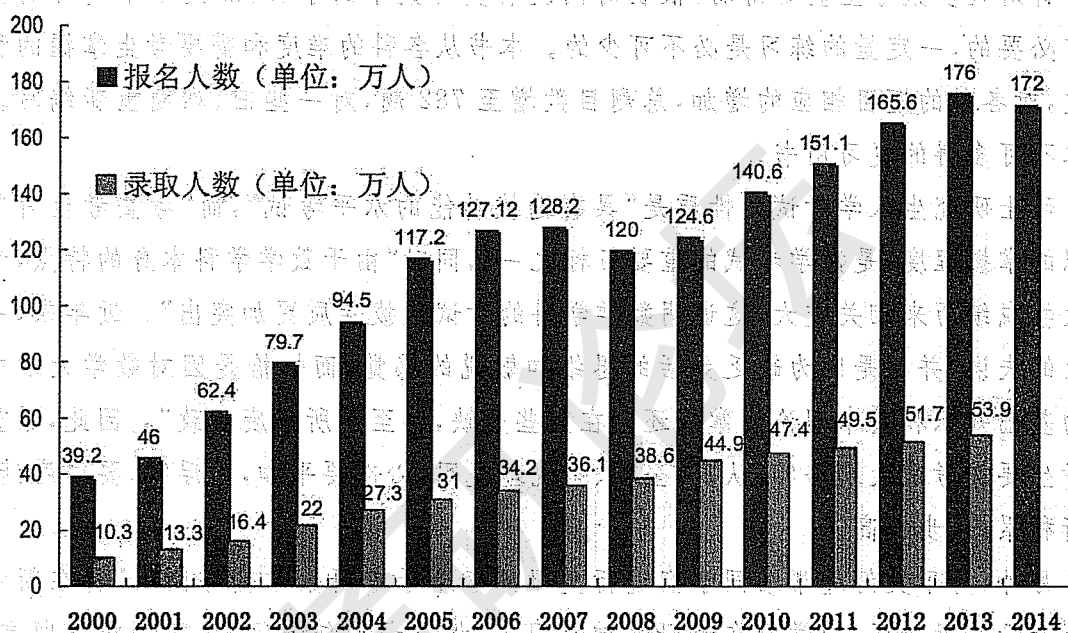


前言

考研论坛——考研人的精神家园



考研报名人数与录取人数统计

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书,从2002年至今,已出版13年了,十多年来,得到了广大考生的信任与好评,成为考生心目中基础复习必备题集。2015版《660题》在2014版的基础上,进行了修订和调整,精益求精,全新升级,力争给考生们的复习带来更大的益处。

本书内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计,题型为选择题和填空题。在题目的编制设计上,我们有两个基本构思:一是选择题与填空题的模拟题,二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看,最近五年数学三的选择題、填空题难度系数如下:

	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年
选择题	0.638	0.613	0.698	0.637	0.617
填空题	0.447	0.538	0.508	0.528	0.412

是不是丢分丢得有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习吧。

针对大多数考生基础薄弱，很长时间没有复习数学的事实，加大数学复习的强度是有必要的，一定量的练习是必不可少的。本书从各科的难度和需要考生掌握的程度出发，对各科的题目相应的增加，总题目数增至 782 题，对一些旧、难题重新编写。是一本不可多得的复习用书。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺，甚至有所偏废所致”。因此，希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习，心态要平和，戒浮躁，要循序渐进，不断积累，逐步提高。

另外，为了更好地帮助同学们进行复习，“李永乐考研数学辅导团队”特在新浪微博上开设答疑专区，同学们在考研数学复习中，如若遇到任何问题，即可在线留言，团队老师将尽心为你解答。请访问 weibo.com/金榜图书官方微博。

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利，心想事成，考研成功！

编 者

2014 年 1 月

目录

考研论坛——考研人的精神家园

第 1 部分 选择题

微积分	3
线性代数	41
概率论与数理统计	58
参考答案	74
微积分	74
线性代数	167
概率论与数理统计	205

第 2 部分 填空题

微积分	239
线性代数	253
概率论与数理统计	262
参考答案	270
微积分	270
线性代数	336
概率论与数理统计	365

第一部分

选择题

微积分
线性代数
概率论与数理统计

微积分

1 设 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 均无界, $\{z_n\}$ 有界, 则以下命题正确的是

- (A) $\{x_n + y_n\}$ 无界. (B) $\{x_n y_n\}$ 无界.
(C) $\{x_n + z_n\}$ 无界. (D) $\{x_n z_n\}$ 无界.

2 设 $f(x)$, $g(x)$ 与 $h(x)$ 均为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的非零函数, 且 $g(x)$ 为奇函数, $h(x)$ 为偶函数, 则

- (A) $f(g(x))$ 必为奇函数. (B) $g(f(x))$ 必为奇函数.
(C) $f(h(x))$ 必为偶函数. (D) $h(f(x))$ 必为偶函数.

3 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的严格增函数与严格减函数, 则

- (A) $f(g(x))$ 为严格减函数. (B) $f(g(x))$ 为严格增函数.
(C) $f(x)g(x)$ 为严格减函数. (D) $f(x)g(x)$ 为严格增函数.

4 下述命题正确的是

- (A) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界.
(B) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在, 则存在 $\tilde{U}_\delta(x_0)$, 当 $x \in \tilde{U}_\delta(x_0)$ 时 $f(x)$ 无界.
(C) 设存在 $\tilde{U}_\delta(x_0)$, 当 $x \in \tilde{U}_\delta(x_0)$ 时 $f(x)$ 无界, 则必有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$.
(D) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, 则必存在 $\tilde{U}_\delta(x_0)$, 当 $x \in \tilde{U}_\delta(x_0)$ 时 $f(x)$ 无界.

【注】 这里 $\tilde{U}_\delta(x_0) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\}$, 下同.

5 下述命题

- ① 设 $f(x)$ 在任意的闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续.
② 设 $f(x)$ 在任意的闭区间 $[a, b]$ 上有界, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界.
③ 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为正值的连续函数, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上也是正值的连续函数.
④ 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为正值的有界函数, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上也是正值的有界函数.

其中正确的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

6 下述命题正确的是

- (A) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则必存在 $\delta > 0$, 当 $x \in \dot{U}_\delta(x_0)$ 时, $f(x)$ 必存在.
 (B) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续, 则必存在 $\delta > 0$, 当 $x \in \dot{U}_\delta(x_0)$ 时, $f(x)$ 亦连续.
 (C) 设 $x = x_0$ 为 $f(x)$ 的间断点, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必不存在.
 (D) 设 $f(x_0)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必不存在.

7 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)$ 不是无穷大, 则下述结论正确的是

- (A) 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $g(x)$ 是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必是无穷小.
 (B) 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $g(x)$ 不是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小.
 (C) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 无界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必是无穷大.
 (D) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 有界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必不是无穷大.

8 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = A$, 则正确的是

- (A) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \infty$. (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = 0$.
 (C) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + h(x)) = \infty$. (D) $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x)f(x) = \infty$.

9 下述命题

- ① 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.
 ② 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \infty$.
 ③ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = 0$.
 ④ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = +\infty$.

正确的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

10 下列运算

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} + \frac{1}{\ln(1-x)} \right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(1+x)} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(1-x)} \stackrel{\textcircled{2}}{=}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x} \right) \stackrel{\textcircled{3}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) \stackrel{\textcircled{4}}{=} 0.$$

其中错误的等号是

- (A) ① 与 ②. (B) ③ 与 ④. (C) ① 与 ③. (D) ② 与 ④.

