绝密★启用前【考试时间： 2016年9月7日15：00~17：00】 试卷类型：**A**

天一大联考

2016-2017学年高中毕业班阶段性测试（一）

数学（理科）

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分 .考生作答时，将答案写在答题卡上（答题注意事项见答题卡），在本试题卷上答题无效 .考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回 .

第 I 卷

一、选择题：本大题共 **12** 小题，每小题 **5** 分**.**在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的 **.**

1.已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{n|n=\log_2(3k-1),k\in A\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{3\}$

2.已知复数 $z=-2i+\frac{3-i}{i}$，则复数 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点在

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

3.以 $(a,1)$ 为圆心，且与两条直线 $2x-y+4=0$ 与 $2x-y-6=0$ 同时相切的圆的标准方程为

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$　　B. $(x+1)^2+(y+1)^2=5$

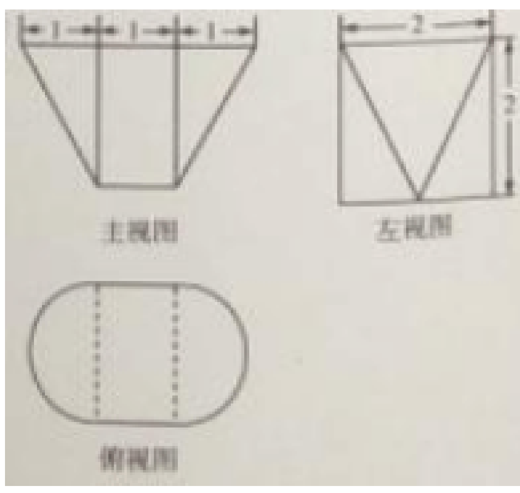
C. $(x-1)^2+y^2=5$　　D. $x^2+(y-1)^2=5$

4.已知 $|a|=\sqrt{10}$，$a\bullet b=-\frac{5\sqrt{30}}{2}$，且 $(a-b)\bullet(a+b)=-15$，则向量 a 与 b 的夹角为

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{5\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

5.如图是一个由两个半圆锥与一个长方体组合而成的几何体三视图， 则该几何体的体积为



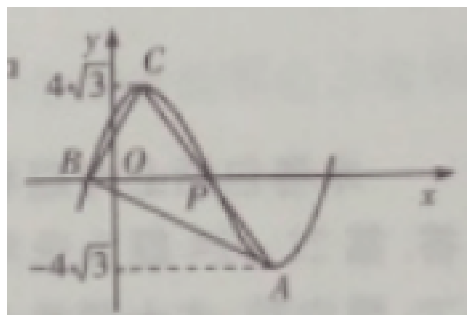
A. $6+\frac{2\pi}{3}$

B. $8+\frac{\pi}{3}$

C. $4+\frac{2\pi}{3}$

D. $4+\frac{\pi}{3}$

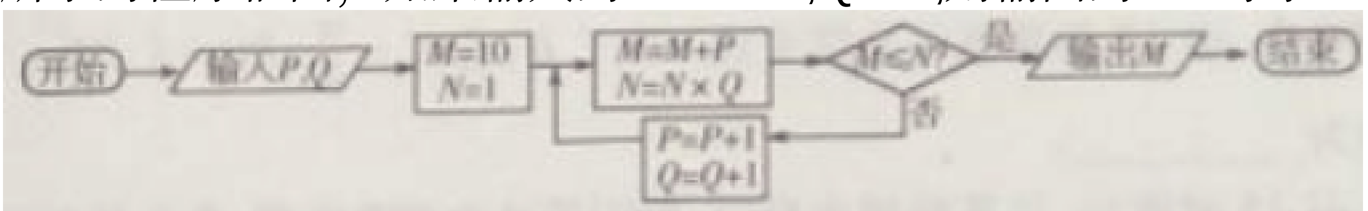
6.已知函数 $f(x)=4\sqrt{3}\sin(wx+\frac{\pi}{3})(w>0)$ 在平面直角坐标系中的部分图像如图所示，若∠ ABC=90 °，则 $w=$



