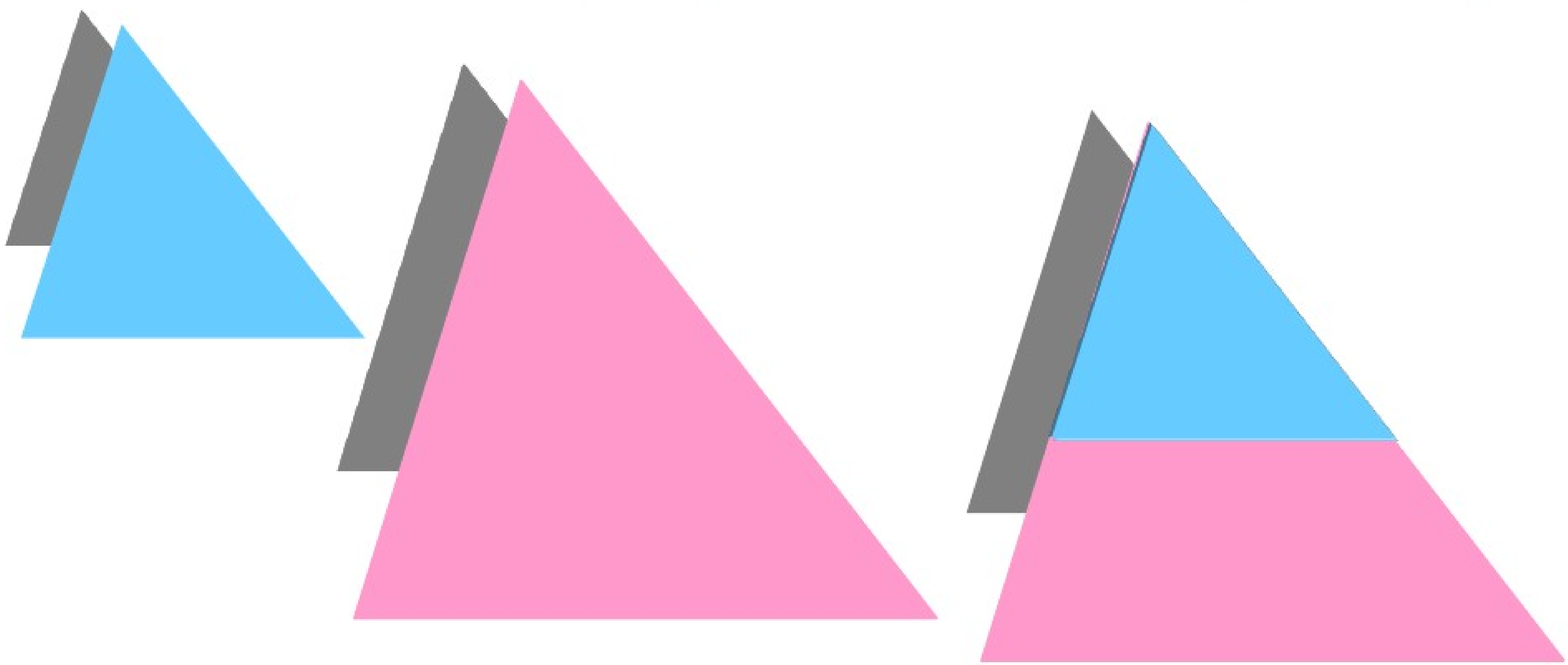
相似三角形的性质



回顾复习:

(1) 什么是相似三角形？相似比是什么？

对应角相等、对应边成比例的三角形,叫做相似三角形.

（2）如何判定两个三角形相似?

①平行得相似;

