

附录 C(上) 部分习题答案^①

第 1 章

习题 1.1A

4. (c) 17 分钟.
5. (a) Jim 的两种选择: 投曲线球或快球.
Joe 的两种选择: 为曲线球或快球作准备.
- (b) Joe 打算增加他击球的平均击中率.
Jim 打算减少 Joe 击球的平均击中率.

第 2 章

习题 2.1A

1. (a) $-x_1 + x_2 \geq 1$.
(c) $x_1 - x_2 \leq 0$.
(e) $0.5x_1 - 0.5x_2 \geq 0$.
3. 未用到的量 $M1 = 4$ 吨/天.

习题 2.2A

1. (a 和 e) 见图 C.1.
2. (a 和 d) 见图 C.2.
5. 令

$x_1 = A$ 的单位数

$x_2 = B$ 的单位数

$$\max z = 20x_1 + 50x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -0.2x_1 + 0.8x_2 \leq 0, \quad 2x_1 + 4x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 100, \quad x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $(x_1, x_2) = (80, 20)$, $z = 2\,600$ 美元.

^① 在这个附录中, 所解问题是正文中是由 * 号指定的.

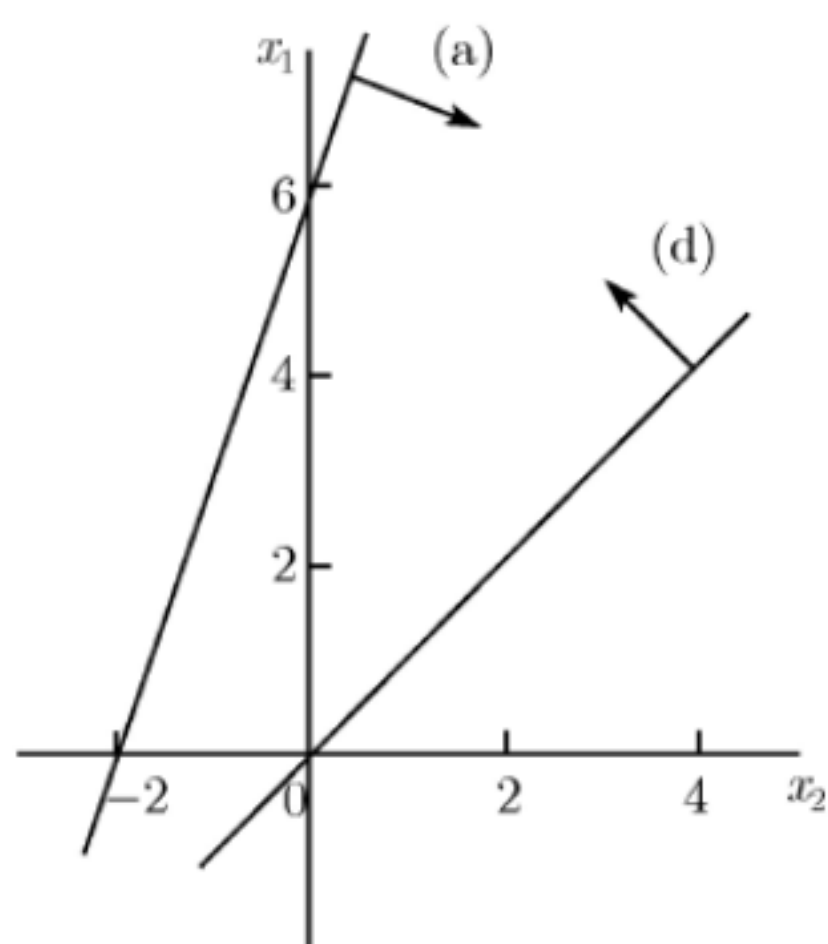


图 C.1

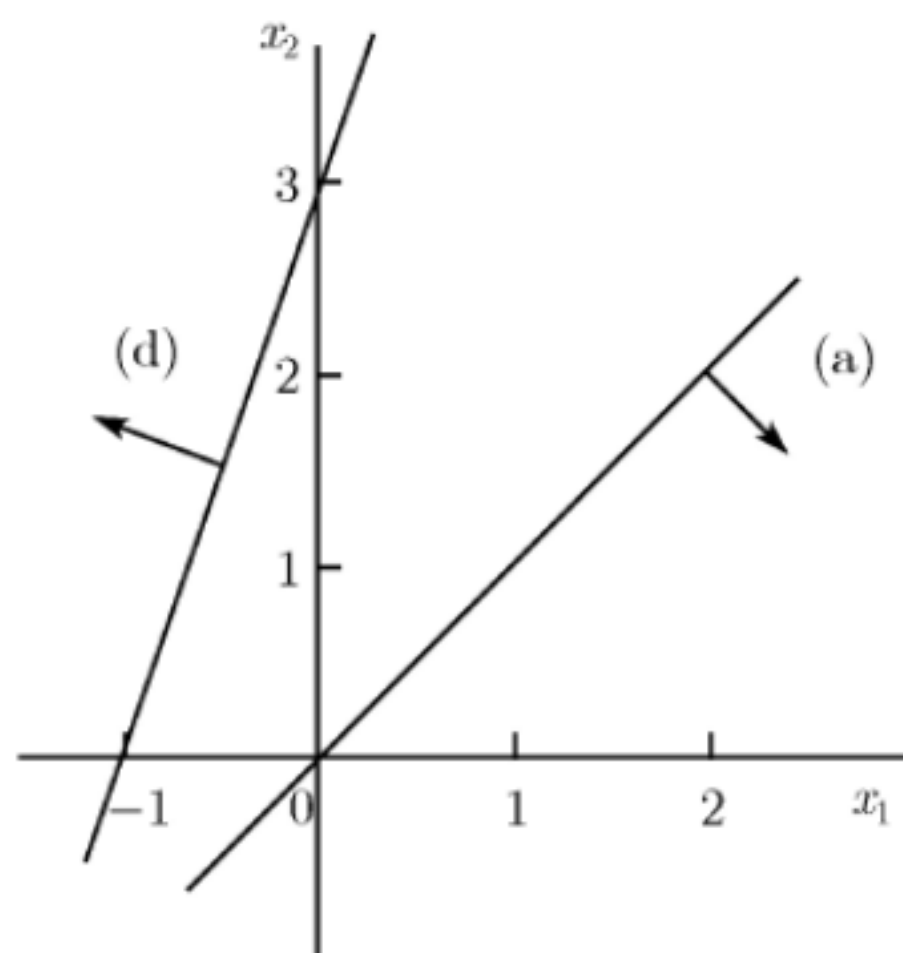


图 C.2

7. 令

 x_1 = 投资 A 的美元数 x_2 = 投资 B 的美元数

$$\max z = 0.05x_1 + 0.08x_2$$

$$\text{s.t. } 0.75x_1 - 0.25x_2 \geq 0, \quad 0.5x_1 - 0.5x_2 \geq 0$$

$$x_1 - 0.5x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 \leq 5\,000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $(x_1, x_2) = (2\,500, 2\,500)$, $z = 325$ 美元.

11. 令

 x_1 = 每天娱乐的小时数 x_2 = 每天工作的小时数

$$\max z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 \leq 10, \quad x_1 - x_2 \leq 0$$

$$x_1 \leq 4, \quad x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $(x_1, x_2) = (4, 6)$, $z = 14$.

14. 令

 x_1 = 每小时 C1 的吨数 x_2 = 每小时 C2 的吨数

$$\max z = 12\,000x_1 + 9\,000x_2$$

$$\text{s.t. } -200x_1 + 100x_2 \leq 0, \quad 2.1x_1 + 0.9x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $(x_1, x_2) = (5.13, 10.26)$, $z = 153\,846$ 磅.

(a) 最优比 C1:C2=0.5.

(b) 最优比是相同的, 产生的蒸汽将增加 7 692 磅/小时.

18. 令

x_1 = HiFi1 的产品件数

x_2 = HiFi2 的产品件数

$$\min z = 1\,267.2 - (15x_1 + 15x_2)$$

$$\text{s.t. } 6x_1 + 4x_2 \leq 432, \quad 5x_1 + 5x_2 \leq 412.8$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 422.4, \quad x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $(x_1, x_2) = (50.88, 31.68)$, $z = 28.8$ 空闲分钟.

习题 2.2B

1. (a) 见图 C.3.

