a_n+2$．

故 $10a_{n+1}=10S_{n+1}-10S_n=2a_{n+1}^2+5a_{n+1}+2-2a_n^2-5a_n-2$，…………3 分

整理，得 $2(a_{n+1}^2-a_n^2)-5(a_{n+1}+a_n)=0$，即 $(a_{n+1}+a_n)[2(a_{n+1}-a_n)-5]=0$．

因为 $\{a_n\}$ 是递增数列，且 $a_1=2$，故 $a_{n+1}+a_n\neq 0$，因此 $a_{n+1}-a_n=\dfrac{5}{2}$． …………5 分

则数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，$\dfrac{5}{2}$ 为公差的等差数列．

所以 $a_n = 2 + \frac{5}{2}(n-1) = \frac{1}{2}(5n-1)$.……………………………… 6 分

（Ⅱ）满足条件的正整数 m, n, k 不存在，证明如下：

假设存在 $m, n, k \in \mathbf{N}^*$，使得 $2(a_m + a_n) = a_k$，………………… 8 分

则 $5m-1+5n-1 = \frac{1}{2}(5k-1)$. ………………… 9 分

整理，得 $2m+2n-k = \frac{3}{5}$，　　　①

显然，左边为整数，所以①式不成立.

故满足条件的正整数 m, n, k 不存在. ………………… 12 分

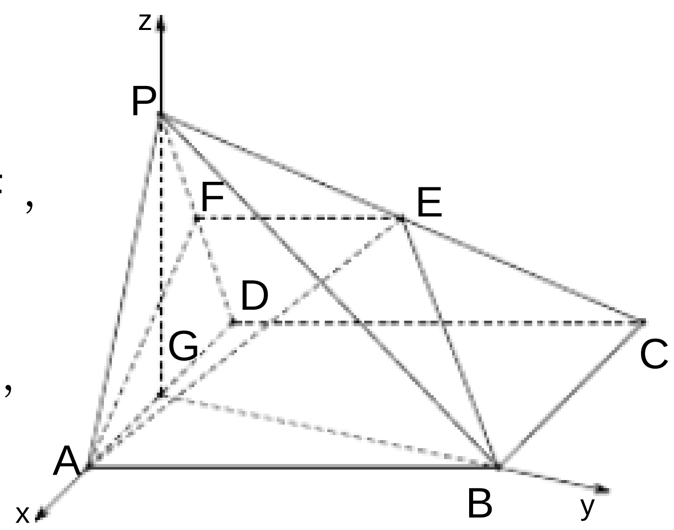
18.【解析】(Ⅰ)∵底面 $ABCD$ 是菱形，∴ $AB//CD$，

又∵ $AB \not\subset$ 面 PCD，$CD \subset$ 面 PCD，

∴ $AB//$ 面 PCD，………… 2 分

又∵ A，B，E，F 四点共面，且平面 $ABEF \cap$ 平面 $PCD = EF$，

∴ $AB//EF$；………… 4 分



(Ⅱ) 取 AD 中点 G，连接 PG，GB，∵ $PA = PD$，∴ $PG \perp AD$，

又∵平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$，且平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$，

∴ $PG \perp$ 平面 $ABCD$，∴ $PG \perp GB$，

在菱形 $ABCD$ 中，∵ $AB = AD$，$\angle DAB = 60°$，G 是 AD 中点，

∴ $AD \perp GB$，………………… 6 分

如图，建立空间直角坐标系 $G-xyz$，设 $PA = PD = AD = 2$，

则 $G(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$ $C(-2,\sqrt{3},0)$，$D(-1,0,0)$，$P(0,0,\sqrt{3})$，

又∵ $AB//EF$，点 E 是棱 PC 中点，

∴点 F 是棱 PD 中点，

∴ $E(-1,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$F(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{AF} = (-\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{EF} = (\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2},0)$，………… 8 分

设平面 AFE 的法向量为 $\vec{n} = (x,y,z)$，则有 $\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF} = 0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF} = 0 \end{cases}$，∴ $\begin{cases} z = \sqrt{3}x \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \end{cases}$，