11 下列运算过程没有错误的是

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{2}}{=}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{3}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) = \frac{1}{2}.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) \stackrel{\textcircled{5}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) = \frac{1}{2}.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - \cos x}{x^2} \stackrel{\textcircled{6}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1 - (\cos x - 1)}{x^2} \stackrel{\textcircled{7}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \stackrel{\textcircled{8}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} = -\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = 0.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - \cos x}{x^2} \stackrel{\textcircled{9}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1 - (-\cos x - 1)}{x^2} \stackrel{\textcircled{10}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2 - (-\frac{1}{2}x^2)}{x^2} = 0.$$

12

已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5+f(x)}{x^2} = a$, 下列计算中, 运算过程没有错误的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + xf(x)}{x^3} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + xf(x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5+f(x)}{x^2} = a.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + xf(x)}{x^3} \stackrel{\textcircled{2}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 5x}{x} + f(x)}{x^2} \stackrel{\textcircled{3}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5+f(x)}{x^2} = a.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + xf(x)}{x^3} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^3} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} \stackrel{\textcircled{5}}{=} a.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + xf(x)}{x^3} \stackrel{\textcircled{6}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5+f(x)}{x^2} - \frac{5x - \sin 5x}{x^3} \right) \stackrel{\textcircled{7}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5+f(x)}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x - \sin 5x}{x^3} = a - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - 5\cos 5x}{3x^2} = a - \frac{5}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2} = a - \frac{125}{6}.$$

13

设 $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$

- (A) 是无穷小. (B) 是无穷大.
(C) 有界但不是无穷小. (D) 无界但不是无穷大.

14

下列极限正确的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1. \quad (B) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x = \infty. \quad (D) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1.$$

15 考察下列运算:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} (\frac{2}{x^3})}{1} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3} = \frac{4}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^5} = \dots = \infty.$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = \dots,$$

由于分子与分母一直反复,所以该极限不存在.

$$\textcircled{3} \text{ 由于 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\cos x}{x}} = \frac{1+0}{1+0} = 1, \text{ 另一方面, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} \text{ 为“} \frac{\infty}{\infty} \text{ 型”,}$$

$$\text{由洛必达法则, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}, \text{ 所以 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = 1.$$

其中运算与结论都正确的个数为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

16 设 $u(x), v(x), w(x)$ 为定义在 $x=0$ 的某去心邻域内的函数,且 $\lim_{x \rightarrow 0} u(x) = 0$, 下

述结论:

$$\textcircled{1} x \rightarrow 0 \text{ 时 } (1 + u(x))^{v(x)} - 1 \sim v(x)u(x).$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{v(x)w(x)} = [\lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{v(x)}]^{\lim_{x \rightarrow 0} w(x)}.$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{\frac{1}{u(x)}} = e.$$

正确的个数

- (A) 3 个. (B) 2 个. (C) 1 个. (D) 0 个.

17 当 $x \rightarrow 0$ 时,下述一些无穷小与 x^3 为同阶无穷小的是

$$(A) \alpha(x) = x^3 + x^2. \quad (B) \beta(x) = \frac{1 - \cos x}{x}.$$

$$(C) \gamma(x) = \int_0^{\ln(1+x)} (e^t - 1) dt. \quad (D) \delta(x) = (1 + \sin x)^{\ln(1+x)} - 1.$$

18 设 $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$, 则

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ 不存在, 但不为 } \infty.$$

19 下述极限不正确的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{x}} = 0.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x^2}} = +\infty.$$

20 设 $\ln x_n \leq \ln z_n \leq \ln y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln z_n$

- (A) 存在且等于 1. (B) 存在且等于 0.
(C) 一定不存在. (D) 不一定存在.

21 设 $\ln x_n \leq \ln a \leq \ln y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$. 其中 a 是常数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 与 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$

- (A) 都存在且都等于 a . (B) 都存在且都等于 1.
(C) 都不存在. (D) 可能存在, 可能不存在.

22 设 $z_n = x_n y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 0$. 则下述命题正确的是

- (A) 必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$.
(B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, 则 $\{x_n\}$ 必为有界数列.
(C) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$, 则必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$.
(D) 数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 不可能都是无界数列.

23 设 $\{a_n\}$ 收敛, $\{b_n\}$ 发散. 则

- (A) $\{a_n b_n\}$ 必收敛. (B) $\{a_n b_n\}$ 必发散.
(C) $\{a_n + b_n\}$ 必收敛. (D) $\{a_n + b_n\}$ 必发散.

24 设 $u_n > 0 (n = 1, 2, \dots)$ 并设数列 $\{u_n\}$ 无上界, 则

- (A) 数列 $\{\frac{1}{u_n}\}$ 必有上界.
(B) 必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$.
(C) 对于任意给定的 $M > 0$, 满足 $u_n < M$ 的 n 只有有限个.
(D) 对于任意给定的 $M > 0$, 满足 $u_n > M$ 的 n 总有无限个.

25 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, $\{x_n\}$ 为一个数列. 下列命题正确的为

- (A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 亦收敛. (B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.
(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛. (D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛.

26 设 $f(x) = \frac{(x^3 - 1)\sin x}{(x^2 + 1)x}, x \in (-\infty, +\infty), x \neq 0$. 则

- (A) 存在某 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 无界, 但在 $|x| > X$ 上有界.
(B) 存在某 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 有界, 但在 $|x| > X$ 上无界.
(C) 对任意 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 有界, 但在 $(-\infty, +\infty)$ 上无界.
(D) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $f(x)$ 有界.

41 下列命题正确的是

- (A) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f'(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f'(x)$ 均存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.
 (B) 设 $f'_-(x_0)$ 与 $f'_+(x_0)$ 均存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.
 (C) 设 $f(x_0^-)$ 与 $f(x_0^+)$ 均存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.
 (D) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f'(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f'(x)$ 中至少一个不存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 必不可导.

42 设 $F(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{x-y}}, x \neq y$, 且 $xy > 0, f(x) = \lim_{y \rightarrow x} F(x, y)$, 则 $x = 0$ 为 $f(x)$ 的

- (A) 连续点. (B) 可去间断点
 (C) 跳跃间断点 (D) 无穷间断点.

43 设 $F(x)$ 可导, 则下述命题不正确的是

- (A) 若 $F(x)$ 为奇函数, 则 $F'(x)$ 必为偶函数.
 (B) 若 $F(x)$ 为偶函数, 则 $F'(x)$ 必为奇函数.
 (C) 若 $F(x)$ 为周期函数, 则 $F'(x)$ 必为周期函数.
 (D) 若 $F(x)$ 不是周期函数, 则 $F'(x)$ 必不是周期函数.

44 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

- (A) 极限不存在. (B) 极限存在但不连续.
 (C) 连续但不可导. (D) 可导.

45 设 $g(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内二阶导数连续, 且 $g(0) = 1, g'(0) = 2, g''(0) = 1$, 且设

$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - e^{2x}}{x}, & \text{当 } x \neq 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

- (A) 不连续. (B) 连续但不可导.
 (C) 可导但导函数不连续. (D) 导函数连续.

46 设 $f(0) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

- (A) 极限不存在. (B) 极限存在但不连续.
 (C) 连续但不可导. (D) 可导且 $f'(0) = A$.

47 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内有定义, 并且 $|f(x)| \leq 1 - \sqrt{1 - x^2}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

- (A) 不连续. (B) 连续而不可导.
 (C) 可导但 $f'(0) \neq 0$. (D) $f'(0) = 0$.

48 设 $f(x), g(x), h(x)$ 在 $x = x_0$ 的邻域均有定义, 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处不可导, $h(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则下述论断正确的是

- (A) $f(x) + g(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不可导.
 (B) $f(x) + h(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不可导.
 (C) $f(x)g(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不可导.
 (D) $f(x)h(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不可导.