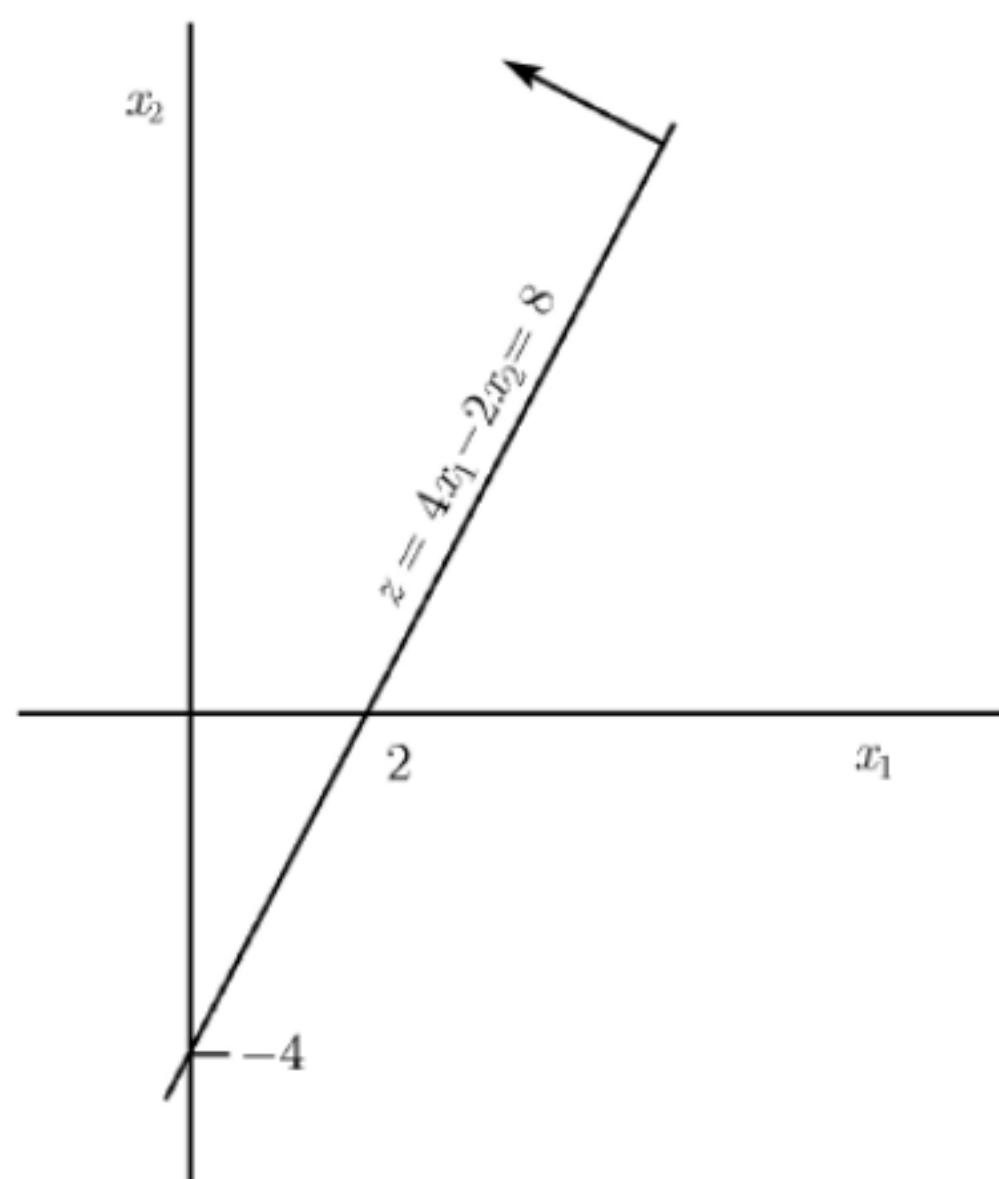


图 C.3

5. 令

x_1 = 伊朗原油千桶/天

x_2 = 阿联酋原油千桶/天

$$\min z = x_1 + x_2$$

$$\text{s.t. } -0.6x_1 + 0.4x_2 \leq 0, \quad 0.2x_1 + 0.1x_2 \geq 14$$

$$0.25x_1 + 0.6x_2 \geq 30, \quad 0.1x_1 + 0.15x_2 \leq 10$$

$$0.15x_1 + 0.1x_2 \geq 8, \quad x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $x_1 = 55$, $x_2 = 30$, $z = 85$.

7. 令

x_1 = 废料 A 的合金比

x_2 = 废料 B 的合金比

$$\min z = 100x_1 + 80x_2$$

$$\text{s.t. } 0.03 \leq 0.06x_1 + 0.03x_2 \leq 0.06, \quad 0.03 \leq 0.03x_1 + 0.06x_2 \leq 0.05$$

$$0.03 \leq 0.04x_1 + 0.03x_2 \leq 0.07, \quad x_1 + x_2 = 1, \quad x_1, x_2 \geq 0$$

最优解: $x_1 = 0.33, x_2 = 0.67, z = 86\,667$ 美元.

习题 2.3A

3. 令

x_{ij} = 工程 i 在第 j 年完成的部分

$$\begin{aligned} \max z = & 0.05(4x_{11} + 3x_{12} + 2x_{13}) + 0.07(3x_{22} + 2x_{23} + x_{24}) \\ & + 0.15(4x_{31} + 3x_{32} + 2x_{33} + x_{34}) + 0.02(2x_{43} + x_{44}) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1, \quad x_{43} + x_{44} = 1$$

$$0.25 \leq x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq 1$$

$$0.25 \leq x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leq 1$$

$$5x_{11} + 15x_{31} \leq 3, \quad 5x_{12} + 8x_{22} + 15x_{32} \leq 6$$

$$5x_{13} + 8x_{23} + 15x_{33} + 1.2x_{43} \leq 7$$

$$8x_{24} + 15x_{34} + 1.2x_{44} \leq 7, \quad 8x_{25} + 15x_{35} \leq 7$$

所有 $x_{ij} \geq 0$

最优解: $x_{11} = 0.6, x_{12} = 0.4, x_{24} = 0.255, x_{25} = 0.025, x_{32} = 0.267, x_{33} = 0.387,$
 $x_{34} = 0.346, x_{43} = 1, z = 523\,750$ 美元.

习题 2.3B

2. 可以推广模型, 用于说明任何输入货币 p 和任何输出货币 q . 定义 x_{ij} 的意义与例 2.3-2 相同, r_{ij} 是由货币 i 到货币 j 的兑换率. 相应的模型^① 就是

① 原书提供的模型有问题, 因为该模型只有在 $p \neq q$ 时正确; 对于 $p = q$, 模型不成立, 此时模型应修改为:

$$\max z = y$$

$$\text{s.t. } \text{交易额: } x_{ij} \leq c_i, \forall i \neq j$$

$$\text{输入和输出货币 } p: I - y + \sum_{j \neq p} r_{jp} x_{jp} = \sum_{j \neq p} x_{pj}$$

$$\text{其他货币 } i \neq p: \sum_{j \neq i} r_{ji} x_{ji} = \sum_{j \neq i} x_{ij}$$

$$\text{所有 } x_{ij} \geq 0$$

参见书中提供的程序 ampl2.3b-2.txt. ——— 译者注

$$\max \quad z = y$$

$$\text{s.t. 交易额: } x_{ij} \leq c_i, \quad \forall i \neq j$$

$$\text{输入货币 } p: \quad I + \sum_{j \neq p} r_{jp} x_{jp} = \sum_{j \neq p} x_{pj}$$

$$\text{输出货币 } q: \quad y + \sum_{j \neq q} x_{qj} = \sum_{j \neq q} r_{jq} x_{jq}$$

$$\text{其他货币 } i \neq p \text{ 或 } q: \quad \sum_{j \neq i} r_{ji} x_{ji} = \sum_{j \neq i} x_{ij}$$

$$\text{所有 } x_{ij} \geq 0$$

收益率: $\$ \rightarrow \$$ 为 1.806 4%, $\$ \rightarrow \text{€}$ 为 1.796 6%, $\$ \rightarrow \text{£}$ 为 1.828 7%, $\$ \rightarrow \text{¥}$ 为 2.851 5%, $\$ \rightarrow \text{KD}$ 为 1.047 1%. 在日元与科威特第纳尔货币之间有大的差距可能归结为这样的事实, 即给出的兑换率并不与其他货币的兑换率总体相一致. 不过, 此问题也显示了将不同货币作为积累目标的好处.

[注意: 交互式 AMPL(文件 ampl2.3b-2.txt) 或 Excel 规划求解 (文件 solver 2.3b-2.xls) 对于求解此问题是很理想的. 见 2.4 节.]

习题 2.3C

2. 令

x_i = 投资于项目 i 的美元数, $i = 1, 2, 3, 4$

y_j = 在第 j 年投资于银行的美元数, $j = 1, 2, 3, 4, 5$

$$\max \quad z = y_5$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_4 + y_1 \leq 10\,000$$

$$0.5x_1 + 0.6x_2 - x_3 + 0.4x_4 + 1.065y_1 - y_2 = 0$$

$$0.3x_1 + 0.2x_2 + 0.8x_3 + 0.6x_4 + 1.065y_2 - y_3 = 0$$

$$1.8x_1 + 1.5x_2 + 1.9x_3 + 1.8x_4 + 1.065y_3 - y_4 = 0$$

$$1.2x_1 + 1.3x_2 + 0.8x_3 + 0.95x_4 + 1.065y_4 - y_5 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$

最优解: $x_1 = 0$, $x_2 = \$10\,000$, $x_3 = \$6\,000$, $x_4 = 0$,

$y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = \$6\,800$, $y_4 = \$33\,642$,

在第 5 年年初 $z = \$53\,628.73$.

5. 令

x_{iA} = 在第 i 年用于计划 A 的资金数, $i = 1, 2, 3$

x_{iB} = 在第 i 年用于计划 B 的资金数, $i = 1, 2, 3$

$$\max \quad z = 3x_{2B} + 1.7x_{3A}$$

$$\text{s.t. } x_{1A} + x_{1B} \leq 100 \text{ (第 1 年年初)}$$

$$-1.7x_{1A} + x_{2A} + x_{2B} = 0 \text{ (第 2 年年初)}$$

$$-3x_{1B} - 1.7x_{2A} + x_{3A} = 0 \text{ (第 3 年年初)}$$

$$x_{iA}, x_{iB} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

最优解: 第 1 年在计划 A 投资 \$100 000, 第 2 年在计划 B 投资 170 00 美元.
问题最优解不唯一.

习题 2.3D

3. 令 x_j 是产品 j 的件数, $j = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 30x_1 + 20x_2 + 50x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 4\,000 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 \leq 6\,000 \\ & x_1 + 0.5x_2 + 0.33x_3 \leq 1\,500 \\ & 2x_1 - 3x_2 = 0 \\ & 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 200, x_2 \geq 200, x_3 \geq 150 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

最优解: $x_1 = 324.32, x_2 = 216.22, x_3 = 540.54, z = 41\,081.08$ 美元.