A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{8}$

C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{12}$

7.执行如图所示的程序框图，如果输入的 $P=2,Q=1$,则输出的 M 等于



A.37 B.30 C.24 D.19

8.已知 α 为锐角，若 $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-\frac{1}{5}$，则 $\tan\alpha=$

A.3 B.2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9.如图，图案共分 9 个区域，有 6 种不同颜色的涂料可供涂色，每个区域只能涂一种颜色的涂料，其中 2 和 9 同色、3 和 6 同色、4 和 7 同色、5 和 8 同色，且相邻区域的颜色不相同，则涂色方法有

A.360 种

B.720 种

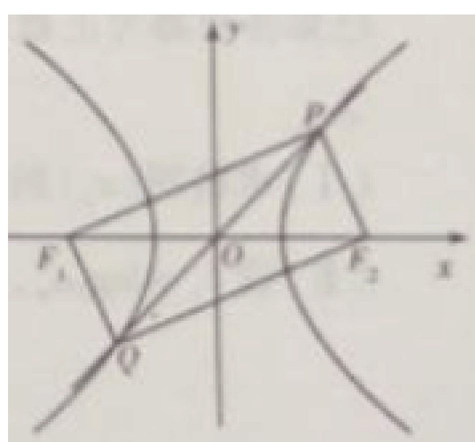
C.780 种

D.840 种

10.已知实数 $n\in[0,1]$，$n\in[0,2]$，则关于方程 x 的一元二次方程 $4x^2+4mx-n^2+2n=0$ 有实数根的概率是

A. $1-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi-3}{2}$ D. $\frac{\pi}{2}-1$

11.如图，F_1,F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右两个焦点，若直线 $y=x$ 与双曲线 C 交于 P、Q 两点，且四边形 PF_1QF_2 为矩形，则双曲线的离心率为



A. $2+\sqrt{6}$ B. $\sqrt{2+\sqrt{6}}$

C. $2+\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2+\sqrt{2}}$

12.已知函数 $f(x+\frac{1}{2})=\frac{2x^4+x^2\sin x+4}{x^2+2}$，则 $f(\frac{1}{2017})+f(\frac{2}{2017})+\ldots f(\frac{2016}{2017})=$

A.2017　　B.2016　　C.4034　　D.4032

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分，第 **13~21** 题为必考题，每个试题考生都必须作答 **,** 第 **22~24** 题为选考题，考生根据要求作答 **.**

二、填空题：本大题共 **4** 小题，每小题 **5** 分**.**

13.半径为 $\sqrt[3]{\frac{36}{\pi}}$ 的球的体积与一个长、宽分别为 6、4 的长方体的体积相等，则长方体的表面积为 ________.

14.在△ABC 中，边 AB 的垂直平分线交边 AC 于 D,若 $C=\frac{\pi}{3}$，BC=8，BD=7，则△ABC 的面积为 ________.

15.6 月 23 日 15 时前后，江苏盐城市阜宁、射阳等地突遭强冰雹、龙卷风双重灾害袭击，风力达 12 级，灾害发生后，有甲、乙、丙、丁 4 个轻型救援队从 A,B,C,D 四个不同方向赶往灾区 .

已知下面四种说法都是正确的 .

（1）甲轻型救援队所在方向不是 C 方向，也不是 D 方向；

（2）乙轻型救援队所在方向不是 A 方向，也不是 B 方向；

（3）丙轻型救援队所在方向不是 A 方向，也不是 B 方向；

（4）丁轻型救援队所在方向不是 A 方向，也不是 D 方向。

此外还可确定：如果丙所在方向不是 D 方向，那么甲所在方向就不是 A 方向 . 有下列判断：

①甲所在方向是 B 方向；②乙所在方向是 D 方向；③丙所在方向是 D 方向；④丁所在方向是 C 方向 .

其中判断正确的的序号是 ________.