49 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则

(A) 必存在 $\delta > 0$, 在 $x \in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 连续.
 (B) 在 $x = x_0$ 处 $f(x)$ 必连续, 但不能保证存在 $\delta > 0$, 在 $x \in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 也连续.
 (C) 若 $f'(x_0) > 0$, 则存在 $\delta > 0$, 在 $x \in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 严格单调增.
 (D) 若 $f'(x_0) > 0$, 则存在 $\delta > 0$, 在 $x \in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x) \geq f(x_0)$.

50 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导, 且 $f(0) = 0, f'(0) \neq 0$, 则下述极限存在且为零的是

(A) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} f[\ln(1-h)]$.
 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(\sqrt{1+h^2}-1)$.
 (C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(\tanh h - \sinh h)$.
 (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(2h) - f(h)]$.

51 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内有定义, $f(0) = 0$, 则下述条件能保证 $f'(0)$ 存在的是

- (A) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} f(\ln(1-h))$ 存在.
 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(\sqrt{1+h^2}-1)$ 存在.
 (C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(\tanh h - \sinh h)$ 存在.
 (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(2h) - f(h)]$ 存在.

52 设 α 为常数, $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & \text{当 } x > 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$ 则

(A) 当 $0 < \alpha < 1$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
 (B) 当 $1 \leq \alpha < 2$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
 (C) 当 $1 < \alpha$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
 (D) 当 $2 \leq \alpha$ 时 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处右连续.

53 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处存在二阶导数, 且 $f(0) = 0, f'(0) = 0, f''(0) \neq 0$, 则

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{xf'(x)} =$

- (A) 1.
 (B) $\frac{1}{2}$.
 (C) $\frac{1}{3}$.
 (D) $\frac{1}{4}$.

54 设 $f(x)$ 连续, 且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, $f(0)=0, f'(0)=1$. 并设

$$F(x) = \int_0^x t f(x^2 - t^2) dt, \text{ 且 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^n} \text{ 存在不等于零, 则 } n =$$

- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 8.

55 下列命题正确的是

- (A) 如果 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不可导, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不连续.
 (B) 如果 $f'(x_0)=0$, 则 $f(x_0)$ 必是极值点.
 (C) 如果 $f'(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续, 则必存在 $\delta>0$, 当 $x \in U_\delta(x_0)$ 时 $f(x)$ 连续.
 (D) 如果 $f'(x_0) \neq 0$, 则 $f''(x_0)$ 必不为零.

56 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x=x_0$ 处都可导, 并且是它们的极大值点.

$$F(x) = f(x)g(x). \text{ 则}$$

- (A) $x=x_0$ 必是 $F(x)$ 的极大值点.
 (B) $x=x_0$ 必是 $F(x)$ 的极小值点.
 (C) $x=x_0$ 必不是 $F(x)$ 的极值点.
 (D) $x=x_0$ 可以是 $F(x)$ 的极值点, 也可以不是 $F(x)$ 的极值点.

57 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 存在 3 阶导数, $f'(x_0)=f''(x_0)=0, f'''(x_0)>0$. 则

- (A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值.
 (B) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极小值.
 (C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.
 (D) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

58 设 $y=f(x)$ 存在二阶导数, $f'(x_0)<0, f''(x_0)<0$. 并设 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x)$

$$- f(x_0), \Delta x = dx > 0, dy = f'(x_0)dx. \text{ 则}$$

- (A) $\Delta y < dy < 0$. (B) $dy < \Delta y < 0$.
 (C) $\Delta y > dy > 0$. (D) $dy > \Delta y > 0$.

59 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在 3 阶导数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\tan x - \sin x} = 1$. 则 $f'''(0) =$

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

60 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 的某邻域内有定义, 则“ $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$ 存在等于 A ”是“ $f'(x_0)$ 存在等于 A ”的

- (A) 充分条件而非必要条件.
 (B) 必要条件而非充分条件.
 (C) 充要条件.
 (D) 既非充分又非必要条件.

61 设 $f(x)$ 存在二阶导数, 下述结论正确的是

- (A) 若 $f(x)$ 只有两个零点, 则 $f'(x)$ 必定只有一个零点.
- (B) 若 $f''(x)$ 正好有一个零点, 则 $f(x)$ 必正好有三个零点.
- (C) 若 $f(x)$ 没有零点, 则 $f'(x)$ 至多有一个零点.
- (D) 若 $f''(x)$ 至多有两个零点, 则 $f(x)$ 至多有四个零点.

62 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内存在一阶导数, 下述论断正确的是

- (A) 若 $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) > 0$, 且 $f'(x) > 0$, 则 $f(x) > 0$ (当 $x \in (a, b)$).
- (B) 若 $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) \geq 0$, 且 $f'(x) < 0$, 则 $f(x) > 0$ (当 $x \in (a, b)$).
- (C) 若 $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) > 0$, 且 $f'(x) \neq 0$, 则 $f(x) > 0$ (当 $x \in (a, b)$).
- (D) 若 $f(b) = 0$, 且 $f'(x) > 0$, 则 $f(x) < 0$ (当 $x \in (a, b)$).

63 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + 1$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的零点个数

- (A) 没有.
- (B) 正好 1 个.
- (C) 正好 2 个.
- (D) 至少 3 个.

64 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某邻域内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = a > 0$, 则

- (A) $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极大值.
- (B) $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极小值.
- (C) 在 $x = x_0$ 的某邻域内 $f(x)$ 单调增加.
- (D) 在 $x = x_0$ 的某邻域内 $f(x)$ 单调减少.

65 设 $f(x) = |x - x_0| g(x)$, $g(x_0)$ 及 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 均存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处

可导的充要条件是

- (A) $g(x_0) = 0$.
- (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$.
- (C) $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续.
- (D) $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导.

66 设 $f(x) = \begin{cases} x^2(2 + \sin \frac{1}{x}), & \text{当 } x \neq 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$ 则

- (A) $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的驻点.
- (B) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的一个驻点, 且是 $f(x)$ 的极大值点.
- (C) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的一个驻点, 且是 $f(x)$ 的极小值点.
- (D) 存在 $\delta > 0$, 在 $\dot{U}_\delta(0)$ 的左侧 $f(x)$ 单调减, 在 $\dot{U}_\delta(0)$ 的右侧 $f(x)$ 单调增.

67 设 $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x^2} + x, & \text{当 } x \neq 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$ 则

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ 不存在, $f'(0)$ 也不存在.
 (B) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ 存在, $f'(0)$ 不存在.
 (C) $f'(0) = 1$, 并且存在 $\delta > 0$, 当 $x \in U_\delta(0)$ 时 $f(x)$ 严格单调增.
 (D) $f'(0) = 1$, 但在 $x = 0$ 的任意小的邻域 $U(0)$ 内, $f(x)$ 并不单调增.

68 设当 $x \in (0, +\infty)$ 时 $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, 则在 $(0, +\infty)$ 内

- (A) $f(x)$ 与 $f'(x)$ 都无界. (B) $f(x)$ 与 $f'(x)$ 都有界.
 (C) $f(x)$ 有界, $f'(x)$ 无界. (D) $f(x)$ 无界, $f'(x)$ 有界.

69 设 $f(x)$ 在有限区间 (a, b) 上可导, 下列命题正确的是

- (A) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 上有界, 则 $f'(x)$ 在 (a, b) 上有界.
 (B) 若 $f'(x)$ 在 (a, b) 上有界, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上有界.
 (C) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 上有界, 则 $f'(x)$ 在 (a, b) 上无界.
 (D) 若 $f'(x)$ 在 (a, b) 上有界, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上无界.

70 设 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上可导, 下列命题

- ① 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 则 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有界.
 ② 若 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有界.
 ③ 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 则 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界.
 ④ 若 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界.

正确的个数

- (A) 0 个. (B) 1 个. (C) 2 个. (D) 至少 3 个.