7. 令

x_{ij} = 第 j 个月工序 i 的产量, $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$

I_{ij} = 第 j 个月工序 i 的输入库存, $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$

$$\min \quad z = \sum_{j=1}^3 (c_{1j}x_{1j} + c_{2j}x_{2j} + 0.2I_{1j} + 0.4I_{2j})$$

$$\text{s.t.} \quad 0.6x_{11} \leq 800, 0.6x_{12} \leq 700, 0.6x_{13} \leq 550$$

$$0.8x_{21} \leq 1\,000, 0.8x_{22} \leq 850, 0.8x_{23} \leq 700$$

$$x_{1j} + I_{1,j-1} = x_{2j} + I_{1j}, x_{2j} + I_{2,j-1} = d_j + I_{2j}, j = 1, 2, 3$$

$$I_{1,0} = I_{2,0} = 0, \text{ 所有变量} \geq 0$$

$$d_j = 500, 450, 600, \text{ 对应于 } j = 1, 2, 3$$

$$c_{1j} = 10, 12, 11, \text{ 对应于 } j = 1, 2, 3$$

$$c_{2j} = 15, 18, 16, \text{ 对应于 } j = 1, 2, 3$$

最优解: $x_{11} = 1\,333.33$ 件, $x_{13} = 216.67$ 件, $x_{21} = 1\,250$ 件, $x_{23} = 300$ 件,
 $z = 39\,720$ 美元.

习题 2.3E

2. 令 x_s = 螺丝钉的磅数/袋, x_b = 螺栓的磅数/袋, x_n = 螺母的磅数/袋, x_w = 垫圈的磅数/袋.

$$\min z = 1.1x_s + 1.5x_b + \left(\frac{70}{80}\right)x_n + \left(\frac{20}{30}\right)x_w$$

$$\text{s.t. } y = x_s + x_b + x_n + x_w$$

$$y \geq 1, x_s \geq 0.1y, x_b \geq 0.25y, x_n \leq 0.15y, x_w \leq 0.1y$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)x_b \leq x_n, \left(\frac{1}{50}\right)x_b \leq x_w$$

所有变量非负

最优解: $z = 1.12$ 美元, $y = 1$, $x_s = 0.5$, $x_b = 0.25$, $x_n = 0.15$, $x_w = 0.1$.

5. 令 $x_A =$ 原油 A 的桶数/天, $x_B =$ 原油 B 的桶数/天, $x_r =$ 普通汽油的桶数/天, $x_p =$ 优质汽油的桶数/天, $x_j =$ 航空燃油的桶数/天.

$$\begin{aligned} \max z = & 50(x_r - s_r^+) + 70(x_p - s_p^+) + 120(x_j - s_j^+) \\ & - (10s_r^- + 15s_p^- + 20s_j^- + 2s_r^+ + 3s_p^+ + 4s_j^+) - (30x_A + 40x_B) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } x_A \leq 2\,500, x_B \leq 3\,000,$$

$$x_r = 0.2x_A + 0.25x_B, x_p = 0.1x_A + 0.3x_B, x_j = 0.25x_A + 0.1x_B$$

$$x_r + s_r^- - s_r^+ = 500, x_p + s_p^- - s_p^+ = 700, x_j + s_j^- - s_j^+ = 400$$

所有变量 ≥ 0

最优解: $z = \$21\,852.94$, $x_A = 1\,176.47$ 桶/天, $x_B = 1\,058.82$ 桶/天, $x_r = 500$ 桶/天, $x_p = 435.29$ 桶/天, $x_j = 400$ 桶/天, $s_p^- = 264.71$ 桶/天.

习题 2.3F

1. 令 $x_i(y_i) =$ 第 i 时间段内 8 小时/班 (12 小时/班) 公交车的数量.

$$\min z = 2 \sum_{i=1}^6 x_i + 3.5 \sum_{i=1}^6 y_i$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_6 + y_1 + y_5 + y_6 \geq 4, x_1 + x_2 + y_1 + y_2 + y_6 \geq 8,$$

$$x_2 + x_3 + y_1 + y_2 + y_3 \geq 10, x_3 + x_4 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 7,$$

$$x_4 + x_5 + y_3 + y_4 + y_5 \geq 12, x_5 + x_6 + y_4 + y_5 + y_6 \geq 4$$

所有变量非负

最优解: $x_1 = 4$, $x_2 = 4$, $x_4 = 2$, $x_5 = 4$, $y_3 = 6$, 其他 $= 0$, $z = 49$. 公交车总数 $= 20$. 对于 8 小时一班的情况, 公交车的数量 $= 26$, 可比值为 $z = 2 \times 26 = 52$, 因此, (8 小时 + 12 小时) 班是最好的.

5. 令 $x_i =$ 在第 i 时间段学生的数量 ($i = 1$ 表示上午 8:01, $i = 9$ 表示下午 4:01.)

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

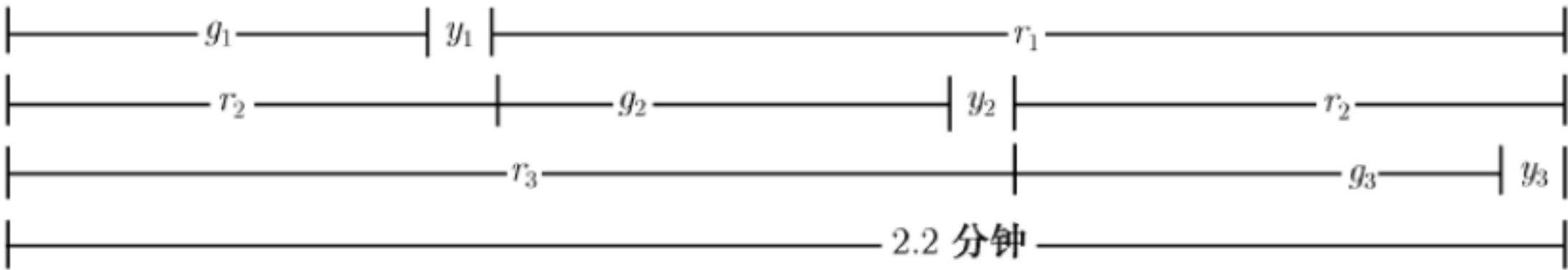
$$\text{s.t. } x_1 \geq 2, x_1 + x_2 \geq 2, x_1 + x_2 + x_3 \geq 3$$

$$\begin{aligned}x_2 + x_3 + x_4 &\geq 4, \quad x_3 + x_4 \geq 4, \quad x_4 + x_6 \geq 3 \\x_6 + x_7 &\geq 3, \quad x_6 + x_7 + x_8 \geq 3, \quad x_7 + x_8 + x_9 \geq 3 \\x_5 &= 0, \text{ 其他所有变量非负}\end{aligned}$$

最优解：雇用 2 人在 8:01, 1 人在 10:01, 3 人在 11:01, 以及 3 人在下午 2:01. 共 9 名学生.

习题 2.3G

1. (a) 1 150L 英尺².
(b) (3,0,0), (1,1,0), (1,0,1) 和 (0,2,0), 各自的下料损失是 0, 3, 1 和 1 英尺.
(c) 标准的 20 英尺宽纸卷的数量减少 30 卷.
(d) 标准的 20 英尺宽纸卷的数量增加 50 卷.
- 6.



令 g_i, y_i 和 r_i 分别表示汽车公路收费口 i 处的绿灯、黄灯和红灯的持续时间. 所有的时间单位是秒. 没有车在黄灯情况下通过.

$$\begin{aligned}\max \quad & z = 3(500/3\ 600)g_1 + 4(600/3\ 600)g_2 + 5(400/3\ 600)g_3 \\ \text{s.t.} \quad & (500/3\ 600)g_1 + (600/3\ 600)g_2 + (400/3\ 600)g_3 \\ & \leq (510/3\ 600)(2.2 \times 60 - 3 \times 10) \\ & g_1 + g_2 + g_3 + 3 \times 10 \leq 2.2 \times 60, \quad g_1 \geq 25, \quad g_2 \geq 25, \quad g_3 \geq 25\end{aligned}$$

最优解： $g_1 = 25$ 秒, $g_2 = 43.6$ 秒, $g_3 = 33.4$ 秒, 收费站收入 = 58.04 美元/小时.

习题 2.4A

2. (d) 见文件夹 AppenCFile 中的文件 solver2.4a-2(d).xls.

习题 2.4B

2. (c) 见文件夹 AppenCFile 中的文件 ampl2.4b-2(c).txt.
(f) 见文件夹 AppenCFile 中的文件 ampl2.4b-2(f).txt.

习题 3.1A

1. 对于原料 M1 和 M2, 相应的松弛变量分别为 2 吨/天和 1 吨/天.

4. 令 x_{ij} = 机器 j 生产产品 i 的单位数.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 10(x_{11} + x_{12}) + 15(x_{21} + x_{22}) \\ \text{s.t.} \quad & x_{11} + x_{21} - x_{12} - x_{22} + s_1 = 5 \\ & -x_{11} - x_{21} + x_{12} + x_{22} + s_2 = 5 \\ & x_{11} + x_{21} + s_3 = 200 \\ & x_{12} + x_{22} + s_4 = 250 \\ & s_i, x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \end{aligned}$$

习题 3.1B

3. 令 x_j = 产品 j 的单位数, $j = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 15x_4^+ - 10x_5^+ \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4^- - x_4^+ = 80 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5^- - x_5^+ = 65 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4^-, x_4^+, x_5^-, x_5^+ \geq 0 \end{aligned}$$

最优解: $x_2 = 65$ 单位, $x_4^- = 15$ 单位, 其余 = 0, $z = 325$ 美元.

习题 3.2A

1. (c) $x_1 = \frac{6}{7}$, $x_2 = \frac{12}{7}$, $z = \frac{48}{7}$.