16.设函数 $f(x)=\ln x$ 在点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线 l 与函数 $g(x)=e^x$ 的图像也相切，则满足条件的切点 P 的个数有 ________个。

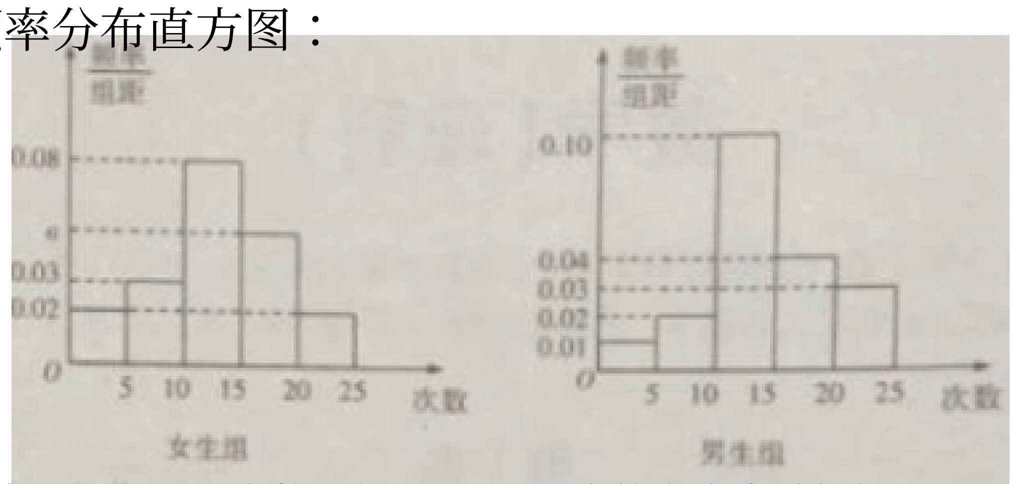
三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤 .

17.（本小题满分 12 分）已知各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2}a_3$ 是 $3a_1$ 与 $2a_2$ 的等差中项，且 $a_1a_2=a_3$.

（Ⅰ）球数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_3 a_n$，且 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求数列 $\left\{\frac{1+2S_n}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和 .

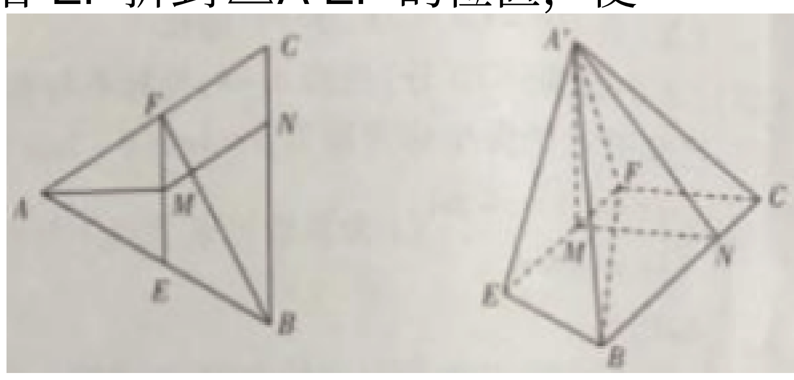
18.（本小题满分 12 分）某中学为了了解全校学生的上网情况，在全校采用随机抽样的方法抽取了 40 名学生（其中男女生人数恰好各占一半）进行问卷调查，并进行了统计，按男女分为两组，再将每组学生的月上网次数分为五组：$[0,5),[5,10).[10,15).[15,20).$
$[20,25)$,得到如图所示的频率分布直方图：



（Ⅰ）写出 a 的值；

（Ⅱ）在抽取的 40 名学生中，从月上网次数不低于 20 次的学生中随机抽取 3 人，并用 X 表示其中男生的人数，求 X 的分布列和数学期望 .

19.（本小题满分 12 分）如图，已知等边 △ABC 中，E,F 分别为 AB,AC 边的中点，N 为 BC 边上一点，且 $CN=\frac{1}{4}BC$，将▲AEF 沿 EF 折到△$A'EF$ 的位置，使平面 $A'EF$⊥平面 EF-CB.