71 设 $f(x) = x^2 |x|$, 则 $f^{(n)}(0)$ 存在的最大 $n =$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

72 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内可导, 论断正确的是

- (A) 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$.
 (B) 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$.
 (C) 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.
 (D) 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

73 曲线 $y = \ln(1 + e^x)$ 的渐近线的条数为

- (A) 0 条. (B) 1 条. (C) 2 条. (D) 3 条.

74 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 并且 $f(a) < f(b)$, 又设 $y = f(x)$ 不是一条直线, 下述命题

- ① 至少存在一点 $\xi_1 \in (a, b)$ 使 $f'(\xi_1) > \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ② 至少存在一点 $\xi_2 \in (a, b)$ 使 $f'(\xi_2) < \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ③ 至少存在一点 $\xi_3 \in (a, b)$ 使 $f'(\xi_3) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ④ 至少存在一点 $\xi_4 \in (a, b)$ 使 $f'(\xi_4) = 0$.

正确的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

75 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'(a)f'(b) < 0$, 则下述命题

- ① 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使 $f(x_0) > f(a)$.
- ② 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使 $f(x_0) > f(b)$.
- ③ 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使 $f'(x_0) = 0$.
- ④ 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使 $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$.

正确的个数是

- (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

76 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某邻域内存在二阶导数, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{x - x_0} = a > 0$. 则存在点 $(x_0, f(x_0))$ 的左、右侧邻近 U_- 与 U_+ ,

- (A) 在 U_- 内曲线 $y = f(x)$ 是凹的, 在 U_+ 内是凸的.
- (B) 在 U_- 内曲线 $y = f(x)$ 是凸的, 在 U_+ 内是凹的.
- (C) 在 U_- 与 U_+ 内曲线 $y = f(x)$ 都是凹的.
- (D) 在 U_- 与 U_+ 内曲线 $y = f(x)$ 都是凸的.

77 设 $f(x)$ 在 $x = a$ 的某邻域内连续, 且 $f(a)$ 为其极小值, 则存在 $\delta > 0$, 当 $x \in (a - \delta, a + \delta)$ 且 $x \neq a$ 时,

- (A) $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \geq 0$.
- (B) $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \leq 0$.
- (C) $\lim_{t \rightarrow a} \frac{f(t) - f(x)}{(t - x)^2} \geq 0$.
- (D) $\lim_{t \rightarrow a} \frac{f(t) - f(x)}{(t - x)^2} \leq 0$.

78 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 $F(x) = f(x)(1 + |\sin x|)$ 在 $x = 0$ 处可导的充要条件是

- (A) $f'(0) = 0$.
- (B) $f(0) = 0$.
- (C) $f(0) + f'(0) = 0$.
- (D) $f(0) - f'(0) = 0$.

79

设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处连续且 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|f(x)|}{x-a}$ 存在, 则在 $x=a$ 处

- (A) $f(x)$ 不可导, $|f(x)|$ 可导. (B) $f(x)$ 与 $|f(x)|$ 均不可导.
(C) $f(x)$ 可导, 且 $f'(a) = 0$. (D) $f(x)$ 可导, $f'(a) \neq 0$.

80

设 $f(x) = (x^2 - 3)|x + 4|$, 则曲线 $y = f(x)$ 有拐点

- (A) 0 个. (B) 1 个. (C) 2 个. (D) 3 个.

81

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内存在二阶导数且 $f(a) < 0, f(b) > 0, f''(x) > 0$. 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内

- (A) 没有零点. (B) 正好有 1 个零点.
(C) 正好有 2 个零点. (D) 有多于 2 个零点.

82

设 $f(x)$ 在 $x=1$ 的某邻域内连续, 且

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln[f(x+1) + 1 + 3\sin^2 x]}{\sqrt{1+x^2} - 1} = 4,$$

则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的

- (A) 不可导点. (B) 可导点但不是驻点.
(C) 驻点, 且是极大值点. (D) 驻点, 且是极小值点.

83

曲线 $y = x + \sqrt{x^2 - x + 1}$ 的渐近线

- (A) 只有水平没有斜的. (B) 只有斜的没有水平的.
(C) 既有水平又有斜的. (D) 没有水平也没有斜的.

84

下列命题正确的是

- (A) 设 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 处可导, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 亦可导.
(B) 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导, 则 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 亦可导.
(C) 设 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 处连续, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 亦连续.
(D) 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续, 则 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 亦连续.

85

设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导, 则 $|f(x)|$ 在 $x=a$ 处不可导的充分必要条件是

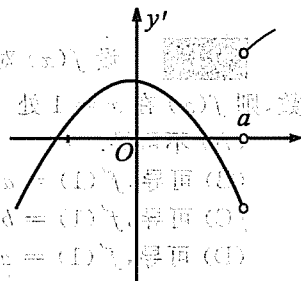
- (A) $f(a) = 0$ 且 $f'(a) = 0$. (B) $f(a) = 0$ 但 $f'(a) \neq 0$.
(C) $f(a) \neq 0$ 但 $f'(a) = 0$. (D) $f(a) \neq 0$ 且 $f'(a) \neq 0$.

86

设 $f(x)$ 具有二阶连续导数, $f(0) = 0, f'(0) = 0, f''(x) \neq 0$. 并且在曲线 $y = f(x)$ 上任意一点 $(x, f(x)) (x \neq 0)$ 作此曲线的切线, 此切线在 x 轴上的截距为 u , 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{u} =$

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 1. (C) $\frac{4}{3}$ (D) 2.

87 设函数 $y = f(x)$ 连续, 除 $x = a$ 外均二阶可导, 其一阶导函数 $y' = f'(x)$ 的图形如右图所示, 则 $y = f(x)$



- (A) 有两个极大值点, 一个极小值点, 一个拐点.
 (B) 有一个极大值点, 一个极小值点, 两个拐点.
 (C) 有一个极大值点, 一个极小值点, 一个拐点.
 (D) 有一个极大值点, 两个极小值点, 两个拐点.

88 下述论断正确的是

- (A) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 除 $x = 0$ 外均可导, 且 $f'(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是严格单调增加的.
 (B) 设 $f(x)$ 为偶函数且 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 则 $f'(0) = 0$.
 (C) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处二阶可导, 且 $f''(x_0) > 0$, 则 $x = x_0$ 是 $f(x)$ 的极小值点.
 (D) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处三阶可导, 且 $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$, 则 $x = x_0$ 一定不是 $f(x)$ 的极值点.

89 设 ξ 为函数 $f(x) = \arcsin x$ 在区间 $[0, b]$ 上使用拉格朗日中值定理中的“中值”, 则极限 $\lim_{b \rightarrow 0} \frac{\xi}{b} =$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{6}}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

90 设 $f(x)$ 在 $x = a$ 处具有二阶导数, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a} - f'(a)}{x - a} =$

- (A) 0. (B) $f''(a)$.
 (C) $\frac{1}{2}f''(a)$. (D) $2f''(a)$.

91 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处存在二阶导数, $f(x_0) = g(x_0) = 0$, $f'(x_0)g'(x_0) < 0$. 则对于 $F(x) = f(x)g(x)$,

- (A) x_0 必不是 $F(x)$ 的驻点.
 (B) x_0 是 $F(x)$ 的驻点, 但不是它的极值点.
 (C) x_0 是 $F(x)$ 的极小值点.
 (D) x_0 是 $F(x)$ 的极大值点.

92 设 $f(x) = |x^3 - 4x| \sqrt[3]{x^2 - 2x - 8}$, 则 $f(x)$ 的不可导的点的个数

- (A) 0 个. (B) 1 个. (C) 2 个. (D) 3 个.

