

# 16.3二次根式的

## 加减(1)



# 复习回顾



二次根式计算、化简的结果符合什么要求？

(1) 被开方数不含分母；

分母不含根号； 最简二次根式

(2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式。



把下列各根式化简

$$(1)\sqrt{12}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$(2)\sqrt{48}$$

$$4\sqrt{3}$$

$$(3)\sqrt{18}$$

$$3\sqrt{2}$$

$$(4)\sqrt{50}$$

$$5\sqrt{2}$$

$$(5)\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(6)\sqrt{32}$$

$$4\sqrt{2}$$

$$(7)\sqrt{45}$$

$$3\sqrt{5}$$

$$(8)\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

下列**3**组根式各有什么特征？

$$(1) \sqrt{2}, 3\sqrt{2}, -2\sqrt{2}, 15\sqrt{2}, \frac{2}{3}\sqrt{2} \Lambda$$

$$(2) \sqrt{3}, -5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}, 17\sqrt{3}, \frac{2}{13}\sqrt{3} \Lambda$$

$$(3) \sqrt{2}, \sqrt{8}, -5\sqrt{18}, \sqrt{32}, \sqrt{\frac{1}{2}} \Lambda$$

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，这几个二次根式就叫做同类二次根式。

判断同类二次根式的关键是什么？

- (1) 化成最简二次根式，
- (2) 被开方数相同，根指数相同（都等于2）





# 例题解析

例1: 下列各式中,哪些是同类二次根式?

$$\sqrt{12}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48}$$

$$4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18}$$

$$3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50}$$

$$5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{32}$$

$$4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{45}$$

$$3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

注意: 判断一组式子是否为同类二次根式, 只需看化为最简二次根式后的被开方数是否相同, 与最简二次根式前面的因式及符号无关.



1.在下列各组根式中，是同类二次根式的是（ **B** ）

A.  $\sqrt{2}, \sqrt{12}$       B.  $\sqrt{2}, \sqrt{\frac{1}{2}}$

C.  $\sqrt{4ab}, \sqrt{ab^2}$       D.  $\sqrt{a-1}, \sqrt{a+1}$

2. 与  $\sqrt{12}$  是同类二次根式的是（ **D** ）

A.  $\sqrt{32}$     B.  $\sqrt{24}$     C.  $\sqrt{125}$     D.  $6\sqrt{\frac{1}{27}}$

3.如果最简二次根式  $m+n-2\sqrt{2}$  与  $\sqrt{m-n}$  是同类二次根式,求m、n 的值.



(1)两列火车分别运煤 $2x$ 吨和 $3x$ 吨,问这两列火车共运多少?  $2x + 3x = 5x$ 吨

(2)两列火车分别运煤 $2x$ 吨和 $3y$ 吨,问这两列火车共运多少?  $(2x + 3y)$ 吨

以下问题你能用同样的方法计算吗?

(1) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

(3) $\sqrt{8} + \sqrt{18} + 4\sqrt{2}$



例1计算:

$$(1) \sqrt{12} + \sqrt{75}$$

$$(2) \sqrt{80} - \sqrt{45}$$

$$(3) \sqrt{9a} + \sqrt{25a}$$

比较二次根式的加减  
与整式的加减，你能  
得出什么结论？

二次根式的加减实质是  
合并同类二次根式.

整式的加减的实质是合  
并同类项.

解:

$$(1) \sqrt{12} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2+5)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$(2) \sqrt{80} - \sqrt{45} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (4-3)\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{9a} + \sqrt{25a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} = (3+5)\sqrt{a} = 8\sqrt{a}$$

**先化简，后合并**

**计算：**  $\sqrt{8} + \sqrt{18} + 4\sqrt{2}$

$$= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= (2 + 3 + 4)\sqrt{2}$$

$$= 9\sqrt{2}$$



如何合并  
同类二次  
根式？

与合并同类项类似,把同类二次根式的系数相加减,做为结果的系数,根号及根号内部都不变,

总结二次根式加减运算的步骤



# 二次根式加减法的步骤:

交流 归纳

- (1) 将每个二次根式化为最简二次根式;
- (2) 找出其中的同类二次根式;
- (3) 合并同类二次根式。

一化      二找      三合并

## 2.计算: 先化简, 后合并

$$(1) 2\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$$

$$(1) -4\sqrt{7}$$

$$(2) \sqrt{80} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$$

$$(2) 2\sqrt{5} + 5$$

$$(3) \sqrt{18} + (\sqrt{98} - \sqrt{27})$$

$$(3) 10\sqrt{2} + -3\sqrt{3}$$

$$(4) (\sqrt{24} + \sqrt{0.5}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6})$$