（Ⅰ）求证：平面 $A'MN$⊥平面 $A'BF$;

（Ⅱ）求二面角 $E-A'-B$ 的余弦值 .

20.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点与短轴的一个端点是等边三角形的三个顶点，且长轴长为 4.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）若 A 是椭圆 E 的左顶点，经过左焦点 F 的直线 l 与椭圆 E 交于 C,D 两点，求△ OAD 与△OAC 的面积之差的绝对值的最大值 .（O 为坐标原点）

21.（本小题满分 12 分）设函数 $f(x)=(x^2-2ax)\ln x+bx^2$， $a,b\in R$.

（Ⅰ）当 $a=1,b=1$ 时，设 $g(x)=(x-1)^2\ln x+x$，求证：对任意的 $x>1,g(x)-$

$f(x) > x^2 + x + e - e^x$；

（Ⅱ）当 $b = 2$ 时，若对任意 $x \in [1, +\infty)$，不等式 $2f(x) > 3x^2 + a$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．

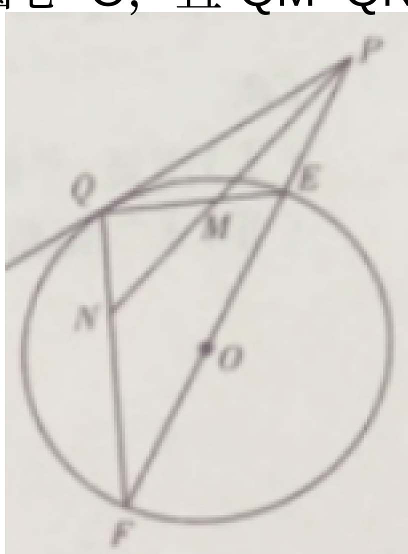
请考生在第 **22**，**23**，**24** 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.作答时请写清题号 **.**

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图所示，PQ 为圆 O 的切线，切点为 Q,割线 PEF 过圆心 O，且 QM=QN.

（Ⅰ）求证：PF×QN=PQ×NF；

（Ⅱ）若 QP=QF=$\sqrt{3}$，求 PF 的长.



23.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta - 2\sin\theta$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 5 + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数）.若直线 l 与圆 C 相交于不同的两点 P、Q.

（Ⅰ）写出圆 C 的直角坐标方程，并求出圆心的坐标与半径；

（Ⅱ）若弦长 $|PQ| = 4$，求直线 l 的斜率.

24.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

设 $f(x) = |x| + |x + 10|$.

（Ⅰ）求 $f(x) \le x + 15$ 的解集 M；

（Ⅱ）当 $a, b \in M$ 时，求证：$5|a + b| \le |ab + 25|$.

启用前★绝密 20160907

天一大联考
2016—2017 学年高中毕业班阶段性测试(一)
数学(理科)·答案 A卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分.

(1)C B 卷:B (2)B B 卷:B (3)A B 卷:D (4)C B 卷:A (5)C B 卷:D (6) B 卷:C

(7)C B 卷:B (8)A B 卷:B (9)B B 卷:A (10)A B 卷:D (11)D B 卷:C (12)D B 卷:A

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分.

(13)88　　　　(14)$20\sqrt{3}$ 或 $24\sqrt{3}$(错解漏解均不得分)

(15)③　　　　(16)2

三、解答题:解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

(17)【命题意图】 本题主要考查等比数列的通项公式、等差中项、数列的前 n 项和,以及逻辑思维能力、运算求解能力、方程的思想及裂项法的应用.