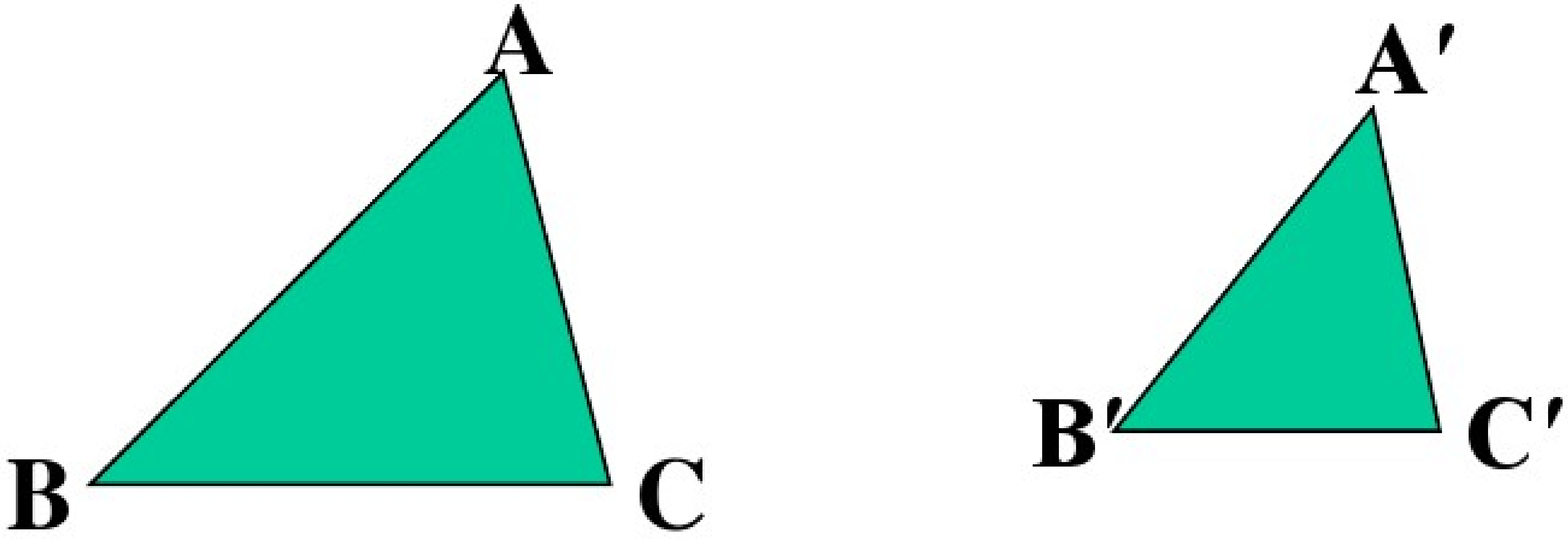
②两个角对应相等;

③两边对应成比例,夹角相等;

④三边对应成比例.