93 $f(x) = (1 - 2x)e^x + x$ 的零点个数为

- (A) 0 个. (B) 1 个.
 (C) 2 个. (D) 多于 2 个.

94 设 $f(x)$ 对任意 x 均满足 $f(1+x) = af(x)$, 且 $f'(0) = b$, 其中 a 与 b 都是常数, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处

- (A) 不可导.
- (B) 可导, $f'(1) = a$.
- (C) 可导, $f'(1) = b$.
- (D) 可导, $f'(1) = ab$.

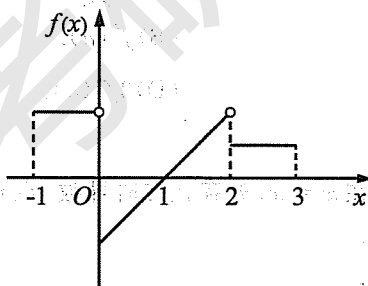
95 在下列式子的右边有定义处, 这些等式中正确的是

- (A) $\int |x| dx = \frac{1}{2}x^2 + C$.
- (B) $\int \frac{1}{x} d \ln |x| = -\frac{1}{x} + C$.
- (C) $\int \frac{1}{x} d|x| = \ln|x| + C$.
- (D) $\int e^{|x|} dx = e^{|x|} + C$.

96 设 $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{当 } x \in [0, 1] \\ 1+x, & \text{当 } x \in [-1, 0) \end{cases}$, $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$, 则在 $x = 0$ 处 $F(x)$

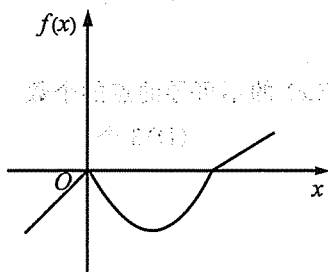
- (A) 无定义.
- (B) 有定义, 但不连续.
- (C) 连续但不可导.
- (D) 可导.

97 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的图形如图:

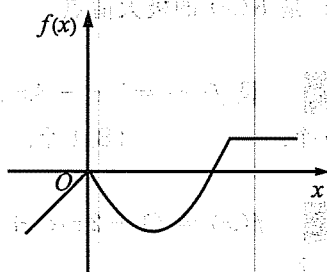


则 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的图形为

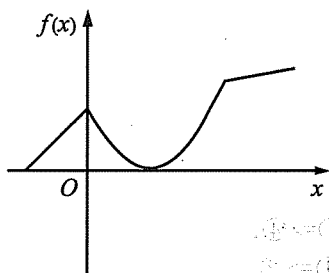
(A)



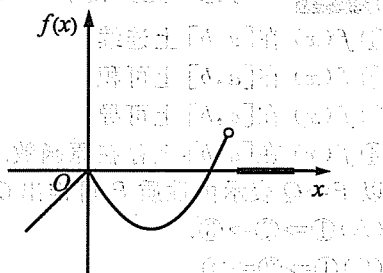
(B)



(C)



(D)



198 设 $M = \int_{-1}^1 (\frac{x}{1+x^6} + x^2) dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})) dx$, $P = \int_{-1}^1 (\tan^2 x + e^x \cos x - e^{-x} \cos x) dx$. 则

(A) $P > N > M$.

(B) $N > P > M$.

(C) $N > M > P$.

(D) $P > M > N$.

199 设 $f(x)$ 为已知的连续函数, $t > 0, s > 0$ 均与积分变量 x 无关, 则积分 $\int_0^t x f(\frac{t}{s}x) dx$ 的值

(A) 与 t 及 s 有关.

(B) 与 s 有关, 与 t 无关.

(C) 与 t 有关, 与 s 无关.

(D) 与 s 及 t 均无关.

100 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0, \\ \sin x, & x < 0; \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则在区间 $(-1, 1)$ 上,

(A) $f(x)$ 与 $g(x)$ 都存在原函数.

(B) $f(x)$ 与 $g(x)$ 都不存在原函数.

(C) $f(x)$ 存在原函数, $g(x)$ 不存在原函数.

(D) $f(x)$ 不存在原函数, $g(x)$ 存在原函数.

101 设 $f(x) = \begin{cases} 2x \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x}, & \text{当 } x \neq 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x > 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0, \\ -1, & \text{当 } x < 0. \end{cases}$

下述命题不正确的是

(A) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $f(x)$ 存在原函数.

(B) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $g(x)$ 存在原函数.

(C) 存在定积分 $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

(D) 存在定积分 $\int_{-1}^1 g(x) dx$.

102 考虑一元函数 $f(x)$ 的下列 4 条性质:

- ① $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续.
- ② $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积.
- ③ $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导.
- ④ $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在原函数.

以 $P \Rightarrow Q$ 表示由性质 P 可推出 Q , 则有

- (A) ① \Rightarrow ② \Rightarrow ③.
- (B) ③ \Rightarrow ① \Rightarrow ④.
- (C) ① \Rightarrow ② \Rightarrow ④.
- (D) ④ \Rightarrow ① \Rightarrow ②.

103 设 $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{当 } x < 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0, \\ 1, & \text{当 } x > 0. \end{cases}$ $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$, 则

- (A) $F(x)$ 在 $x = 0$ 处不连续.
- (B) $F(x)$ 为连续的奇函数.
- (C) $F(x)$ 为连续的偶函数.
- (D) $F(x)$ 在 $x = 0$ 处不仅连续, 并且可导.

104 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则下述论断正确的是

- (A) 若 $f(x)$ 为偶函数, 则 $F(x)$ 必是奇函数.
- (B) 若 $f(x)$ 为奇函数, 则 $F(x)$ 必是偶函数.
- (C) 若 $f(x)$ 为 T 周期函数, 则 $F(x)$ 必是 T 周期函数.
- (D) 若 $f(x)$ 是 T 周期函数, 则 $F(x)$ 必不是 T 周期函数.

105 设 $f(x)$ 是非零奇函数, 且满足题中所需要的连续、可导条件, 则 $\varphi(x)$ 为奇函数的是

- (A) $\varphi(x) = \frac{d}{dx}[x^2 f(x^3)]$.
- (B) $\varphi(x) = \frac{d}{dx}[x^3 f(x^2)]$.
- (C) $\varphi(x) = \int_0^x f(t^2) dt$.
- (D) $\varphi(x) = \int_0^x f(t^3) dt$.

106 设 $f(u)$ 为连续的偶函数, a 是常数, 则

- (A) $\int_a^x [\int_0^u t f(t) dt] du$ 必是奇函数.
- (B) $\int_0^x [\int_a^u f(t) dt] du$ 必是奇函数.
- (C) $\int_0^x [\int_a^u t f(t) dt] du$ 必是奇函数.
- (D) $\int_a^x [\int_0^u f(t) dt] du$ 必是奇函数.

107 设 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^{-\frac{1}{3}}, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$ $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$. 则在区间 $(-1, 1)$ 内 $F(x)$

- (A) 仅有 1 个第一类间断点.
- (B) 仅有 1 个第二类间断点.
- (C) 连续, 但在 $x = 0$ 处不可导.
- (D) 可导.

108 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, a 为常数, 则下述积分为 x 的偶函数的是

- (A) $\int_a^x \left[\int_0^u f(v^3) dv \right] du$. (B) $\int_a^x \left[\int_0^u f(v^2) dv \right] du$.
(C) $\int_a^x \left[\int_0^u (f(v))^3 dv \right] du$. (D) $\int_a^x \left[\int_0^u (f(v))^2 dv \right] du$.

109 设 $f(x)$ 为连续函数, $\int_1^2 f(x) dx = 1$, $F(t) = \int_1^t [f(y) \int_y^t f(x) dx] dy$, 则 $F'(2)$

- (A) $2f(2)$. (B) $f(2)$. (C) $-f(2)$. (D) 0 .