【解析】 (Ⅰ)设等比数列的公比为 q,由题意知 $q>0$,且 $3a_1+2a_2=a_3$,

$\therefore \begin{cases}3a_1+2a_1q=a_1q^2,\\ a_1\cdot a_1q=a_1q^2,\end{cases}$ 解得 $a_1=q=3$,故 $a_n=3^n$. ……………… (5 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ),得 $b_n=\log_3 a_n=n$,所以 $S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$, ……………… (7 分)

$\therefore \dfrac{1+2S_n}{S_n}=\dfrac{2}{n(n+1)}+2=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)+2$, ……………… (8 分)

故数列 $\left\{\dfrac{1+2S_n}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和为 $T_n=2\left[\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)\right]+2n$

$=2\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)+2n=\dfrac{2n^2+4n}{n+1}$. ……………… (12 分)

【方法点拨】 (1)求关于等比数列的基本运算通常转化为关于首项 a_1 与公比 q 的方程(组)来求解;(2)裂项法适用于求通项形如 $\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$($\{a_n\}$ 为等差数列)的数列的前 n 项和.

(18)【命题意图】 本题考查频率分布直方图、离散型随机变量的分布列和数学期望,考查学生的识图能力、数据分析能力、运算能力.

【解析】 (Ⅰ)$a=\dfrac{1-(2\times0.02+0.03+0.08)\times5}{5}=0.05$. ……………… (3 分)

(Ⅱ)在抽取的女生中,月上网次数不少于 20 次的学生频率为 $0.02\times5=0.1$,学生人数为 $0.1\times20=2$ 人.

同理,在抽取的男生中,月上网次数不少于 20 次的学生人数为 $(0.03\times5)\times20=3$ 人,

故 X 的可能取值为 1,2,3, ……………… (6 分)

则 $P(X=1)=\dfrac{C_2^2\cdot C_3^1}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$,$P(X=2)=\dfrac{C_2^1\cdot C_3^2}{C_5^3}=\dfrac{3}{5}$,$P(X=3)=\dfrac{C_3^3}{C_5^3}=\dfrac{1}{10}$,

所以 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

……（11 分）

所以 $E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$. ……………………………………（12 分）

【归纳总结】（1）涉及频率分布直方图问题通常要利用其性质：① 所有小矩形的面积和为 1；② 每组频率 = 对应矩形面积；（2）求离散型随机变量的分布列和数学期望，首先要根据条件确定随机变量 X 的所有可能取值，并求出相应概率，列出概率分布表，然后利用期望公式计算.

（19）**【命题意图】** 本题考查空间直线、平面间的垂直与平行关系，二面角，空间向量的应用，并考查空间想象能力、逻辑思维能力、转化能力、运算求解能力.

【解析】（Ⅰ）因为 E,F 为等边 $\triangle ABC$ 的 AB,AC 边的中点，

所以 $\triangle A'EF$ 是等边三角形，且 $EF\parallel BC$.

因为 M 是 EF 的中点，所以 $A'M\perp EF$. ……………………………………………………（1 分）

又由于平面 $A'EF\perp$ 平面 $EFCB$，$A'M\subset$ 平面 $A'EF$，所以 $A'M\perp$ 平面 $EFCB$. ………………（2 分）

又 $BF\subset$ 平面 $EFCB$，所以 $A'M\perp BF$. ……………………………………………………（3 分）

因为 $CN=\frac{1}{4}BC$，所以 $MF\underline{\underline{\parallel}}CN$，所以 $MN\parallel CF$. ……………………………………（4 分）

在正 $\triangle ABC$ 中知 $BF\perp CF$，所以 $BF\perp MN$.

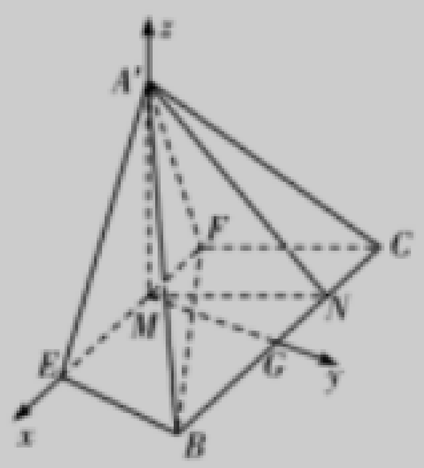
而 $A'M\cap MN=M$，所以 $BF\perp$ 平面 $A'MN$. ……………………………………………（5 分）

又因为 $BF\subset$ 平面 $A'BF$，所以平面 $A'MN\perp$ 平面 $A'BF$. ……………………………………（6 分）

（Ⅱ）设等边 $\triangle ABC$ 的边长为 4，取 BC 中点 G，连接 MG，由题设知 $MG\perp EF$，由（Ⅰ）知 $A'M\perp$ 平面 $EFCB$.