情境引入：

已知： $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，根据相似的定义，我们有哪些结论？



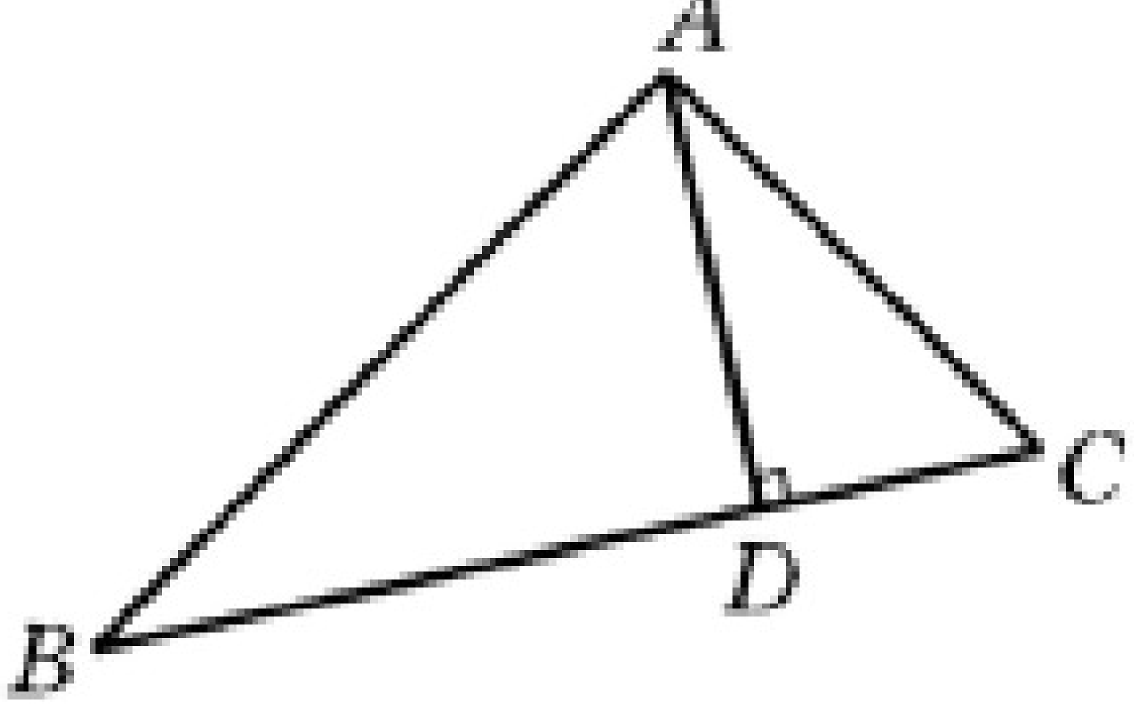
从对应边上看：对应边成比例＿＿＿＿＿＿＿＿

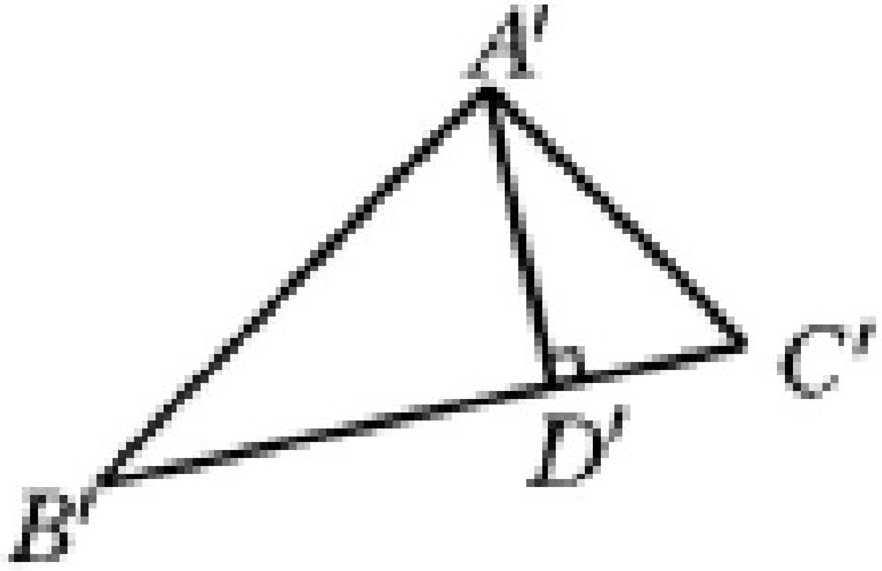
从对应角上看：对应角相等＿＿＿＿＿＿＿＿＿

两个三角形相似，除了**对应边成比例、对应角相等**之外，我们还可以得到哪些结论？

如：$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$,相似比为$k$，

AD、$A'D'$分别为BC、$B'C'$边上的高，那么AD、$A'D'$ 之间有什么关系？





变化一：如果把对应的高改为对应边上的中线？

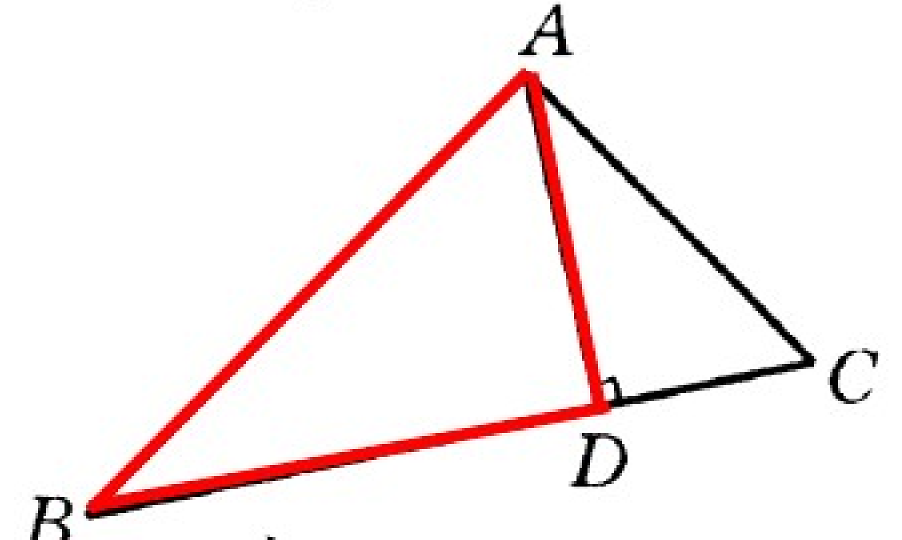