110 设 $f(x)$ 为以 T 为周期的非零连续函数, $\Phi(x) = \int_0^x [f(t) - f(-t)] dt$, a 是常数, 则

- (A) $\Phi(x)$ 是以 T 为周期的偶函数.
(B) $\Phi(x)$ 是以 T 为周期的奇函数.
(C) $\Phi(x)$ 是偶函数, 但不一定以 T 为周期.
(D) $\Phi(x)$ 是奇函数, 但不一定以 T 为周期.

111 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, $g(x) > 0$, $f'(x) > 0$, a 为常数, 则

$$F(x) = \frac{\int_a^x f(t)g(t)dt}{\int_a^x g(t)dt}$$

- (A) 在 $(-\infty, a)$ 与 $(a, +\infty)$ 内分别为严格单调增.
(B) 在 $(-\infty, a)$ 与 $(a, +\infty)$ 内分别为严格单调减.
(C) 在 $(-\infty, a)$ 内为严格单调增, 在 $(a, +\infty)$ 内为严格单调减.
(D) 在 $(-\infty, a)$ 内为严格单调减, 在 $(a, +\infty)$ 内为严格单调增.

112 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 连续, 且 $f(x_0)g(x_0) < 0$, 并设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处均可导, $F(x) = \int_{x_0}^x f(t)dt$, $G(x) = \int_{x_0}^x g(t)dt$, $\Phi(x) = F(x)G(x)$. 则

- (A) $x = x_0$ 必不是 $\Phi(x)$ 的驻点.
(B) $x = x_0$ 是 $\Phi(x)$ 的驻点, 但不是极值点.
(C) $x = x_0$ 是 $\Phi(x)$ 的极小值点.
(D) $x = x_0$ 是 $\Phi(x)$ 的极大值点.

113 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, $f'(x) + (f(x))^2 = \int_a^x f(t)dt = 0$, 且 $\int_a^b f(t)dt = 0$. 则 $\int_a^x f(t)dt$ 在 (a, b) 内必定

- (A) 恒为正. (B) 恒为负. (C) 恒为零. (D) 变号.

114 设 $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt - \int_{e^x}^2 \frac{1}{t^4 + 1} dt$, 则方程 $F(x) = 0$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上

- (A) 没有根. (B) 正好一个根.
(C) 正好两个根. (D) 至少三个根.

115 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, $f(1) \neq 0$, $\int_0^1 f(x) dx = 0$. 则函数 $\Phi(x) = xf(x) + \int_0^x f(t) dt$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上

- (A) 必定没有零点. (B) 有且仅有一个零点.
(C) 至少有二个零点. (D) 有无零点无法确定.

116 设 $F(x) = \int_0^x (x-2t)f(x-t)dt$, $f(x)$ 可导且 $f'(x) < 0$. 则

- (A) $F(0)$ 是 $F(x)$ 的极小值.
(B) $F(0)$ 是 $F(x)$ 的极大值.
(C) 曲线 $y = F(x)$ 在点 $(0, 0)$ 的左侧是凸的, 右侧是凹的.
(D) 曲线 $y = F(x)$ 在点 $(0, 0)$ 的左侧是凹的, 右侧是凸的.

117 设 a 与 b 是两个常数, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left[\int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt + a \right] = b$, 则

- (A) a 为任意常数, $b = 0$. (B) $a = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, $b = 0$.
(C) $a = 0$, $b = 1$. (D) $a = -\sqrt{\pi}$, $b = 0$.

118 下列积分中不等于 0 的是

- (A) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$. (B) $\int_{-3}^3 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$.
(C) $\int_{-1}^1 \frac{x - \sqrt{1+x^2}}{x + \sqrt{1+x^2}} dx$. (D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^4 x}{1+x^2} dx$.

119 下述结论不正确的是

- (A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{x} dx < 1$. (B) $\int_0^{2\pi} \cos x \cdot \ln(2 + \cos x) dx > 0$.
(C) $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx < 0$. (D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx > 1$.

120 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 且 $f(x) < g(x)$, 则当 $x \neq 0$ 时必有

- (A) $\int_0^x f(t) dt < \int_0^x g(t) dt$. (B) $\int_0^{x^2} f(t) dt < \int_0^{x^2} g(t) dt$.
(C) $\int_0^{+\infty} f(x) dx < \int_0^{+\infty} g(x) dx$. (D) $\int_0^{x^2} |f(t)| dt < \int_0^{x^2} |g(t)| dt$.

121 为计算积分 $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx$, 作变换 $x = \sin t$, 从而

$$\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx = \int_{3\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin t |\cos t| \cos t dt,$$

上述推理

(A) 正确. 不过写成 $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t (\cos t) \cos t dt$ 更好.

(B) 不正确. 应写成 $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx = \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin t (\cos t) \cos t dt$.

(C) 不正确. 因原积分下限小于上限, 所以变换后仍应下限小于上限.

(D) 不正确. 所作变换在区间 $[\frac{\pi}{2}, 3\pi]$ 上有这种点使 $x' = (\sin t)' = 0$, 不满足定积分变量变换的要求.

122 下列积分

① 因为 $\frac{x^3}{x^4-1}$ 是奇函数, 所以 $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^4-1} dx = 0$.

② 因为 $\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ 是奇函数, 所以 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx = 0$.

③ 因为 e^{-x^2} 是偶函数, 所以 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = 2 \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.

④ 因为 $\frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}}$ 是奇函数, 所以 $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} dx = 0$.

其中正确的是

(A) ① 与 ②.

(B) ③ 与 ④.

(C) ① 与 ③.

(D) ② 与 ④.

123 由相交于三点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ (其中 $x_1 < x_2 < x_3$) 的两曲线 $y = f(x) > 0, y = g(x) > 0$ 所围成的图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积为

(A) $\int_{x_1}^{x_3} \pi [f(x) - g(x)]^2 dx$; (B) $\int_{x_1}^{x_3} \pi [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

(C) $\int_{x_1}^{x_3} \pi |f^2(x) - g^2(x)| dx$; (D) $|\int_{x_1}^{x_3} \pi [f^2(x) - g^2(x)] dx|$.

124 设函数 $f(x)$ 连续, $f(x_0) < 0, F(x) = \int_{x_0}^x [\int_{x_0}^u f(t) dt] du$, 则必存在 $\delta > 0$ 使得曲线 $l: y = F(x)$

(A) 在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 内是严格单调下降的.

(B) 在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 内是严格单调上升的.

(C) 在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 内是凸的.

(D) 在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 内是凹的.

125 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可积, $\int_a^b f(x) dx < \int_a^b g(x) dx$, 则

(A) $|\int_a^b f(x) dx| < |\int_a^b g(x) dx|$.

(B) $\int_a^b f^2(x) dx < \int_a^b g^2(x) dx$.

(C) $\int_a^b |f(x)| dx < \int_a^b |g(x)| dx$.

(D) 至少存在一点 $x_0 \in [a, b]$, 使 $f(x_0) < g(x_0)$.

126 设常数 $\alpha > 0$, $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+x^\alpha} dx$, $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^\alpha} dx$, 则

(A) $I_1 > I_2$.

(B) $I_2 > I_1$.

(C) $I_1 = I_2$.

(D) I_1 与 I_2 谁大谁小与 α 有关.

127 下列反常积分发散的是

(A) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sin x} dx$.

(B) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

(C) $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.

(D) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$.

128 下列反常积分收敛的是

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$.

(B) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x-1)}}$.

(C) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}}$.

(D) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x^2-1)}$.

129 设 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上连续, $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ 收敛, 又 $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x) = l$ (存在), 则

(A) $l > 0$.

(B) $l < 0$.

(C) $l = 0$.