$$(4) 3\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$$



注意：不是同类二次根式的二次根式

(如 $\sqrt{2}$  与 $\sqrt{3}$  )不能合并

练习 1.判断：下列计算是否正确？为什么？

$$(1)\sqrt{8} + \sqrt{3} = \sqrt{8-3};$$

F

$$(2)\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{4+9};$$

F

$$(3)3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

T

练习 判断:下列计算是否正确?为什么?

$$(1) \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}; \quad \text{F}$$

$$(2) 2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}; \quad \text{F}$$

$$(3) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \quad \text{F}$$



练习：计算

$$(1) \underline{3\sqrt{2}} + \underline{\sqrt{3}} - \underline{2\sqrt{2}} - \underline{3\sqrt{3}}$$

解：原式 =  $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) + (\sqrt{3} - 3\sqrt{3})$   
 $= \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$$(2) \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{12}$$

解：原式 =  $\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{4 \times 3}$   
 $= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$   
 $= \underline{5\sqrt{2}} + \underline{2\sqrt{3}}$

强调：

先化简，  
再合并

例2计算:

$$(1) 2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}$$

$$(2)(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$(3) \frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$$

解:

$$\begin{aligned} (1) 2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48} &= (2\sqrt{3 \cdot 4} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{3 \cdot 16}) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot 2 - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{3} \cdot 4 \\ &= 4\sqrt{3} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 12\sqrt{3} \\ &= 16\sqrt{3} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} \\ &= 16\sqrt{3} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 16\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \\ &= 16\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ &= 16\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 14\sqrt{3} \end{aligned}$$



## 问题:

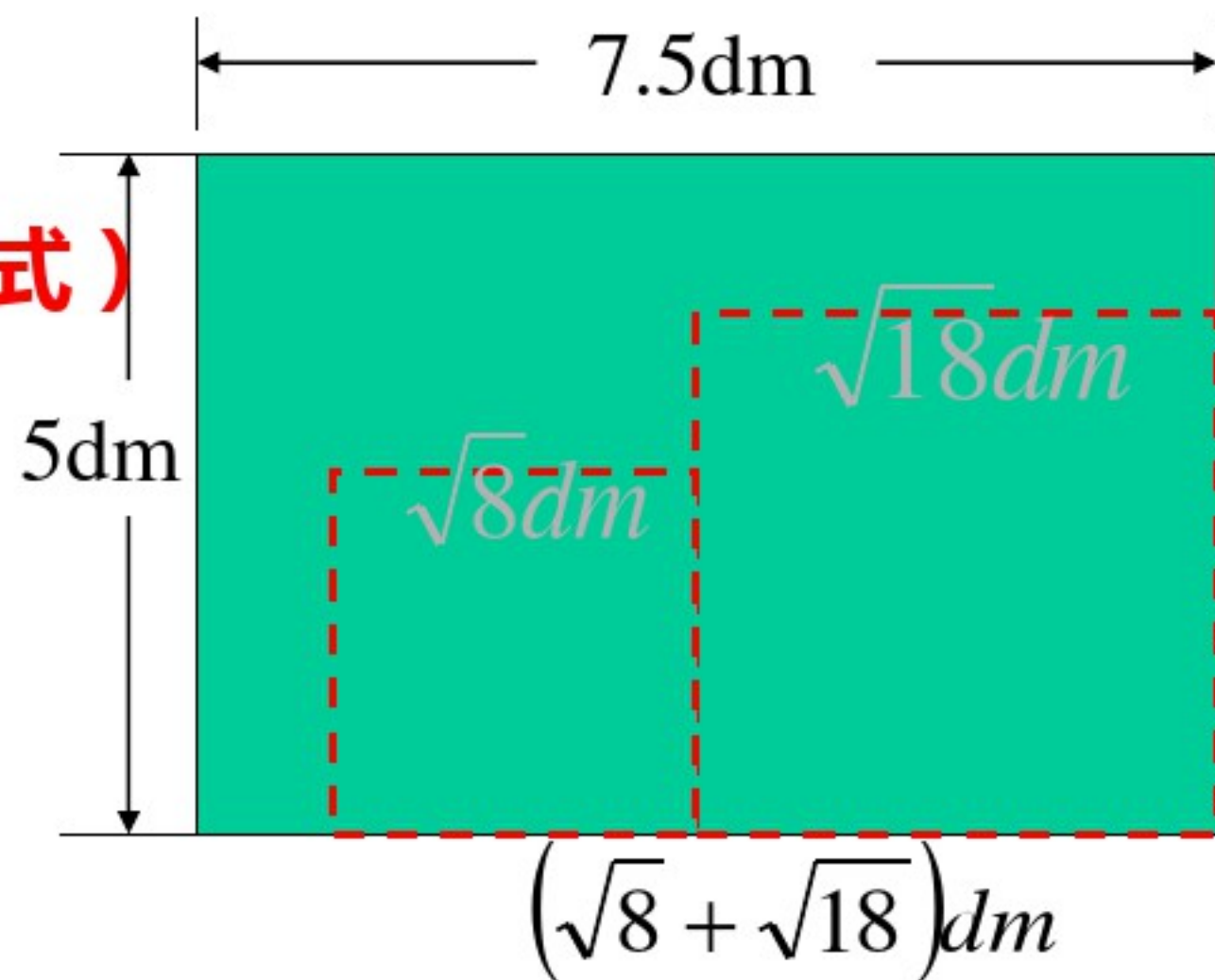
现有一块长7.5dm、宽5dm的木板，能否采用如图的方式，在这块木板上截出两个分别是 $8\text{dm}^2$ 和 $18\text{dm}^2$ 的正方形木板？