变化二：如果把对应的高改为对应角的角平分线？

探索新知 相似三角形的性质

问题1：如图，$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，相似比为$k$，

其中AD、$A'D'$分别为BC、$B'C'$边上的高，

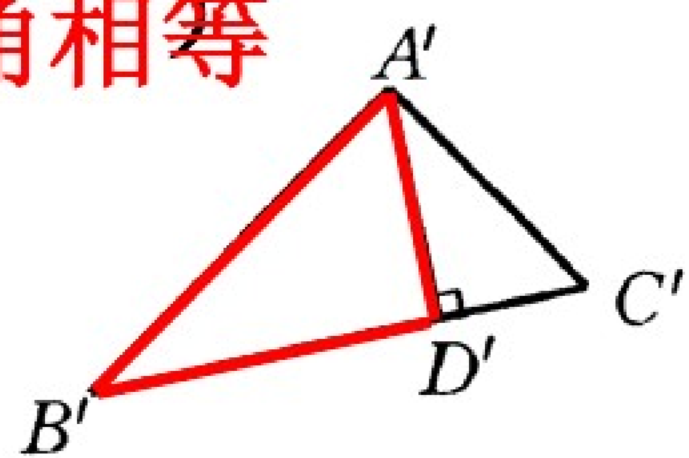
ΔABD与$\Delta A'B'D'$相似吗？



解：因为$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，（ 已知 ）

所以$\angle B = \angle B'$（ 相似三角形的对应角相等 ）

又$\angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ$.



所以$\Delta ABD \backsim \Delta A'B'D'$.