(D) l 可以为任意实数.

130 设 b 为常数, 积分 $\int_1^{+\infty} \left(\frac{x^2 + bx + 1}{x(x+2)} - 1 \right) dx$ 收敛, 则 b 及该积分的值分别为

(A) $2, \ln 3$.

(B) $2, \frac{1}{2} \ln 3$.

(C) $1, \frac{1}{2} \ln 2$.

(D) $1, \ln 2$.

131 函数 $f(x, y)$ 的两个偏导数在点 (x_0, y_0) 处连续是函数 $f(x, y)$ 在该点处可微的

(A) 充分但非必要条件.

(B) 必要但非充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既不充分也不必要条件.

132 设函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$ 和 $f'_y(x_0, y_0)$ 都存在, 则

(A) $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$ 存在.

(B) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$ 及 $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$ 都存在.

(C) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处必连续. (D) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处必可微.

133 设二元函数 $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{(x-y)^2 + x^2 y^2}$, 则 $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$

(A) 等于 0. (B) 等于 1. (C) 等于 -1. (D) 不存在.

134 设二元函数 $f(x, y) = \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right)^{x^2}$, 则 $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} f(x, y) =$

(A) e. (B) 0. (C) $+\infty$. (D) 不存在.

135 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + (2x-y)^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处

(A) 连续且偏导数存在. (B) 连续但偏导数不存在.
(C) 不连续但偏导数存在. (D) 不连续, 且偏导数不存在.

136 设 $z(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ 则函数 $z(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处

(A) 不连续.
(B) 连续, 但偏导数 $z'_x(0, 0)$ 和 $z'_y(0, 0)$ 不存在.
(C) 连续且偏导数 $z'_x(0, 0)$ 和 $z'_y(0, 0)$ 都存在, 但不可微.
(D) 可微但偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 在点 $(0, 0)$ 处都不连续.

137 设 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 连续, 且 $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{f(x, y) - 1}{x^2 + y^2} = 2$, 则 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处

(A) 不存在偏导数.
(B) 存在偏导数但不可微.
(C) 可微且 $\frac{\partial f(0, 0)}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial f(0, 0)}{\partial y} \neq 0$.
(D) 可微且 $\frac{\partial f(0, 0)}{\partial x} = \frac{\partial f(0, 0)}{\partial y} = 0$.

138 $z'_x(x_0, y_0) = 0$ 和 $z'_y(x_0, y_0) = 0$ 是函数 $z = z(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处取得极值的

的

(A) 必要条件但非充分条件. (B) 充分条件但非必要条件.
(C) 充要条件. (D) 既非必要也非充分条件.

139 对复合函数 $f[\varphi(x, y), \psi(x, y)]$ 求偏导数的链式法则成立的一个充分条件是

(A) $z = f(u, v)$ 且 $u = \varphi(x, y), v = \psi(x, y)$ 都可偏导.
(B) $z = f(u, v)$ 可偏导, $u = \varphi(x, y), v = \psi(x, y)$ 都可微.
(C) $z = f(u, v)$ 有连续偏导数, $u = \varphi(x, y), v = \psi(x, y)$ 都可偏导.

(D) $z = f(u, v)$ 可偏导, $u = \varphi(x, y)$, $v = \psi(x, y)$ 都连续.

140 设函数 $f(r)$ 具有二阶连续导数, 则 $u = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ 当 $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$ 时满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} =$

(A) $f''(r) + \frac{1}{r}f'(r)$.

(B) $f''(r) + \frac{2}{r}f'(r)$.

(C) $\frac{1}{r^2}f''(r) + \frac{1}{r}f'(r)$.

(D) $\frac{1}{r^2}f''(r) + \frac{2}{r}f'(r)$.

141 已知函数 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$ 对任何 x 与 y 成立, 则 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ 等于

(A) $2x - 2y$.

(B) $2x + 2y$.

(C) $x + y$.

(D) $x - y$.

142 设二元函数 $U(x, y)$ 具有二阶连续偏导数, 且 $dU = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$, 则 $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$ 等于

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) -1.

143 已知函数 $z = f(x, y)$ 在点 $(1, 2)$ 处可微, 且 $f(1, 2) = 1$, $f'_x(1, 2) = 2$, $f'_y(1, 2) = 3$. 设函数 $\varphi(x) = f(x, 2f(x, 2x))$, 则 $\varphi'(1)$ 等于

(A) 25.

(B) 50.

(C) 75.

(D) 100.

144 设函数 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 且满足 $f''_{uv} = f''_{vu}$, $f(x, 3x) = x$ 以及 $f'_u(x, 3x) = 4x^2$, 则 $f''_{uv}(x, 3x)$ 等于

(A) $-\frac{3}{10}x$.

(B) $\frac{3}{10}x$.

(C) $-\frac{10}{3}x$.

(D) $\frac{10}{3}x$.

145 设方程组 $\begin{cases} x = u + vz, \\ y = -u^2 + v + z \end{cases}$ 在点 $(x, y, z) = (2, 1, 1)$ 的某一个邻域内确定隐函数 $u(x, y, z)$ 与 $v(x, y, z)$, 且 $u(2, 1, 1) > 0$, 则 $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)\bigg|_{(2, 1, 1)} =$

(A) $\frac{1}{9}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{2}{9}$.

(D) $\frac{2}{3}$.

146 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\sin(xyz) + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的隐函数, 且满足 $z(0, 0) = -1$, 则函数 $z(x, y)$ 在点 $(0, 1)$ 处的全微分 $dz\big|_{(0, 1)} =$

(A) $dx + \sqrt{2}dy$.

(B) $dx - \sqrt{2}dy$.

(C) $-\sqrt{2}dx + dy$.

(D) $\sqrt{2}dx + dy$.

147 设 $f(x, y) = \int_{\frac{y}{x}}^{x^2+y^2} e^t dt$, 则 $df(x, y) =$ _____.

- (A) $e^{(x^2+y^2)} dx - e^{\frac{y^2}{x}} dy$.
 (B) $\left(2xe^{(x^2+y^2)^2} - \frac{y}{x^2} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dx + \left(2ye^{(x^2+y^2)^2} + \frac{1}{x} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dy$.
 (C) $\left(2xe^{(x^2+y^2)^2} + \frac{y}{x^2} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dx + \left(2ye^{(x^2+y^2)^2} - \frac{1}{x} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dy$.
 (D) $\left(2xe^{(x^2+y^2)^2} - \frac{y}{x^2} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dx + \left(2ye^{(x^2+y^2)^2} - \frac{1}{x} e^{\frac{y^2}{x}} \right) dy$.

148 设函数 $F(u, v)$ 具有一阶连续偏导数, 且方程 $F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = 0$ 确定隐函数 $z =$

- $z(x, y)$, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.
 (A) x . (B) y . (C) z . (D) $x + y + z$.

149 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $y + z = xf(y^2 + z^2)$ 确定, f 可微, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y}$ 等于 _____.

150 设 $z = xf(x - y) + yg(x + y)$, 其中函数 $f(u)$ 与 $g(v)$ 具有二阶连续导数, 则

- $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 等于 _____.
 (A) $2(f''_u - g''_v)$. (B) $f''_u - g''_v$. (C) $f''_u + g''_v$. (D) $xf''_u + yg''_v$.

151 设可微函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 取得极小值, 则

- (A) $f(x_0, y)$ 在 $y = y_0$ 处的导数等于零.
 (B) $f(x_0, y)$ 在 $y = y_0$ 处的导数大于零.
 (C) $f(x_0, y)$ 在 $y = y_0$ 处的导数小于零.
 (D) $f(x_0, y)$ 在 $y = y_0$ 处的导数不存在.