(e) 角点 $(x_1 = 0, x_2 = 3)$ 与 $(x_1 = 6, x_2 = 0)$ 是不可行的.

3. 不可行的基本解是

$$\begin{aligned} (x_1, x_2) &= \left(\frac{26}{3}, -\frac{4}{3}\right), & (x_1, x_3) &= (8, -2), \\ (x_1, x_4) &= (6, -4), & (x_2, x_3) &= (16, -26), \\ (x_2, x_4) &= (3, -13), & (x_3, x_4) &= (6, -16). \end{aligned}$$

习题 3.3A

3. (a) 只有 (A, B) 表示连续的单纯形迭代, 因为角点 A 和 B 是邻接的. 其余的所有对相应的角点是不邻接的.

(b) (i) 是. (ii) 否, C 与 I 不邻接. (iii) 否, 路径返回到以前的角点 A .

5. (a) x_3 在其值为 1 处进基, 在角点 D 处 $z = 3$.

习题 3.3B

3.

新的基变量	x_1	x_2	x_3	x_4
变量值	1.5	1	0	0.8
离基变量	x_7	x_7	x_8	x_5

6. (b) x_2, x_5 和 x_6 能够增加 z 值. 如果 x_2 进基, x_8 离基, 则 $\Delta z = 5 \times 4 = 20$. 如果 x_5 进基, x_1 离基, 则 $\Delta z = 0$, 因为在新解中, x_5 等于 0. 如果 x_6 进基, 没有变量离基, 因为 x_6 所有的系数是小于或等于零. $\Delta z = \infty$, 因为 x_6 可以增加到无穷而不破坏可行性.
9. 当 s_2 成为基变量, 次最优值为 $z = 20$.

习题 3.4A

3. (a) $\min z = (8M - 4)x_1 + (6M - 1)x_2 - Ms_2 - Ms_3 = 10M$.
(b) $\min z = (3M - 4)x_1 + (M - 1)x_2 = 3M$.
6. 初始表是

基	x_1	x_2	x_3	x_4	解
z	-1	-12	0	0	-8
x_3	1	1	1	0	4
x_4	1	4	0	1	8

习题 3.4B

1. 总是极小化人工变量的和, 因为和表示问题中的不可行的量.
7. 在阶段 I 结束时, 具有非零目标系数的任何非基变量不可能在阶段 II 中变为正值, 因为这意味着 I 中的最优目标值将是正的; 也就是说, 阶段 I 的解不可行.

习题 3.5A

1. (a) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$.
(b) 在 A 处为 1, 在 B 处为 1, 在 C 处为 $C_4^2 = 6$, 且在 D 处为 1.

习题 3.5B

1. 可选择基本最优解: $(0, 0, \frac{10}{3})$, $(0, 5, 0)$, $(1, 4, \frac{1}{3})$. 非基本可选择最优解:

$$(\alpha_3, 5\alpha_2 + 4\alpha_3, \frac{10}{3}\alpha_1 + \frac{1}{3}\alpha_3), \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1, 0 \leq \alpha_i \leq 1, i = 1, 2, 3.$$

习题 3.5C

2. (a) 解空间在 x_2 方向上是无界的.
(b) 目标函数值是无界的. 因为 x_2 每增加一个单位, z 就增加 10 个单位.

习题 3.5D

1. 最多可生产 275 个单位.

习题 3.6A

2. 令

 $x_1 =$ 每天 1 型帽的数量 $x_2 =$ 每天 2 型帽的数量

$$\max z = 8x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.t. } 2x_1 + x_2 \leq 400$$

$$x_1 \leq 150, x_2 \leq 200,$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

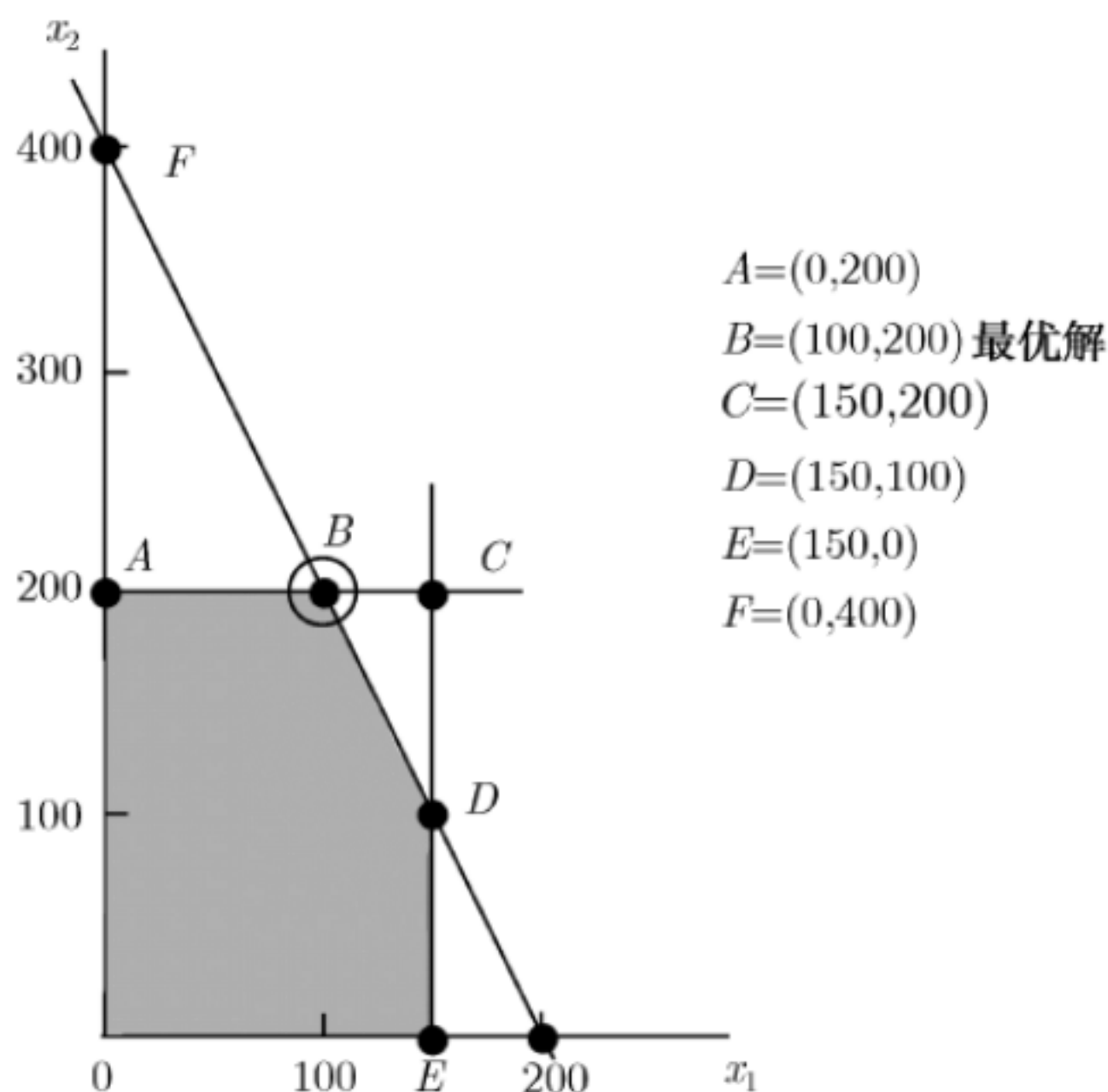
(a) 见图 C.4: $x_1 = 100, x_2 = 200, z = 1\,800$ 美元在点 B .(b) 在区域 $(200, 500)$ 内 2 型帽每顶 4 美元.(c) 无变化, 因为在区域 $(100, \infty)$ 内每单位的对偶价格是 0 美元.(d) 在区域 $(100, 400)$ 内每单位价值 1 美元. 2 型帽的最大增加量 = 200.

图 C.4

习题 3.6B

3. (a) $0 \leq \frac{c_1}{c_2} \leq 2$.(b) 新的 $\frac{c_1}{c_2} = 1$. 解保持不变.

习题 3.6C

2. (a) 是的, 因为每分钟增加的收入 = 1 美元 (至多有 10 分钟的加班), 超过了额外附加成本 0.83 美元/分钟.

(b) 增加收入是 2 美元/分钟 (至多有 400 分钟的加班) = 每两小时 240 美元.

两小时的附加成本 = 110 美元. 净收入 = 130 美元.

(c) 不需要, 它的对偶价格为 0, 因为资源已经充裕.

(d) $D_1 = 10$ 分钟. 对于 $D_1 \leq 10$, 对偶价格 = 1 美元/分钟. $x_1 = 0$, $x_2 = 105$, $x_3 = 230$, 净收入 = $(\$1\ 350 + \$1 \times 10 \text{分钟}) - \frac{\$40}{60} \times 10 \text{分钟} = \$1\ 353.33$.

(e) $D_2 = -15$. 对于 $D_2 \geq -20$, 对偶价格 = 2 美元/分钟. 在收入上的减少 = 30 美元. 在成本上的减少 = 7.5 美元. 不推荐.

6. 令

x_1 = 电台广告的分钟数, x_2 = 电视广告的分钟数, x_3 = 报纸广告的次数

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 50x_2 + 5x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 15x_1 + 300x_2 + 50x_3 + s_1 = 10\ 000, \quad x_3 - S_2 = 5, \\ & x_1 + s_3 = 400, \quad -x_1 + 2x_2 + s_4 = 0, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0, \\ & s_1, S_2, s_3, s_4 \geq 0 \end{aligned}$$

(a) $x_1 = 59.09$ 分钟, $x_2 = 29.55$ 分钟, $x_3 = 5$ 次广告, $z = 1\ 561.36$.