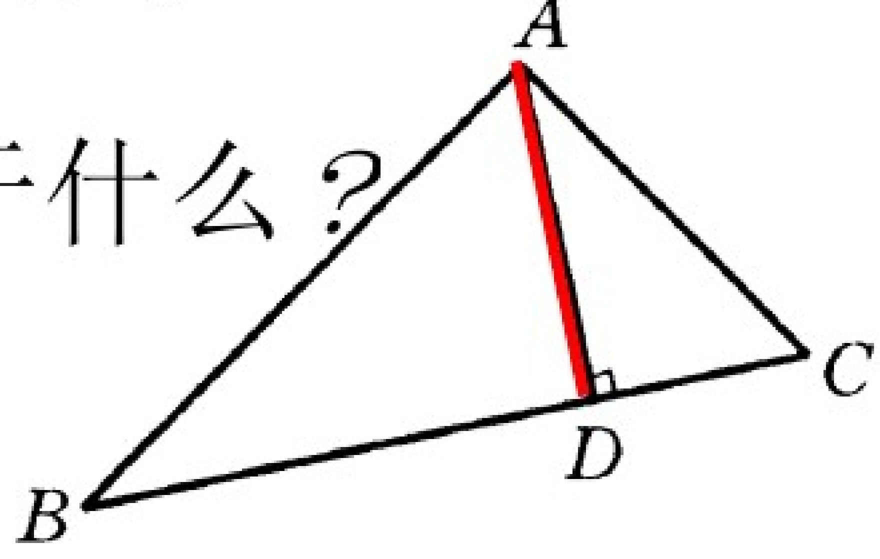
（ 两角对应相等，两三角形相似 ）

探索新知　**相似三角形的性质**

问题1：如图，$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，相似比为$k$，

其中AD、$A'D'$分别为BC、$B'C'$边上的高，

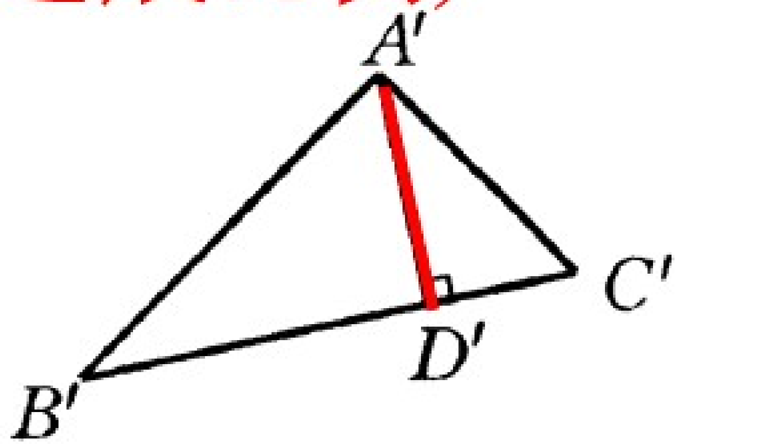
由$\Delta ABD \backsim \Delta A'B'D'$能否得到$\dfrac{AD}{A'D'}$等于什么？



因为$\Delta ABD \backsim \Delta A'B'D'$，

所以 $\dfrac{AD}{A'D'} = \dfrac{AB}{A'B'}$ (相似三角形的对应边成比例)

$= k$



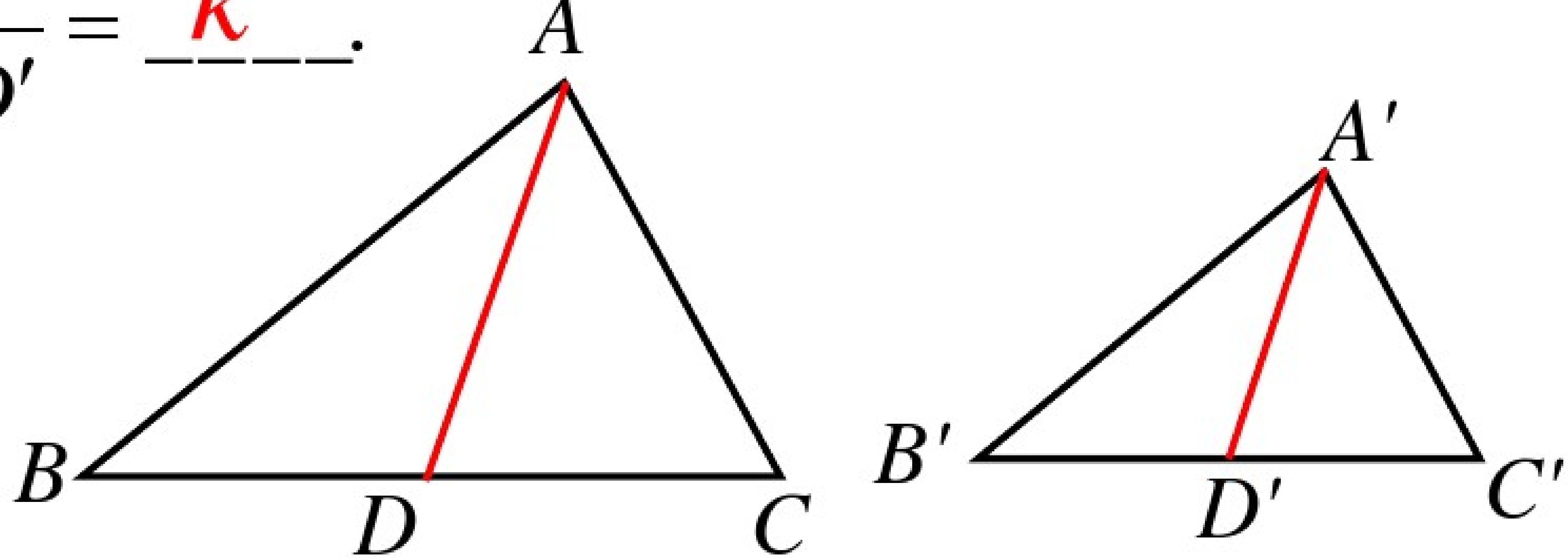
结论：相似三角形对应高的比等于相似比.