$$\begin{aligned}& \sqrt{8} + \sqrt{18} \\&= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \quad (\text{化成最简二次根式}) \\&= (2+3)\sqrt{2} \quad (\text{分配律}) \\&= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\ominus \sqrt{18} = 3\sqrt{2} < 5$$

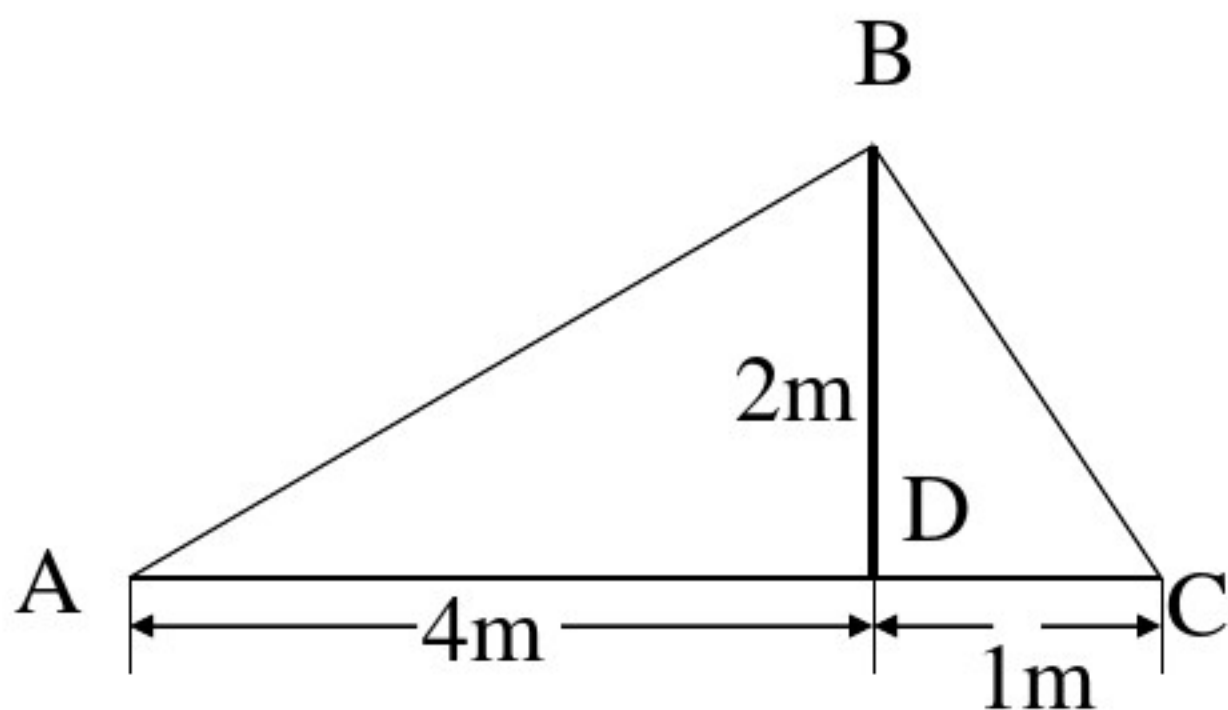
$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 5\sqrt{2} < 7.5$$