(b) 由 TORA, $z + 0.158s_1 + 2.879S_2 + 0s_3 + 1.364s_4 = 156.364$. 对于各自约束的对偶价格是 0.158, -2.879, 0, 1.364. 报纸广告次数的下限设置可以减少, 因为它的对偶价格是负的 ($= -2.879$). 增加电台分钟的上限并没有好处, 因为它的对偶价格为 0(当前的限制已经充裕).

(c) 由 TORA, $x_1 = 59.909\ 1 + 0.006\ 06D_1 \geq 0$, $x_3 = 5$, $s_3 = 340.909\ 09 + 0.006\ 06D_1 \geq 0$, $x_2 = 29.545\ 45 + 0.003\ 03D_1 \geq 0$. 因此, 对偶价格 = 0.158, 其区域为 $-9\ 750 \leq D_1 \leq 56\ 250$. 在预算中, 一种 50% 的增加是值得推荐的 ($D_1 = 5\ 000$ 美元), 因为对偶价格是正的.

11. (a) 匮乏: 电阻和电容资源; 充裕: 集成电路片资源.

(b) 电阻、电容和集成电路片的单位价值是 1.25 美元, 0.25 美元和 0 美元.

(c) 改变量 $D_3 = 350 - 800 = -450$ 落在可行性区域 $D_3 \geq -400$ 之外. 因此问题必须重新再解.

13. (b) 对于所有的 $\Delta > 0$, 解 $x_1 = x_2 = 2 + \frac{\Delta}{3}$ 是可行的. 对于 $0 < \Delta \leq 3$, $r_1 + r_2 = \frac{\Delta}{3} \leq 1 \Rightarrow$ 可行性被证实. 对于 $3 \leq \Delta < 6$, $r_1 + r_2 = \frac{\Delta}{3} > 1 \Rightarrow$ 可行性不被证实. 对于 $\Delta > 6$, 改变量落在 D_1 和 D_2 的区域之外.

习题 3.6D

2. (a) x_1 = A1 的听数, x_2 = A2 的听数, x_3 = BK 的听数.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 80x_1 + 70x_2 + 60x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 500, \quad x_1 \geq 100, \quad 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq 0 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最优解: $x_1 = 166.67, x_2 = 333.33, x_3 = 0, z = 36\,666.67$.

- (b) 从 TORA 得到, 每听 BK 可乐的简约费用 = 10. 价格至少增加 10 美分.
 (c) $d_1 = d_2 = d_3 = -5$ 美分. 由 TROA 得到, 对于非基变量的简约费用是

$$x_3: 10 + d_2 - d_3 \geq 0, \text{ 满足}$$

$$s_1: 73.33 + 0.67d_2 + 0.33d_1 \geq 0, \text{ 满足}$$

$$s_3: 1.67 - 0.17d_2 + 0.17d_1 \geq 0, \text{ 满足}$$

解保持相同.

5. (a) $x_i = i$ 型马达的单位数.

$$\max \quad z = 60x_1 + 40x_2 + 25x_3 + 30x_4$$

$$\text{s.t.} \quad 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 8\,000, \quad x_1 \leq 500, \quad x_2 \leq 500,$$

$$x_3 \leq 800, \quad x_4 \leq 750, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最优解: $x_1 = 500, x_2 = 500, x_3 = 375, x_4 = 0, z = 59\,375$ 美元.

- (b) 从 TORA 得到, $8.75 + d_2 \geq 0$. 2 型马达的价格最多可降价 8.75 美元.
 (c) $d_1 = -15$ 美元, $d_2 = -10$ 美元, $d_3 = -6.25$ 美元, $d_4 = -7.50$ 美元. 由 TORA 得到,

$$x_4: 7.5 + 1.5d_3 - d_4 \geq 0, \text{ 满足}$$

$$s_1: 6.25 + 0.25d_3 \geq 0, \text{ 满足}$$

$$s_2: 10 - 2d_3 + d_1 \geq 0, \text{ 满足}$$

$$s_3: 8.75 - 1.25d_3 + d_2 \geq 0, \text{ 满足}$$

解保持相同, 但 z 下降 25%.

- (d) x_4 的简约费用 = 7.5, 增加价格超过 7.50 美元.

习题 3.6E

5. 对于任何一美元的投资额, 投资约束 $x_{1A} + x_{1B} \leq 100$ 的对偶价格是 5.10 美元.
 9. (a) 原料 A 的对偶价格是 10.27 美元. 每磅 12 美元的成本超过预期的收入. 因此, 不推荐购买额外的原料 A.
 (b) 原料 B 的对偶价格为 0 美元. 资源已是充裕的, 没有理由购买额外的原料.

第 4 章

习题 4.1A

2. 令
- y_1, y_2, y_3
- 是对偶变量.

$$\begin{aligned} \max \quad & w = 3y_1 + 5y_2 + 4y_3 \\ \text{s.t.} \quad & y_1 + 2y_2 + 3y_3 \leq 15, \quad 2y_1 - 4y_2 + y_3 \leq 12 \\ & y_1 \geq 0, \quad y_2 \leq 0, \quad y_3 \text{ 无限制} \end{aligned}$$

4. (c) 令
- y_1
- 和
- y_2
- 是对偶变量.

$$\begin{aligned} \min \quad & w = 5y_1 + 6y_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2y_1 + 3y_2 = 1, \quad y_1 - y_2 = 1 \\ & y_1, y_2 \text{ 无限制} \end{aligned}$$

5. 相应于人工变量的对偶约束是
- $y_2 \geq -M$
- . 从数学角度来讲,
- $M \rightarrow \infty \Rightarrow y \geq -\infty$
- , 它与
- y_2
- 无限制是等价的.

习题 4.2A

1. (a) AV_1 无定义.
 (e) $V_2A = (-14 \quad -32)$.

习题 4.2B

$$1. (a) \text{ 逆矩阵} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ \frac{3}{8} & -\frac{5}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{8} & -\frac{3}{4} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

习题 4.2C

3. 令
- y_1
- 和
- y_2
- 是对偶变量.

$$\begin{aligned} \min \quad & w = 30y_1 + 40y_2 \\ \text{s.t.} \quad & y_1 + y_2 \geq 5, \quad 5y_1 - 5y_2 \geq 2, \quad 2y_1 - 6y_2 \geq 3 \\ & y_1 \geq -M (\Rightarrow y_1 \text{ 无限制}), \quad y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

解: $y_1 = 5, y_2 = 0, w = 150$.

6. 令
- y_1
- 和
- y_2
- 是对偶变量.

$$\begin{aligned} \min \quad & w = 3y_1 + 4y_2 \\ \text{s.t.} \quad & y_1 + 2y_2 \geq 1, \quad 2y_1 - y_2 \geq 5, \quad y_1 \geq 3 \\ & y_2 \text{ 无限制} \end{aligned}$$

解: $y_1 = 3, y_2 = -1, w = 5$.

8. (a) $(x_1, x_2) = (3, 0), z = 15, (y_1, y_2) = (3, 1), w = 14$. 区域 $= (14, 15)$.

9. (a) 对偶解不可行, 因此不可能是最优解, 尽管 $z = w = 17$.

习题 4.2D

2. (a) 可行性: $(x_2, x_4) = (3, 15) \Rightarrow$ 可行.

最优性: (x_1, x_3) 的简约费用 $= (0, 2) \Rightarrow$ 最优.

4.

基	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	解
z	0	0	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{12}{5}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$
x_2	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	0	$\frac{6}{5}$
x_5	0	0	-1	1	1	0

解是最优的, 也是可行的.

7. 目标值: 从原始问题来看, $z = c_1x_1 + c_2x_2$; 从对偶问题来看, $w = b_1y_1 + b_2y_2 + b_3y_3$. $b_1 = 4, b_2 = 6, b_3 = 8, c_1 = 2, c_2 = 5 \Rightarrow z = w = 34$.

习题 4.3A

2. (a) 令 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = \text{SC320, SC325, SC340 和 SC370 每天的单位数}$

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = 9.4x_1 + 10.8x_2 + 8.75x_3 + 7.8x_4 \\
 \text{s.t.} \quad & 10.5x_1 + 9.3x_2 + 11.6x_3 + 8.2x_4 \leq 4\,800 \\
 & 20.4x_1 + 24.6x_2 + 17.7x_3 + 26.5x_4 \leq 9\,600 \\
 & 3.2x_1 + 2.5x_2 + 3.6x_3 + 5.5x_4 \leq 4\,700 \\
 & 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 4\,500 \\
 & x_1 \geq 100, x_2 \geq 100, x_3 \geq 100, x_4 \geq 100
 \end{aligned}$$

(b) 只有焊接能力能够增加, 因为它有正的对偶价格 ($= 0.494\,4$).

(c) 下界的对偶价格 ≤ 0 ($-0.684\,7, -1.361, 0$ 和 $-5.300\,3$), 它意味着上下界对利益有不利的影响.

(d) 焊接的对偶价格是 $0.494\,4$ 美元/分钟, 有效区域是 $(8\,920, 10\,201.72)$, 其相应的最大能力只能增加 6.26% .

习题 4.3B

2. 新的玩具消防车是利可图的, 因为它的简约费用 $= -2$.

3. 零件 PP3 和 PP4 不是最优解的部分. 当前简约费用是 $0.142\,9$ 和 $1.142\,9$. 因此, 对于 PP3, 每增加一个单位的收入下降率是 $0.142\,9$ 美元, 对于 PP4 是 $1.142\,9$ 美元.

习题 4.4A

- 1. (b) 不是. 因为点 E 是可行的, 对偶单纯形法的迭代点位于不可行处直到达到最优解为止.
- 4. (c) 增加人工约束 $x_1 \leq M$. 问题没有可行解.