自主思考---类似结论

问题2：如图，$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，相似比为$k$，

其中AD、$A'D'$分别为BC、$B'C'$边上的中线，

则$\dfrac{AD}{A'D'} = \underline{\ k\ }$.



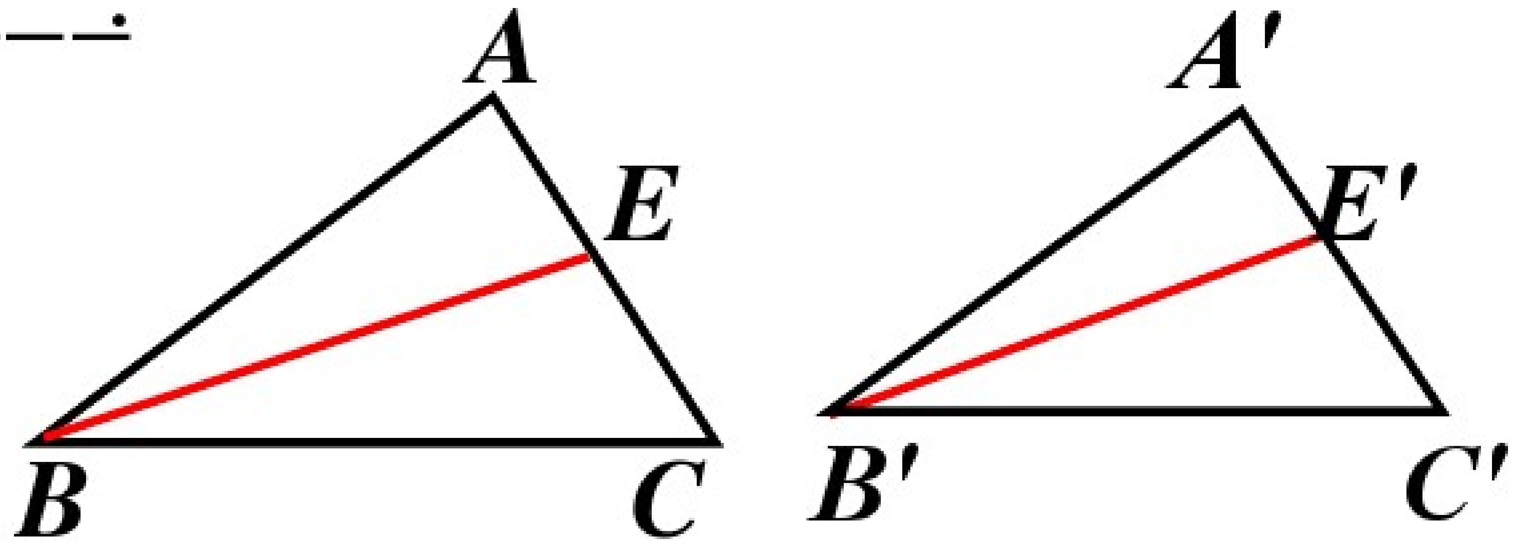
结论：相似三角形对应中线的比等于相似比.

自主思考--类似结论

问题3: 如图，$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$，相似比为$k$，

其中BE、$B'E'$分别为$\angle ABC$、$\angle A'B'C'$的角平分线，

则 $\dfrac{BE}{B'E'} = \underline{\quad k \quad}$.



结论： 相似三角形对应角的角平分线的比等于相似比.

由此可得以下结论：

- 相似三角形对应边上的高的比等于 <u>相似比</u>
- 相似三角形对应边上的中线的比等于<u>相似比</u>
- 相似三角形对应角的平分线的比等于<u>相似比</u>