152 已知函数 $F(x, y, z)$ 具有一阶连续偏导数, 且 $F(1, 1, 1) = 0, F'_x(1, 1, 1) = 2, F'_y(1, 1, 1) = -1$. 若方程 $F(x, y, z) = 0$ 确定隐函数 $z = z(x, y)$, 且 $z'_x(1, 1) = 1$, 则 $z'_y(1, 1) =$

- (A) 1. (B) -1. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}$.

153 设在全平面上有 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} < 0, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} > 0$.

则使得 $f(x_1, y_1) < f(x_2, y_2)$ 成立的一个充分条件是 _____.

- (A) $x_1 < x_2$ 且 $y_1 < y_2$. (B) $x_1 < x_2$ 且 $y_1 > y_2$.
 (C) $x_1 > x_2$ 且 $y_1 < y_2$. (D) $x_1 > x_2$ 且 $y_1 > y_2$.

154 设 $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$, 则

- (A) 点(0,0) 是 $f(x, y)$ 的极大值点.
- (B) 点(2,2) 是 $f(x, y)$ 的极小值点.
- (C) 点(2,2) 是 $f(x, y)$ 的极大值点.
- (D) 点(0,0) 是 $f(x, y)$ 的驻点, 但不是极值点.

155 设函数 $f(x, y)$ 在点(0,0) 某邻域内连续, 且 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y) + 4x^2 - y^2}{x^4 + x^2y^2 + y^4} = -1$, 则

- (A) 点(0,0) 是函数 $f(x, y)$ 的极大值点.
- (B) 点(0,0) 是函数 $f(x, y)$ 的极小值点.
- (C) 点(0,0) 不是函数 $f(x, y)$ 的极值点.
- (D) 题设条件不足以判定点(0,0) 是否函数 $f(x, y)$ 的极值点.

156 函数 $z = x^2 + y^2 - 6x + 8y$ 在圆域 $x^2 + y^2 \leq 100$ 上的最大值与最小值分别是

- (A) 200, -25. (B) 180, 0. (C) 205, -15. (D) 190, 10.

157 某产品的产量 Q 与原材料 A, B, C 的数量 x, y, z (单位均为吨) 满足 $Q = 0.05xyz$, 已知 A, B, C 的价格分别是 3, 2, 4 (百元). 若用 5400 元购买 A, B, C 三种原材料, 则使产量最大的 A, B, C 的采购量分别为:

- (A) 6, 9, 4.5 (吨). (B) 2, 4, 8 (吨).
- (C) 2, 3, 6 (吨). (D) 2, 2, 2 (吨).

158 某工厂生产甲、乙两种产品, 产量分别为 x, y (单位: 吨) 时总成本为 $C(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 2$ (单位: 万元), 若两种产品的销售价格分别为 4, 8 (单位: 万元/吨) 时, 产品能够全部售出, 则该工厂能够获得的最大利润为

- (A) 4 万元 (B) 6 万元 (C) 8 万元 (D) 10 万元

159 设商品的需求函数为 $Q(p) = 150 - \frac{15}{2}p - p^2$ ($0 < p < 8$) 其中 Q, p 分别表示需求量和价格, 令 η 为商品需求弹性, 即 $\eta = p \cdot \frac{Q'(p)}{Q(p)}$, 如果 η 的绝对值小于 1, 则商品价格取值范围是

- (A) $0 < p < 3$. (B) $5 < p < 8$.
- (C) $3 < p < 5$. (D) $0 < p < 5$.

160 已知边际收益函数 $MR = \frac{ab}{(Q+b)^2} - k$, 其中常数 $a > 0, b > 0, k > 0$, 则需求函数 $Q = Q(p)$ 的表达式为

- (A) $Q = \frac{a}{p+k} - b$. (B) $Q = \frac{b}{p+k} - a$.
- (C) $Q = \frac{k}{p+a} - b$. (D) $Q = \frac{k}{p+b} - a$.

161 设函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内连续, $h(x)$ 具有连续的导函数, 且 $h(0) =$

$0, h'(0) = 1$, 区域 $D_R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$, 则 $\lim_{R \rightarrow 0^+} \frac{\iint_{D_R} f(x, y) d\sigma}{h(R^2)} =$

(A) $f(0, 0)$.

(B) $\frac{1}{2}f(0, 0)$.

(C) $\frac{\pi}{2}f(0, 0)$.

(D) $\pi f(0, 0)$.

162 交换积分次序, 则累次积分 $\int_0^2 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy =$

(A) $\int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx$.

(B) $\int_0^4 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.

(C) $\int_0^4 dy \int_2^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.

(D) $\int_0^4 dy \int_2^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.

163 设 D 是由直线 $x = -1, y = 1$ 与曲线 $y = x^3$ 围成的平面区域, D_1 是 D 在第一

象限的部分, 则 $I = \iint_D (xy + e^{x^2} \sin y) d\sigma$ 等于

(A) $2 \iint_{D_1} xy d\sigma$.

(B) $2 \iint_{D_1} e^{x^2} \sin y d\sigma$.

(C) $4 \iint_{D_1} (xy + e^{x^2} \sin y) d\sigma$.

(D) 0 .

164 在极坐标系 (r, θ) 中, 圆 $r = 1$ 之外和圆 $r = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta$ 之内的公共部分 D 的面积 S 等于

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta} r dr$.

(B) $2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta} r dr$.

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta} r dr$.

(D) $2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta} r dr$.

165 设 m, n 为正整数, 则 $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} x^m y^n d\sigma = 0$ 的充分必要条件是

(A) m, n 为任意正整数.

(B) m, n 均为奇数.

(C) m, n 中至少有一个为奇数.

(D) $m + n$ 必为奇数.

166 设 $I_1 = \iint_D \frac{x+y}{4} dx dy, I_2 = \iint_D \sqrt{\frac{x+y}{4}} dx dy, I_3 = \iint_D \sqrt[3]{\frac{x+y}{4}} dx dy$, 且

$D = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2\}$, 则有

(A) $I_1 < I_2 < I_3$.

(B) $I_2 < I_3 < I_1$.

(C) $I_3 < I_1 < I_2$.

(D) $I_3 < I_2 < I_1$.

167 设积分区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$; $D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. 在如下的四个等式

① $\iint_D x \sin(x^2 + y^2) d\sigma = 0.$

② $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} d\sigma = 4 \iint_{D_1} \sqrt{1 - x^2 - y^2} d\sigma.$

③ $\iint_D xy d\sigma = 4 \iint_{D_1} xy d\sigma.$

④ $\iint_D |xy| d\sigma = 4 \iint_{D_1} xy d\sigma.$

中不成立的是

(A) ①.

(B) ②.

(C) ③.

(D) ④.

168 累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \sqrt{x^2 + y^2} dx$ 等于

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \ln(\sqrt{2} + 1).$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \ln(\sqrt{2} - 1).$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{6} \ln(\sqrt{2} + 1).$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{6} \ln(\sqrt{2} - 1).$

169 若 $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{a \cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$, 其中 $a > 0$ 为常数, 则区域 D 是

(A) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\}.$

(B) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq ax\}.$

(C) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0\}.$

(D) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq ay\}.$

170 设 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$, 则极坐标系 (r, θ) 中的累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) dr$ 可化为直角坐标系 (x, y) 中的累次积分

(A) $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

(B) $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy.$

(C) $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

(D) $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy.$

171 设平面区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$; $D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$, 则

(A) $\iint_D x dx dy = 2 \iint_{D_1} x dx dy.$

(B) $\iint_D xy dx dy = 2 \iint_{D_1} xy dx dy.$

(C) $\iint_D |x| dx dy = 2 \iint_{D_1} x dx dy.$

(D) $\iint_D (x + y) dx dy = 2 \iint_{D_1} (x + y) dx dy.$