习题 4.5A

- 4. 令 Q 是每周饲料量的磅数 ($= 5\,200, 9\,600, 15\,000, 20\,000, 26\,000, 32\,000, 38\,000, 42\,000$, 分别对应于周数 $= 1, 2, \dots, 8$). 最优解: 石灰石 $= 0.028Q$, 玉米 $= 0.649Q$, 大豆粉 $= 0.323Q$. 成本 $= 0.812\,21Q$.

习题 4.5B

- 1. (a) 增加的约束是多余的.

习题 4.5C

- 2. (a) 新的对偶值 $= (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$. 当前解保持最优.
- (c) 新的对偶值 $= (-\frac{1}{8}, \frac{11}{4}, 0, 0)$. $z - 0.125s_1 + 2.75s_2 = 13.5$. 新的解 $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 4, z = 14$.

习题 4.5D

- 1. $\frac{p}{100}(y_1 + 3y_2 + y_3) - 3 \geq 0$. 对于 $y_1 = 1, y_2 = 2$ 和 $y_3 = 0, p \geq 42.86\%$.
- 3. (a) 玩具救火车的简约费用 $= 3y_1 + 2y_2 + 4y_3 - 5 = 2 > 0$. 所以, 玩具救火车无利可图.

第 5 章

习题 5.1A

- 4. 对于从底特律到虚设终点的运输路径, 赋值一个充分大的运输费用 M .
- 6. (a 和 b) 用 $M = 10\,000$. 黑体表示解, 总费用 $= \$49\,710$.

	1	2	3	供电量
发电厂 1	600	700	400	25
发电厂 2	320	300	350	40
发电厂 3	500	480	5	30
增加发电厂 4	1000	1000	M	13
需求量	36	42	30	

(c) 城市 1 的额外费用 $= \$13\,000$.

9. 用黑体表示解 (单位: 100 万加仑). 区域 2 短缺 200 万加仑. 总费用 = \$304 000.

	A1	A2	A3	供应量
炼油厂 1	4 12	2 18	<i>M</i>	6
炼油厂 2	30	4 10	1 8	5
炼油厂 3	20	25	6 12	6
虚设厂 4	<i>M</i>	2 50	50	2
需求量	4	8	7	

习题 5.2A

2. 总费用 = \$804. 问题还有另外一个最优解.

时间	磨锯片服务				处理
	新锯片	通宵磨	2 天磨	3 天磨	
星期一	24	6	6	18	0
星期二	12	12	0	0	0
星期三	2	14	0	0	0
星期四	0	0	20	0	0
星期五	0	14	0	0	4
星期六	0	2	0	0	12
星期日	0	0	0	0	22

5. 总费用 = \$190 040. 问题还有另外一个最优解.

周期	供应能力	产量	交货量
1	500	500	周期 1 供货 400, 周期 2 供货 100
2	600	600	周期 2 供货 200, 周期 3 供货 220, 周期 4 供货 180
3	200	200	周期 3 供货 200
4	300	200	周期 4 供货 200

习题 5.3A

3. (a) 西北角法: 费用 = \$42. 最小费用法: 费用 = \$37. Vogel 法: 费用 = \$37.

习题 5.3B

5. (a) 费用 = \$1 475.
(b) $c_{12} \geq 3, c_{13} \geq 8, c_{23} \geq 13, c_{31} \geq 7$.

习题 5.4A

5. 用 (城市, 日期) 编码来定义该指派问题的行和列. 例如, 指派 (D,3)–(A,7) 表

示 6 月 3 日离开达拉斯, 6 月 7 日返回亚特兰大, 费用为 \$400. 黑体表示解, 费用 = \$1 180. 问题还有另外一个最优解.

	(A,7)	(A,12)	(A,21)	(A,28)
(D,3)	400	300	300	280
(D,10)	300	400	300	300
(D,17)	300	300	400	300
(D,25)	300	300	300	400

6. 最优指派: I-d,II-c,III-a,IV-b.

习题 5.5A

4. 总费用 = \$1 550. 最优解如下, 该问题还有另外一个最优解.

	商店 1	商店 2	商店 3
工厂 1	50	0	0
工厂 2	50	200	50

第 6 章

习题 6.1A

1. 对于网络 (i); (a)1-3-4-2; (b)1-5-4-3-1; (c 和 d) 见图 C.5.

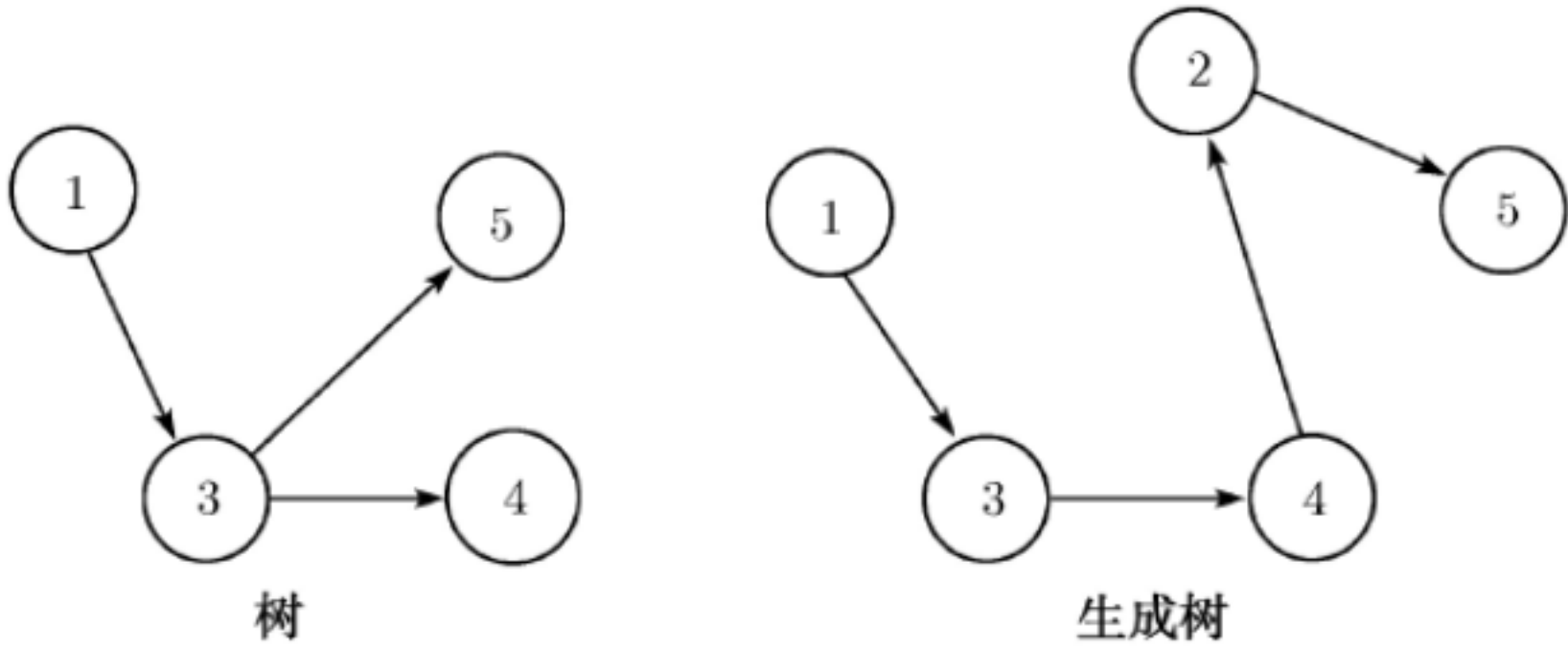


图 C.5

4. 每个正方形对应一个点, 相邻的两个正方形对应的点有弧相连. 与节点 1 和节点 8 相连的弧最多, 所以这两个节点一定位于这些正方形的中央. 这个问题的解不唯一. 如图 C.6.

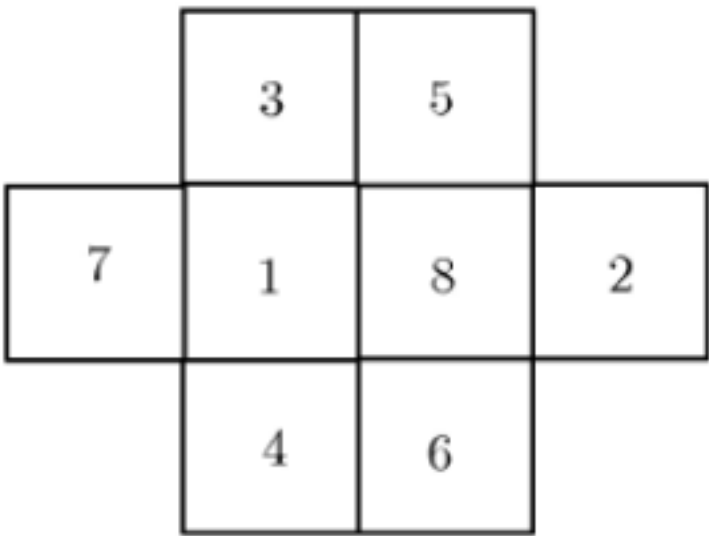


图 C.6

习题 6.2A

2. (a) 1-2,2-5,5-6,6-4,4-3. 总的长度 = 14 英里.
 5. 高压: 1-2-3-4-6. 低压: 1-5-7 和 5-9-8.

习题 6.3A

1. 在第 1 年和第 4 年买新车. 总的费用 = 8 900 美元. 如图 C.7.