不妨令 $x = 3$，则平面 AFE 的一个法向量为 $\vec{n} = (3,\sqrt{3},3\sqrt{3})$，………………… 10 分

∵ $BG \perp$ 平面 PAD，∴ $\overrightarrow{GB} = (0,\sqrt{3},0)$ 是平面 PAF 的一个法向量，

∵ $\cos\langle \vec{n},\overrightarrow{GB}\rangle = \frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{GB}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{GB}|} = \frac{6}{\sqrt{39}\cdot 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$，

∴平面 PAF 与平面 AFE 所成的锐二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$. ……………… 12 分

19.【解析】(Ⅰ)设下周一无雨的概率为 p，由题意，$p^2 = 0.36, p = 0.6$，………… 2 分

基地收益 X 的可能取值为 $20,15,10,7.5$，则 $P(X=20) = 0.36$，$P(X=15) = 0.24$，

$P(X=10) = 0.24$，$P(X=7.5) = 0.16$ ………………………………………… 4 分

∴基地收益 X 的分布列为：

X	20	15	10	7.5
p	0.36	0.24	0.24	0.16

$E(X) = 20\times 0.36 + 15\times 0.24 + 10\times 0.24 + 7.5\times 0.16 = 14.4$，………………………… 5 分

∴基地的预期收益为 14.4 万元. ……………………………………………… 6 分

(Ⅱ)设基地额外聘请工人时的收益为 Y 万元，

则其预期收益 $E(Y)=20\times0.6+10\times0.4-a=16-a$（万元），…………………… 8 分

$E(Y)-E(X)=1.6-a$，…………………… 9 分

综上，当额外聘请工人的成本高于 1.6 万元时，不外聘工人；成本低于 1.6 万元时，外聘工人；成本恰为 1.6 万元时，是否外聘工人均可以．…………………… 12 分

20.【解析】(Ⅰ)由题意可知：动点 M 到定点 $F(1,0)$ 的距离等于 M 到定直线 $x=-1$ 的距离，根据抛物线的定义可知，点 M 的轨迹 C 是抛物线。 …… 2 分

$\because p=2$，$\therefore$ 抛物线方程为：$y^2=4x$ …… 3 分

（Ⅱ）设 A,B 两点坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，则点 P 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$．

由题意可设直线 l_1 的方程为 $y=k(x-1)$ $(k\neq0)$，

由 $\begin{cases}y^2=4x,\\ y=k(x-1),\end{cases}$ 得 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$．

$D=(2k^2+4)^2-4k^4=16k^2+16>0$．…………………… 5 分

因为直线 l_1 与曲线 C 于 A,B 两点，所以 $x_1+x_2=2+\frac{4}{k^2}$，$y_1+y_2=k(x_1+x_2-2)=\frac{4}{k}$．

所以点 P 的坐标为 $(1+\frac{2}{k^2},\frac{2}{k})$．…………………… 6 分

由题知，直线 l_2 的斜率为 $-\frac{1}{k}$，同理可得点 Q 的坐标为 $(1+2k^2,-2k)$．…………………… 7 分

当 $k\neq\pm1$ 时，有 $1+\frac{2}{k^2}\neq1+2k^2$，此时直线 PQ 的斜率 $k_{PQ}=\frac{\frac{2}{k}+2k}{1+\frac{2}{k^2}-1-2k^2}=\frac{k}{1-k^2}$．…… 8 分

所以，直线 PQ 的方程为 $y+2k=\frac{k}{1-k^2}(x-1-2k^2)$，

整理得 $yk^2+(x-3)k-y=0$．

于是，直线 PQ 恒过定点 $E(3,0)$；

当 $k=\pm1$ 时，直线 PQ 的方程为 $x=3$，也过点 $E(3,0)$．

综上所述，直线 PQ 恒过定点 $E(3,0)$． …………………… 10 分

（Ⅲ）可求的 $|EF|=2$，

所以 ΔFPQ 面积 $S=\frac{1}{2}|FE|(\frac{2}{|k|}+2|k|)=2(\frac{1}{|k|}+|k|)\geq4$．

当且仅当 $k=\pm1$ 时，“$=$”成立，所以 ΔFPQ 面积的最小值为 4． …………… 12 分

21.【解析】(Ⅰ)函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 无公共点，等价于方程 $\frac{\ln x}{x}=a$ 在 $(0,+\infty)$ 无解．… 2分