$\therefore$  在这块木板上可以截出两个分别是 $8\text{dm}^2$ 和 $18\text{dm}^2$ 的正方形木板.



思考:二次根式的加减的一般步骤.

**例3 要焊接一个如图所示的钢架，大约需要多少米钢材（精确到0.1米）？**



**解：** 根据勾股定理得：

$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

所需钢材的长度为：  $AB + BC + AC + BD = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} + 5 + 2$

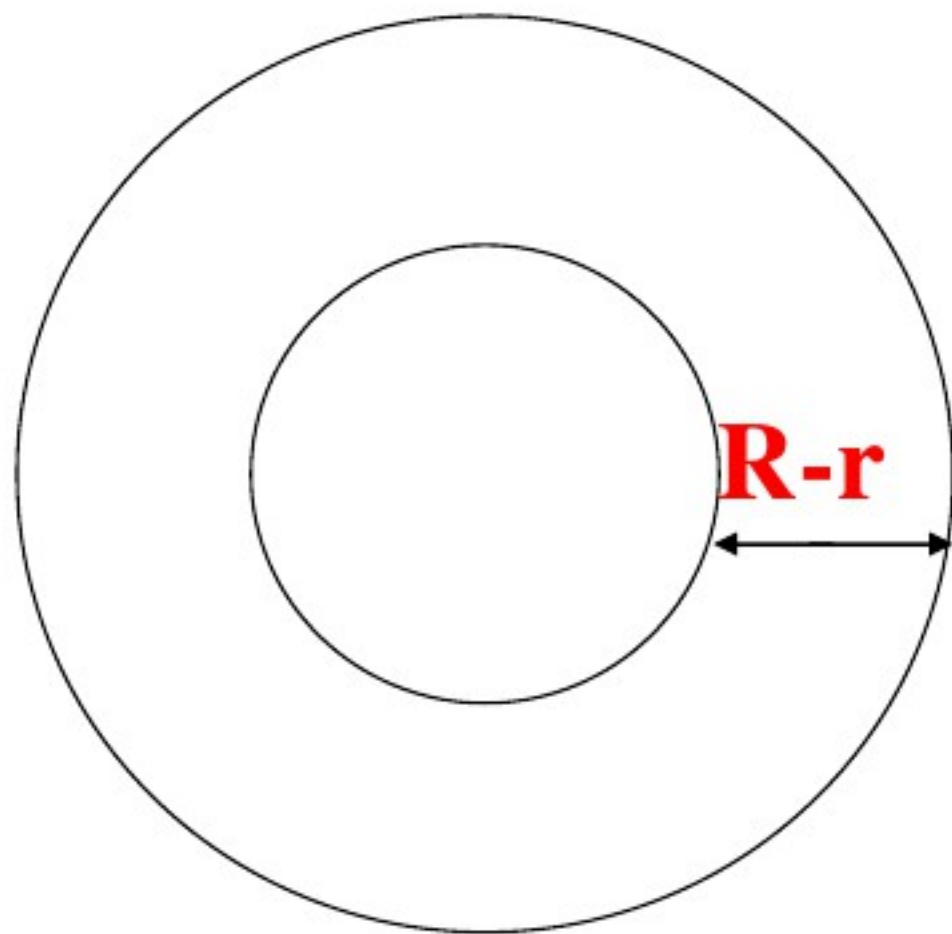
$$\text{答： 大约需要 } 13.7\text{m} \text{ 的钢材。} \quad = 3\sqrt{5} + 7 \approx 13.7$$