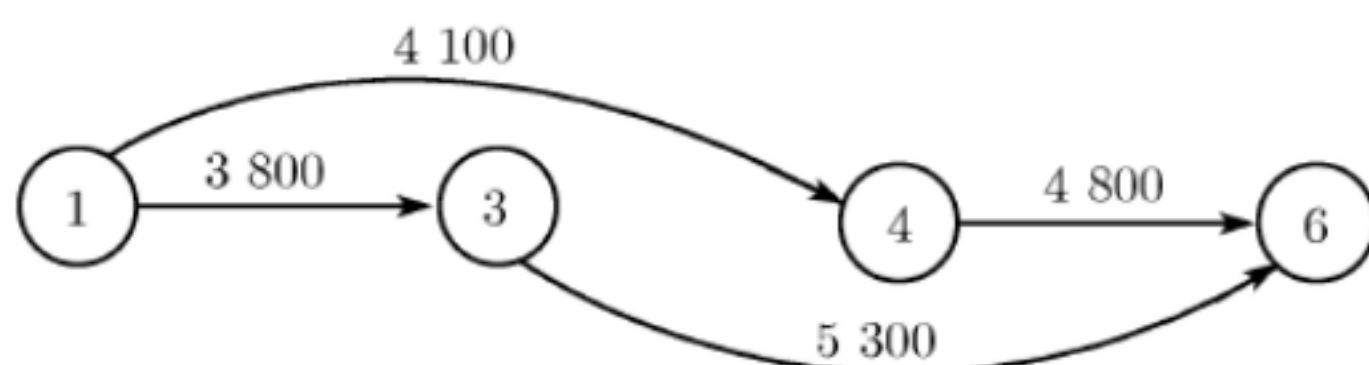


图 C.7

4. 对于弧 $(i, v_i) - (i+1, v_{i+1})$, 定义 $p(q) =$ 价值 (物品 i 的数量). 解: 选择一个单位的物品 1 和一个单位的物品 2. 总的价值是 80 美元. 如图 C.8.

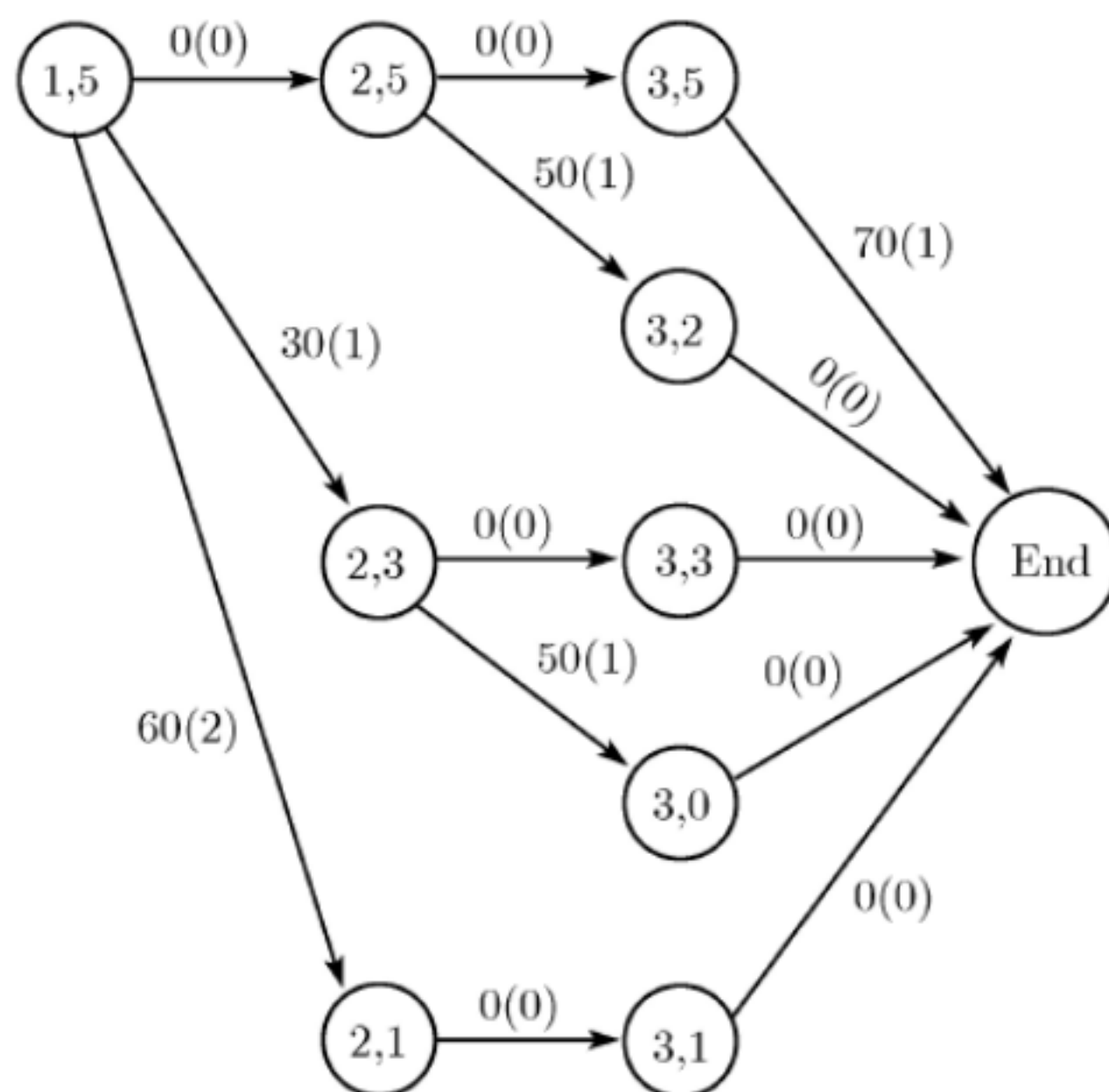


图 C.8

习题 6.3B

1. (c) 保留节点 4,5,6,7,8, 删除其他节点. 最短距离是 8, 相应的路径是 4-5-6-8 和 4-6-8.

习题 6.3C

1. (a) 5-4-2-1, 距离 = 12.

4. 如图 C.9. 每条弧是单位长度, 带箭头的弧表示单向路径. 例如 Bob 到 Joe 的路径是 Bob-Kay-Rae-Kim-Joe. 最长距离是 4.

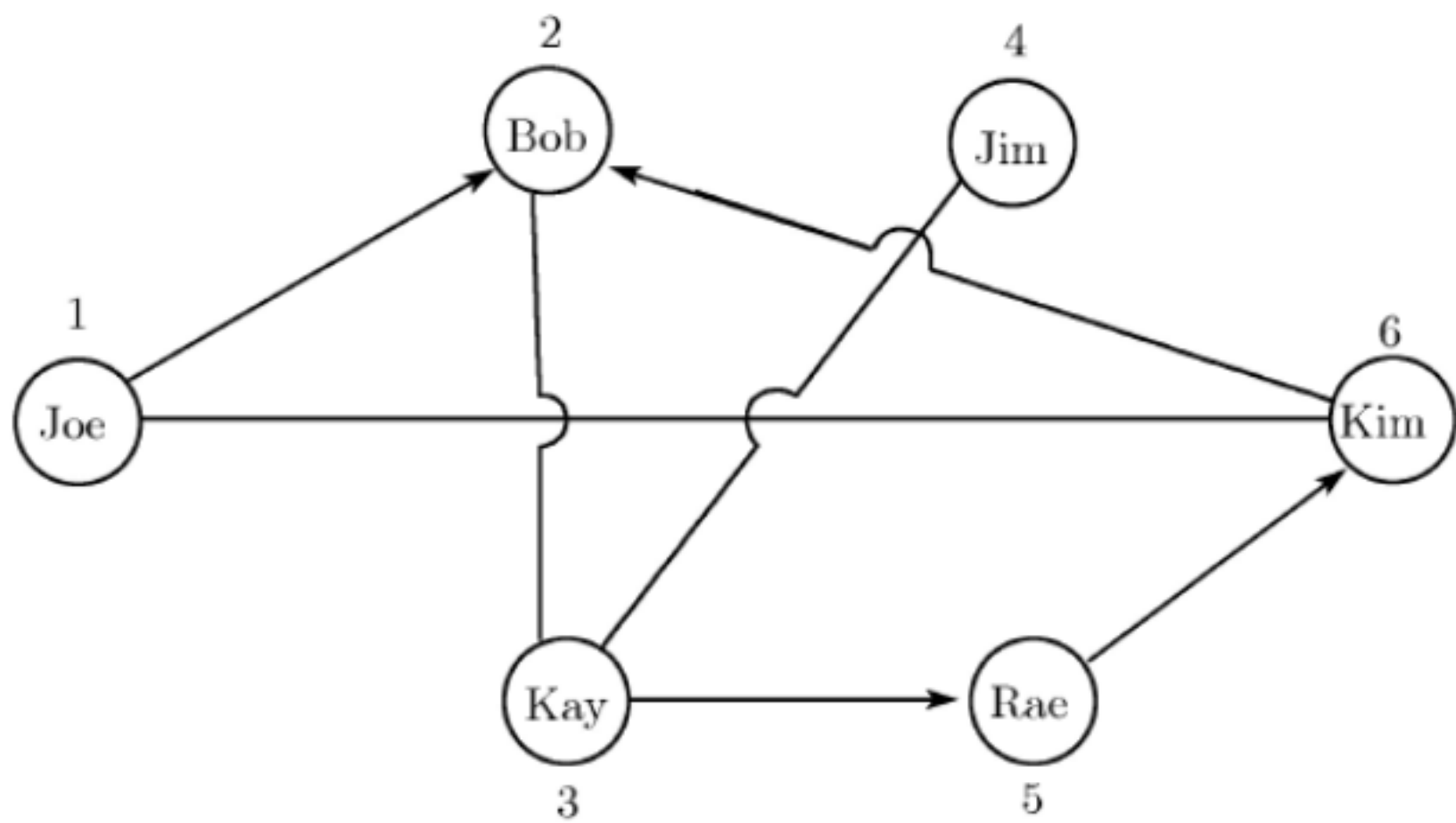


图 C.9

习题 6.3D

1. (a) 对应节点 1 和节点 5 的等式的右侧分别是 1 和 -1 , 其他的都是 0. 最优解: 1-3-5 或者 1-3-4-5, 距离是 90.