又 $MG\subset$ 平面 $EFCB$，所以 $A'M\perp MG$，如图建立空间直角坐标系 $M-xyz$，则 $F(-1,0,0)$，$A'(0,0,\sqrt{3})$，$B(2,\sqrt{3},0)$，

$\overrightarrow{FA'}=(1,0,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{FB}=(3,\sqrt{3},0)$. ……………………………………………（8 分）



设平面 $A'BF$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

由 $\begin{cases}\overrightarrow{FA'}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{FB}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x+\sqrt{3}z=0,\\ 3x+\sqrt{3}y=0,\end{cases}$ 令 $z=1$，则 $\boldsymbol{n}=(-\sqrt{3},3,1)$. ……………………（10 分）

平面 $A'EF$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{p}=(0,1,0)$，所以 $\cos\langle \boldsymbol{n},\boldsymbol{p}\rangle=\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{p}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，

显然二面角 $E-A'F-B$ 是锐角.

所以二面角 $E-A'F-B$ 的余弦值为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$. ……………………………………………………（12分）

【举一反三】（1）空间垂直的证明通常利用线线垂直、线面垂直、面面垂直间的相互转化来证明；（2）求二面角为了减少思维难度，常常通过建立空间直角坐标系，求相应两个平面的法向量的夹角来解决.

（20）**【命题意图】** 本题考查椭圆的方程与几何性质、直线与椭圆的位置关系，以及考查逻辑思维能力、分析与解决问题的综合能力、运算求解能力、方程思想与分类讨论的思想.

【解析】（Ⅰ）由题意得 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，又 $2a=4$，则 $a=2$，所以 $c=1$.

又 $b^2=a^2-c^2=4-1=3$，故椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………（4分）

（Ⅱ）解法一：设 $\triangle OAD$ 的面积为 S_1，$\triangle OAC$ 的面积为 S_2.

当直线 l 斜率不存在时，直线方程为 $x=-1$，此时不妨设 $D\left(-1,\frac{3}{2}\right)$，$C\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$，且 $\triangle OAD$，$\triangle OAC$ 面积相等，$|S_1-S_2|=0$. ……………………………………………………………（6分）

当直线 l 斜率存在时，设直线方程为 $y=k(x+1)(k\neq0)$，设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，

和椭圆方程联立得 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ y=k(x+1),\end{cases}$ 消掉 y 得 $(3+4k^2)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$，…………………（7分）

显然 $\Delta>0$，方程有根，且 $x_1+x_2=-\frac{8k^2}{3+4k^2}$. ……………………………………………（8分）

此时 $|S_1-S_2|=\frac{1}{2}\times2\times||y_2|-|y_1||=|y_2+y_1|=|k(x_2+1)+k(x_1+1)|=|k(x_2+x_1)+2k|=\frac{6|k|}{3+4k^2}$.

因为 $k\neq0$，所以上式 $=\frac{6}{\frac{3}{|k|}+4|k|}\leqslant\frac{6}{2\sqrt{\frac{3}{|k|}\cdot4|k|}}=\frac{6}{2\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$（$k=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时等号成立），

所以 $|S_1-S_2|$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………………………（12分）

解法二：设直线 l 的方程为：$x=k'y-1$，与椭圆方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 联立得：$(3k'^2+4)y^2-6k'y-9=0$. ……
……………………………………………………………………………（6分）

$\therefore y_1+y_2=\frac{6k'}{3k'^2+4}$， ……………………………………………………………（8分）

$\therefore |S_1-S_2|=\frac{1}{2}\times2\times||y_1|-|y_2||=|y_1+y_2|=\frac{6|k'|}{3k'^2+4}$，

当 $k'=0$ 时，$|S_1-S_2|=0$，

当 $k'\neq0$ 时，$|S_1-S_2|=\frac{6}{3|k'|+\frac{4}{|k'|}}\leqslant\frac{6}{2\sqrt{3|k'|\cdot\frac{4}{|k'|}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$（当且仅当 $k'=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时等号成立）.