课堂反馈

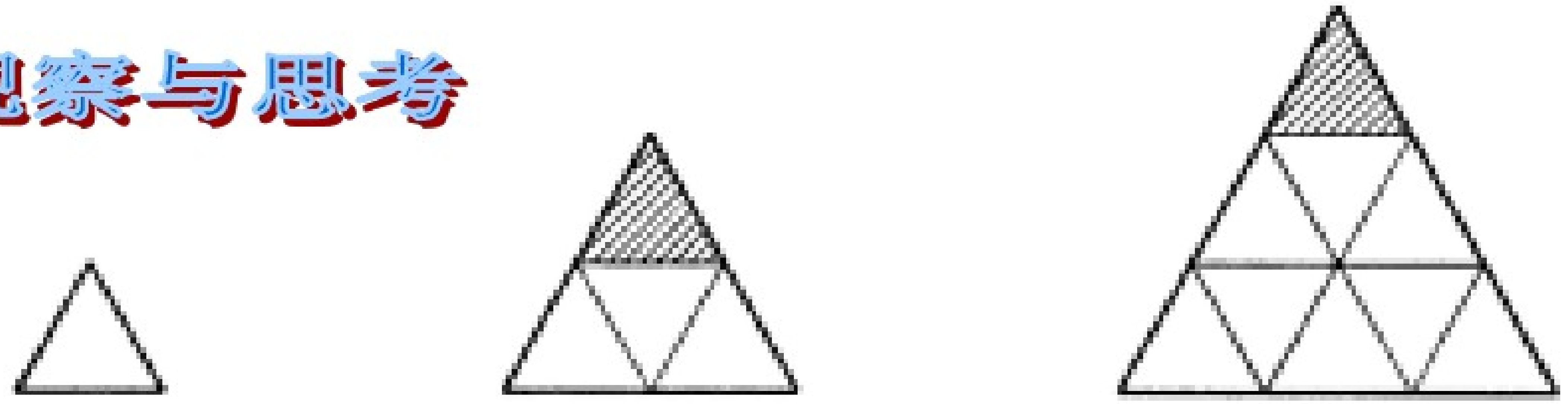
■1.相似三角形对应边的比为2：3,那么相似比为__2：3__,对应角的角平分线的比为__2：3__.

■2．两个相似三角形的相似比为1:4,则对应高的比为__1:4__,对应角的角平分线的比为__1:4__.

■3．两个相似三角形对应中线的比为$\frac{1}{4}$,

则相似比为__$\frac{1}{4}$__,对应高的比为__$\frac{1}{4}$__.

观察与思考



- 图中(1)(2)(3)分别是边长为1、2、3的等边三角形，它们都相似吗？为什么？

（2）与（1）的相似比＝ 2:1 ，
（2）与（1）的周长比＝ 2:1 ；
（2）与（1）的面积比＝ 4:1 ；
（3）与（1）的相似比＝ 3:1 ，
（3）与（1）的周长比＝ 3:1 .
（3）与（1）的面积比＝ 9:1 .

猜想结论： 相似三角形的周长比等于

相似比.

相似三角形的面积比 等于相似比的平方

相似三角形的性质

问题4：两个相似三角形的周长比

会等于相似比吗?

已知△ABC∽△$A'B'C'$且相似比为k。

求证：△ABC、$\triangle A'B'C'$周长的比等于k

证明：∵ △ABC∽△$A'B'C'$

$$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}=k$$

$$\therefore \frac{AB+BC+CA}{A'B'+B'C'+C'A'}=k$$

即△ABC、△$A'B'C'$的周长比等于相似比

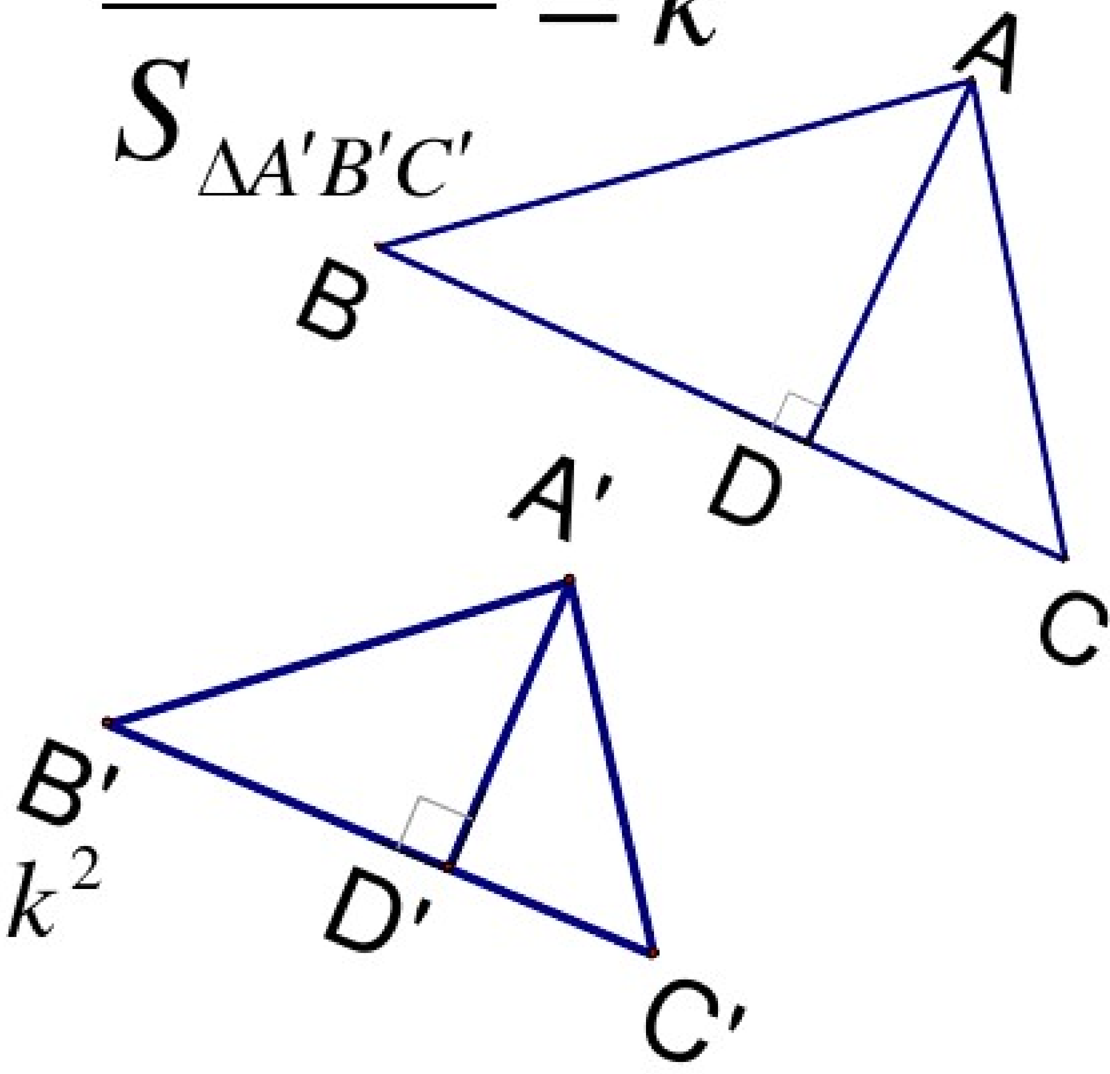
结论：相似三角形对应角的周长的比等于相似比.