### 练习3:

如图，两个圆的圆心相同，它们的面积分别是 $8\text{cm}^2$ 和 $18\text{cm}^2$ ，求圆环的宽度 $d$ (两圆半径之差).

$$\begin{aligned}\text{解: } R - r &= \sqrt{\frac{S}{\pi}} - \sqrt{\frac{s}{\pi}} = \sqrt{\frac{18}{\pi}} - \sqrt{\frac{8}{\pi}} \\ &= \frac{3\sqrt{2\pi}}{\pi} - \frac{2\sqrt{2\pi}}{\pi} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\pi}\end{aligned}$$

答：圆环的宽度 $d$ 为 $\frac{\sqrt{2\pi}}{\pi}\text{cm}$ .





# 反馈练习

练习1:

$$(1) \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{75} + \sqrt{27} = 8\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{48} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} = 6\sqrt{3}$$

(4) 下列计算正确的是 (D)

$$A. \sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3} \quad B. 8 + 3\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

$$C. 4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4 \quad D. \sqrt{a} - \frac{3}{2}\sqrt{a} = -\frac{1}{2}\sqrt{a}$$

## 练习2

1.计算: (1)  $5\sqrt{2} + \sqrt{8} - 7\sqrt{18}$

(2)  $\sqrt{8} - \frac{4}{\sqrt{2}} + \sqrt{(-1)^2}$

(3)  $2\sqrt{12} - 4\sqrt{\frac{1}{27}} + 3\sqrt{48},$

(4)  $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$

(5)  $\left(\sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}\right) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{75}\right)$

## 2 计算:

$$(1) \sqrt{75} + 2\sqrt{8} - \sqrt{200}$$

$$(2) 2\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + \sqrt{80}$$

$$(3) 2\sqrt{48} - (\sqrt{27} + \sqrt{243})$$

$$(4) (5\sqrt{75} - 4\sqrt{12}) - (5\sqrt{108} - 3\sqrt{27})$$



### 3.细心算一算

$$(1)(\sqrt{8}-2\sqrt{0.25})-(\sqrt{1\frac{1}{8}}+\sqrt{50}+\frac{2}{3}\sqrt{72})$$

$$(2)(\sqrt{80}-\sqrt{1\frac{4}{5}})-(\sqrt{3\frac{1}{5}}+\frac{4}{5}\sqrt{45})$$

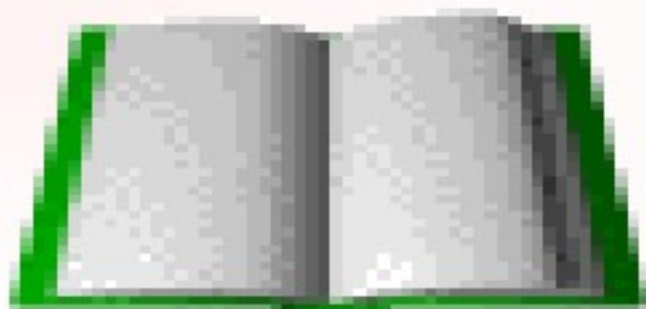
$$(3)2a\sqrt{3ab^2}-\left(\frac{b}{6}\sqrt{27a^3}-2ab\sqrt{\frac{3}{4}a}\right)$$

# 课堂小结

1. 同类二次根式的定义?
2. 二次根式加减运算的步骤?
3. 如何合并同类二次根式?

合并同类二次根式与合并同类项类似.

# 小结



1. 同类二次根式是相对于一组二次根式而言的. 判断几个二次根式是否为同类二次根式, 首先要把这几个二次根式化为最简二次根式, 然后再看它们的被开方数, 如果被开方数相同, 那么原来的几个二次根式就是同类二次根式.

2. 同类二次根式不一定是最简二次根式. 如:  $\sqrt{2}$   $\sqrt{8}$   $\sqrt{50}$  等.

3. 几个二次根式相加减先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把同类二次根式分别合并.



同类二次根式合并：

把根号外系数或字母相加减，根指数和被开方数不变

注意：不是同类二次根式的二次根式  
(如 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ )不能合并

例2计算:

$$(1) 2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}$$

$$(2)(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$(3)\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$$