所以 $|S_1-S_2|$ 的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………………………………………… (12 分)

(21)【命题意图】 本题考查导数与函数单调性的关系、不等式的证明与恒成立问题,以及逻辑思维能力、等价转化能力、运算求解能力、分类讨论的思想与转化思想.

【解析】 (Ⅰ)当 $a=1,b=-1$ 时,$f(x)=(x^2-2x)\ln x-x^2$,

所以 $g(x)-f(x)>x^2+x+e-e^x$ 等价于 $e^x+\ln x-e>0$. ………………………………………… (1 分)

令 $h(x)=e^x+\ln x-e$,则 $h'(x)=e^x+\frac{1}{x}>0$,可知函数 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

所以 $h(x)>h(1)$,即 $e^x+\ln x>e$,亦即 $e^x+\ln x-e>0$,

所以 $g(x)-f(x)>x^2+x+e-e^x$. ………………………………………………………………… (4 分)

(Ⅱ)当 $b=2$ 时,$f(x)=(x^2-2ax)\ln x+2x^2$,$a\in\mathbf{R}$,

所以不等式 $2f(x)>3x^2+a$ 等价于 $(2x^2-4ax)\ln x+x^2-a>0$. ……………………………… (5 分)

方法一:令 $p(x)=(2x^2-4ax)\ln x+x^2-a$,$x\in[1,+\infty)$,

则 $p'(x)=(4x-4a)\ln x+(2x-4a)+2x=4(x-a)(\ln x+1)(x\geqslant1)$. ………………………… (6 分)

当 $a\leqslant1$ 时,$p'(x)\geqslant0$,则函数 $p(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $p(x)_{\min}=p(1)=1-a$,

所以根据题意,知有 $1-a>0$,$\therefore a<1$. ……………………………………………………… (7 分)

当 $a>1$ 时,由 $p'(x)<0$,知函数 $p(x)$ 在 $[1,a)$ 上单调递减;

由 $p'(x)>0$,知函数 $p(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 上单调递增,

所以 $p(x)_{\min}=p(a)=a^2(1-2\ln a)-a$. …………………………………………………………… (8 分)

由条件知,$a^2(1-2\ln a)-a>0$,即 $a(1-2\ln a)-1>0$. …………………………………………… (9 分)

设 $q(a)=a(1-2\ln a)-1$,$a>1$,则 $q'(a)=-1-2\ln a<0$,$a>1$,

所以 $q(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

又 $q(1)=0$,所以 $q(a)<q(1)=0$ 与条件矛盾.

综上可知,实数 a 的取值范围为 $(-\infty,1)$. ……………………………………………………… (12 分)

方法二:令 $p(x)=(2x^2-4ax)\ln x+x^2-a$,$x\in[1,+\infty)$,

则 $p(x)=(2x^2-4ax)\ln x+x^2-a>0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立,所以 $p(1)=1-a>0$,

所以 $a<1$. ……………………………………………………………………………………………… (8 分)

又 $p'(x)=(4x-4a)\ln x+(2x-4a)+2x=4(x-a)(\ln x+1)(x\geqslant1)$,

显然当 $a<1$ 时,$p'(x)>0$,则函数 $p(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $p(x)_{\min}=p(1)=1-a>0$,所以 $a<1$.