相似三角形的性质

问题5:两个相似三角形的面积与相似比之间有什么关系呢?

例:已知△ABC∽△ $A'B'C'$ 且相似比为k,AD、$A'D'$ 分别是△ABC、△ $A'B'C'$ 对应边BC、$B'C'$ 上的高求证:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}=k^2$$



证明:∵ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

$$\therefore \frac{AD}{A'D'}=k,\frac{BC}{B'C'}=k$$

$$\therefore \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{2}AD\bullet BC}{\frac{1}{2}A'D'\bullet B'C'}=k^2$$

结论:相似三角形面积的比等于相似比的平方.

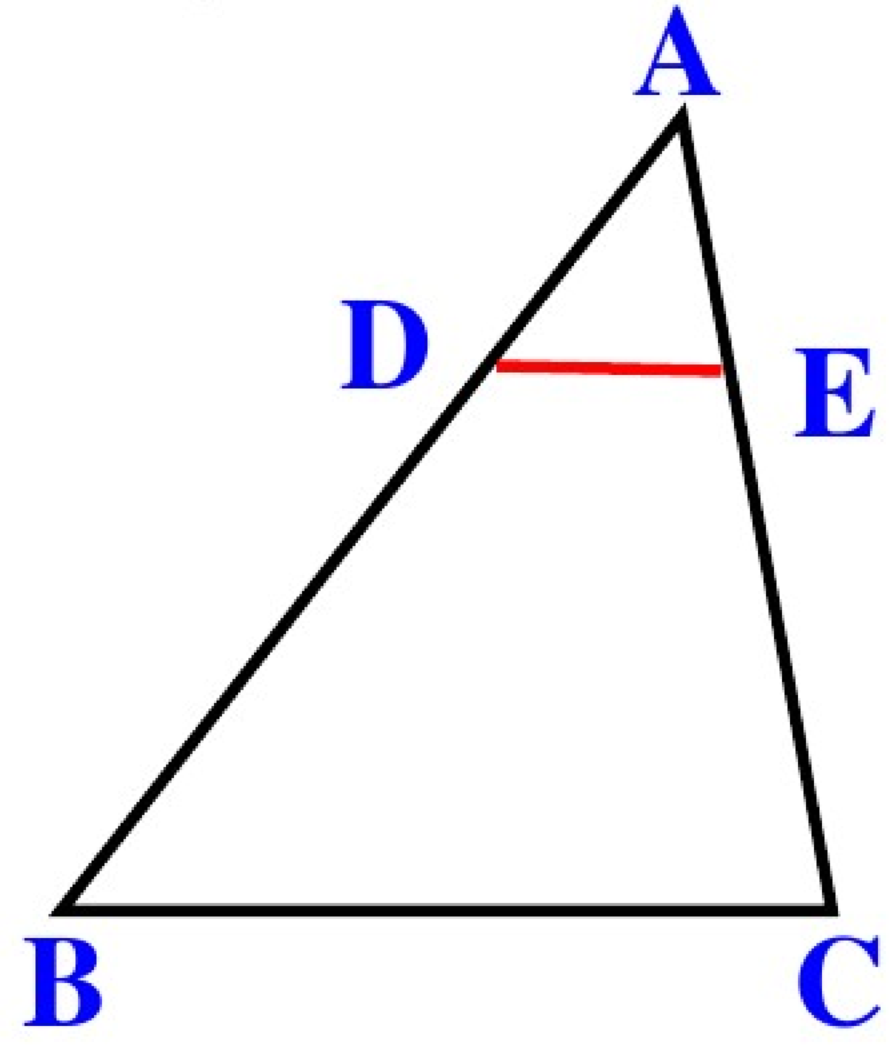
例：如图，DE // BC， DE = 1, BC = 4，

(1)△ADE与△ABC相似吗？如果相似，求它们的相似比. 1：4

(2) △ADE的周长：△ABC的周长＝ 1：4 .

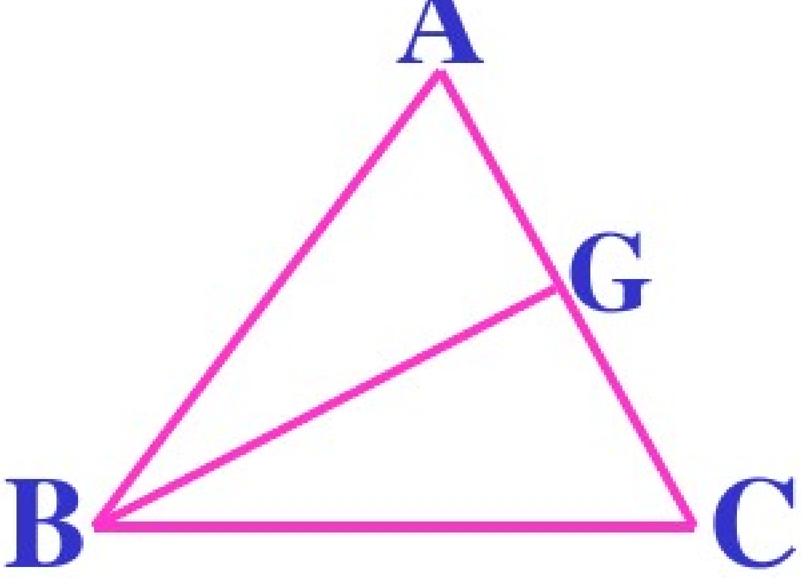
(3) $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \underline{\quad \frac{1}{16} \quad}$.

(4) $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\text{四边形BCED}}} = \underline{\quad \frac{1}{15} \quad}$



课堂训练

1：已知△ABC∽△DEF，BG、EH分别是△ABC和 △DEF的角平分线，BC＝6cm,EF＝4cm,BG＝4.8cm.求EH的长。

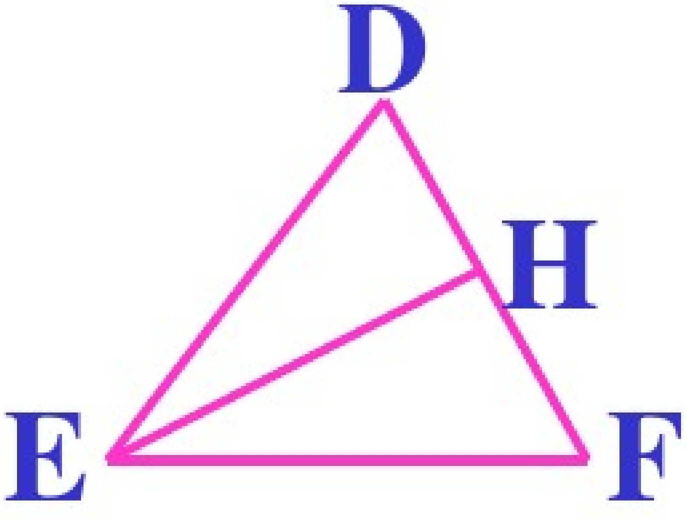


解：∵ △ABC∽△DEF

∴　BC：EF＝BG：EH

6：4＝4.8：EH

EH＝3.2(cm)



答：EH的长为3.2cm。

拓展训练

1、已知两个等边三角形的边长之比为2：3，且它们的面积之和为$26cm^2$，则较小的等边三角形的面积为多少?

课堂小结

学 而 不 思 则 罔

回头一看，我想说…

课堂小结

相似三角形的性质

1、相似三角形对应边成比例，对应角相等.

2、相似三角形对应边上的高、对应边上的中线、对应角平分线的比都等于相似比.

3、相似三角形周长的比等于相似比，相似三角形面积的比等于相似比的平方.

相似多边形也有同样的结论哟！

提高拓展

［例］　如图，△ABC是一块锐角三角形的余料，边长 BC＝60cm，高AD＝40cm，要把它加工成正方形零件，使正方形的一边FG在BC上，其余两个顶点E、H分别在AB、AC上，高AD与EH相交于点P.

(1) ΔAEH与ΔABC相似吗？为什么？

(2) 求这个正方形的零件的边长.