令 $t(x)=\frac{\ln x}{x}$，则 $t'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，令 $t'(x)=0$，得 $x=e$

x	$(0,e)$	e	$(e,+\infty)$
$t'(x)$	+	0	−
$t(x)$	增	极大值	减

因为 $x=e$是唯一的极大值点，故 $t_{max}=t(e)=\frac{1}{e}$ ………………4 分

故要使方程 $\frac{\ln x}{x}=a$ 在 $(0,+\infty)$ 无解，当且仅当 $a>\frac{1}{e}$

故实数 a 的取值范围为 $(\frac{1}{e},+\infty)$ ……………………6 分

（Ⅱ）假设存在实数 m 满足题意，则不等式 $\ln x+\frac{m}{x}<\frac{e^x}{x}$ 对 $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ 恒成立 .

即 $m<e^x-x\ln x$ 对 $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ 恒成立 . ……………………6 分

令 $r(x)=e^x-x\ln x$，则 $r'(x)=e^x-\ln x-1$，

令 $\varphi(x)=e^x-\ln x-1$，则 $\varphi'(x)=e^x-\frac{1}{x}$， ……………7 分

因为 $\varphi'(x)$ 在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递增，$\varphi'(\frac{1}{2})=e^{\frac{1}{2}}-2<0$，$\varphi'(1)=e-1>0$，且 $\varphi'(x)$ 的图象在 $(\frac{1}{2},1)$ 上连续，所以存在 $x_0\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $\varphi'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$，则 $x_0=-\ln x_0$ ………9 分

所以当 $x\in(\frac{1}{2},x_0)$ 时，$\varphi(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$\varphi(x)$ 单调递增,

则 $\varphi(x)$ 取到最小值 $\varphi(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0-1=x_0+\frac{1}{x_0}-1\geq 2\sqrt{x_0\cdot\frac{1}{x_0}}-1=1>0$，

所以 $r'(x)>0$，即 $r(x)$ 在区间 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 内单调递增 . …………………… 11分

$m\leq r(\frac{1}{2})=e^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}=e^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\ln 2=1.99525$，

所以存在实数 m 满足题意，且最大整数 m 的值为 1. …… ………12分

22.【解析】(Ⅰ)∵曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\sqrt{5}\cos\alpha\\ y=1+\sqrt{5}\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数)

∴曲线 C 的普通方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ …………2 分

将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入并化简得： $\rho=4\cos\theta+2\sin\theta$

即曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta+2\sin\theta$. …………5 分

（Ⅱ）在极坐标系中， C：$\rho=4\cos\theta+2\sin\theta$

∴由 $\begin{cases}\theta=\frac{\pi}{6}\\ \rho=4\cos\theta+2\sin\theta\end{cases}$ 得到 $|OA|=2\sqrt{3}+1$ …………7 分

同理 $|OB|=2+\sqrt{3}$. ………… 9 分

又∵ $\angle AOB=\frac{\pi}{6}$ ∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|OA|\cdot|OB|\sin\angle AOB=\frac{8+5\sqrt{3}}{4}$.

即 ΔAOB 的面积为 $\dfrac{8+5\sqrt{3}}{4}$.　　　　　　　　…………　10分

23.【解析】（Ⅰ）当 $a=2$时，由 $f(x)\ge -3$，可得 $|x-2|-|2x-1|\ge -3$，

① $\begin{cases} x<\dfrac{1}{2}, \\ 2-x+2x-1\ge -3 \end{cases}$ 或② $\begin{cases} \dfrac{1}{2}\le x<2, \\ 2-x-2x+1\ge -3 \end{cases}$ 或③ $\begin{cases} x\ge 2, \\ x-2-2x+1\ge -3 \end{cases}$ …………………3　分

解①得 $-4\le x<\dfrac{1}{2}$；解②得 $\dfrac{1}{2}\le x<2$；解③得 $x=2$. …………………4　分

综上所述，不等式的解集为 $\{x|-4\le x\le 2\}$. …………………5　分

（Ⅱ）若当 $x\in[1,3]$时，$f(x)\le 3$成立,

即 $|x-a|\le 3+|2x-1|=2x+2$. …………………6 分

故 $-2x-2\le x-a\le 2x+2$，

即 $-3x-2\le -a\le x+2$，…………………8　分

$\therefore$ $-x-2\le a\le 3x+2$ 对 $x\in[1,3]$时成立 .

$\therefore a\in[-3,5]$.　　　　　　　　　　…………………　10分