综上可知 a 的取值范围为 $(-\infty,1)$. ……………………………………………………………… (12 分)

【规律总结】 利用导数处理不等式问题,在解答题中主要体现为不等式的证明与不等式的恒成立问题,常规的解法是首先等价转化不等式,然后构造新函数,利用导数研究新函数的单调性和最值来解决,当然要注意分类讨论思想的应用.

(22)【命题意图】 本题考查圆周角定理、弦切角定理、余弦定理、圆的性质,以及考查逻辑思维能力、推理理论

能力、转化能力、运算求解能力.

【解析】（Ⅰ）因为 PQ 为圆 O 的切线，所以 $\angle PFQ=\angle PQE$. ……（1分）

又因为 $QM=QN$，所以 $\angle QNM=\angle QMN$，……（2分）

所以 $\angle PNF=\angle PMQ$，……（3分）

所以 $\triangle PNF\backsim\triangle PMQ$，……（4分）

所以$\dfrac{PF}{PQ}=\dfrac{NF}{MQ}=\dfrac{NF}{NQ}$，即 $PF\cdot QN=PQ\cdot NF$. ……（5分）

（Ⅱ）因为 $QP=QF=\sqrt{3}$，所以 $\angle PFQ=\angle QPF$. ……（6分）

又 $\angle PFQ+\angle QPF+\angle PQE+\angle EQF=180^\circ$，$\angle EQF=90^\circ$，……（7分）

所以 $\angle PFQ=\angle QPF=30^\circ$，$\angle PQF=120^\circ$，……（8分）

由余弦定理，得 $PF=\sqrt{QF^2+QP^2-2QF\cdot QP\cos\angle PQF}=3$. ……（10分）

【方法点拨】（1）如果已知条件中出现切线，那么通常可联系切线的性质、弦切角定理、切割线定理；（2）如果在圆中出现等腰三角形，通常可得角相等与垂直关系，再联系圆周角定理、弦切角定理及三角形相似来处理相关的问题.

（23）【命题意图】 本题考查圆的极坐标方程与直线的参数方程、直线与圆的位置关系，以及考查逻辑思维能力、等价转化能力、运算求解能力.

【解析】（Ⅰ）由 $\rho=4\cos\theta-2\sin\theta$，得 $\rho^2=4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta$. ……（1分）

将 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，代入可得 $x^2+y^2-4x+2y=0$，……（3分）

配方，得 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$，所以圆心为 $(2,-1)$，半径为 $\sqrt{5}$. ……（5分）

（Ⅱ）由直线 l 的参数方程知直线过定点 $M(5,0)$，

则由题意，知直线 l 的斜率一定存在，因此不妨设直线 l 的方程为 $y=k(x-5)$. ……（7分）

因为 $|PQ|=4$，所以 $5-\left(\dfrac{|1-3k|}{\sqrt{k^2+1}}\right)^2=4$，解得 $k=0$ 或 $k=\dfrac{3}{4}$. ……（10分）

【归纳总结】（1）化极坐标方程为直角坐标方程主要是利用公式 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$ 来完成；（2）在极坐标方程与参数方程的条件下求解直线与圆的位置关系问题，通常将极坐标方程与参数方程均化为直角坐标方程来解决.

（24）【命题意图】 本题考查绝对值不等式的解法、比较法的应用、绝对值的性质及零点分段法的应用，并考查逻辑思维能力、等价转化能力、运算求解能力.

【解析】（Ⅰ）由 $f(x)\leqslant x+15$ 得：

$$\begin{cases}x+15\geqslant 0,\\ x\leqslant -10,\\ -x-x-10\leqslant x+15\end{cases}\text{或}\begin{cases}x+15\geqslant 0,\\ -10<x<0,\\ -x+x+10\leqslant x+15\end{cases}\text{或}\begin{cases}x+15\geqslant 0,\\ x\geqslant 0,\\ x+x+10\leqslant x+15,\end{cases}$$ ……（3分）

解得 $-5\leqslant x\leqslant 5$，

所以 $f(x)\leqslant x+15$ 的解集为 $M=[-5,5]$. ……（5分）