习题 6.4A

1. 割 1: 1-2, 1-4, 3-4, 3-5, 容量是 60.

习题 6.4B

1. (a) 剩余容量: 弧 $(2-3)=40$, 弧 $(2-5)=10$, 弧 $(4-3)=5$.
(b) 节点 2: 20 个单位. 节点 3: 30 个单位. 节点 4: 20 个单位.
(c) 不会. 因为没有从节点 1 流出的剩余容量.
7. 最大可以匹配好的家务数目是 4. Rif-3, Mai-1, Ben-2, Kim-5. Ken 不做家务.

习题 6.5A

3. 如图 C.10.

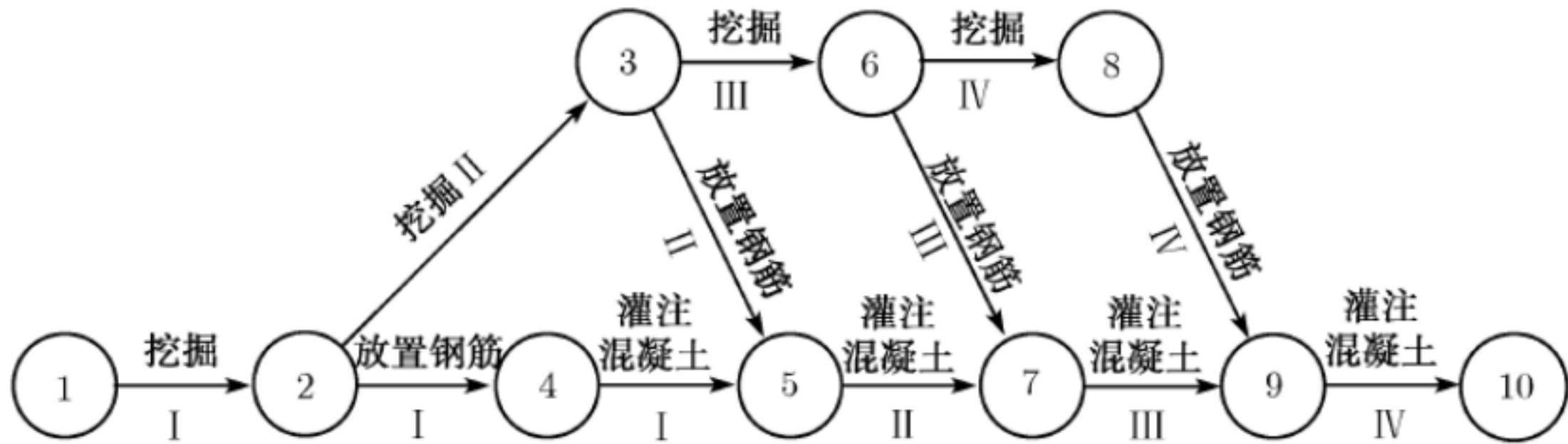


图 C.10

习题 6.5B

1. 关键路径: 1-3-4-5-6-7. 持续时间是 19.

习题 6.5C

3. (a) 10; (b) 5; (c) 0.
 5. (a) 关键路径: 1-3-6, 持续时间是 45 天.
 (b) A, D, E.
 (c) 活动 C, D, G 都将延误 5 天. 活动 E 不会受到影响.
 (d) 这种设备的最小数目是 2 台.

第 7 章

习题 7.1A

1. $G_5: \min s_5^+, 55x_p + 3.5x_f + 5.5x_s - 0.0675x_g + s_5^- - s_5^+ = 0$.
 3. 令 x_1 为本州的新生人数, x_2 为外州的新生人数, x_3 为国际的新生人数.

$$\begin{aligned}
 G_i: \min \quad & s_i^-, \quad i = 1, 2, \dots, 5 \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 + s_1^- - s_1^+ = 1200 \\
 & 2x_1 + x_2 - 2x_3 + s_2^- - s_2^+ = 0 \\
 & -0.1x_1 - 0.1x_2 + 0.9x_3 + s_3^- - s_3^+ = 0 \\
 & 0.125x_1 - 0.05x_2 - 0.556x_3 + s_4^- - s_4^+ = 0 \\
 & -0.2x_1 + 0.8x_2 - 0.2x_3 + s_5^- - s_5^+ = 0 \\
 & \text{所有变量都是非负的}
 \end{aligned}$$

5. 令 x_j 为 j 班的运转次数, $j = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = s_1^- + s_1^+ \\
 \text{s.t.} \quad & -100x_1 + 40x_2 - 80x_3 + s_1^- - s_1^+ = 0 \\
 & 4 \leq x_1 \leq 5, \quad 10 \leq x_2 \leq 20, \quad 3 \leq x_3 \leq 20
 \end{aligned}$$

习题 7.2A

1. 目标函数: $\min z = s_1^- + s_2^- + s_3^- + s_4^+ + s_5^+$
 解: $x_p = 0.0201, x_f = 0.0457, x_s = 0.0582, x_g = 2$ 美分, $s_5^+ = 1.45$
 汽油税比目标短缺了 145 万美元.
 4. 每天石灰石 x_1 磅, 谷物 x_2 磅, 大豆粗粉 x_3 磅.
 目标函数: $\min z = s_1^- + s_2^+ + s_3^- + s_4^- + s_5^+$

解: $x_1 = 166.08$ 磅, $x_2 = 2\,778.56$ 磅, $x_3 = 3\,055.36$ 磅, $z = 0$. 最优解不唯一. 所有的目标都可以满足, 并且目标 3 和目标 4 还可以超出预期目标.

7. 产品 j 的数量是 x_j 个单位, $j = 1, 2$.

给配额的约束分配较高的权重.

目标函数: $\min z = 100s_1^- + 100s_2^- + s_3^+ + s_4^+$

解: $x_1 = 80, x_2 = 60, s_3^+ = 100$ 分钟, $s_4^+ = 120$ 分钟.

机器 1 需要超时工作 100 分钟, 机器 2 需要超时工作 120 分钟, 才能满足产品配额的要求.

习题 7.2B

2. G_1 解: $x_p = 0.017\,45, x_f = 0.045\,7, x_s = 0.058\,2, x_g = 21.33, s_4^+ = 19.33$, 其他变量为 0. 目标 G_1, G_2 和 G_3 满足, 目标 G_4 不满足.

问题 G_4 : 除了 G_1 中的约束外, 再加上 $s_1^- = 0, s_2^- = 0, s_3^- = 0$.

G_4 解: $x_p = 0.020\,1, x_f = 0.045\,7, x_s = 0.058\,2, x_g = 2, s_5^+ = 1.45$. 其他变量为 0. 目标 G_5 不满足.

问题 G_5 : 除了 G_4 中的约束外, 再加上 $s_4^+ = 0$.

G_5 解: 与 G_4 相同, 也就是说目标 G_5 不满足 ($s_5^+ = 1.45$).

第 8 章

习题 8.1A

3. x_{ij} 表示分配给第 j 个人第 i 种型号的瓶子的数目, 其中 $i = 1$ 表示满瓶的, $i = 2$ 表示半瓶的, $i = 3$ 表示空瓶. 那么约束是

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 7, x_{21} + x_{22} + x_{23} = 7, x_{31} + x_{32} + x_{33} = 7 \\ x_{11} + 0.5x_{21} &= 3.5, x_{12} + 0.5x_{22} = 3.5, x_{13} + 0.5x_{23} = 3.5 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 7, x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7, x_{13} + x_{23} + x_{33} = 7 \end{aligned}$$

所有的变量都取非负整数.

解: 引入虚拟目标函数.

型号	分配的不同型号瓶子数目		
	1	2	3
满瓶	1	3	3
半瓶	5	1	1
空瓶	1	3	3

6. y 表示最初总的金币数目. x_j 表示第 j 个晚上被拿走的金币数目, $j = 1, 2, 3$.
 x_4 表示船靠岸后主管分给每个人的金币数目.

$$\begin{aligned} \min \quad & z = y \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 - y = 2, x_1 + 3x_2 - y = 2, x_1 + x_2 + 3x_3 - y = 2 \\ & y - x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = 1 \\ & \text{所有的变量都取非负整数} \end{aligned}$$

解: $y = 79 + 81n, n = 0, 1, 2, \dots$

10. 磁带的第一面: 5, 6 和 8(共 27 分钟). 第二面: 1, 2, 3, 4 和 7(共 28 分钟). 问题的最优解不唯一.
12. 如果学生 i 选择了课程 j , 那么 $x_{ij} = 1$; 否则等于 0. c_{ij} 表示相应的满意度分数, C_j 表示课程 j 最多容纳的学生数目.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^6 c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^6 x_{ij} = 2, \quad i = 1, 2, \dots, 10 \\ & \sum_{i=1}^{10} x_{ij} \leq C_j, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

解: 对于课程 1, 学生 (2, 4, 9); 课程 2, (2, 8); 课程 3, (5, 6, 7, 9); 课程 4, (4, 5, 7, 10); 课程 5, (1, 3, 8, 10); 课程 6, (1, 3). 总的满意度分数是 1 775.

习题 8.1B

1. 如果选择路径 j , 那么 $x_j = 1$; 否则 $x_j = 0$. 路径 (ABC, 1, 2, 3, 4, ABC) 的长度是: $10 + 32 + 4 + 15 + 9 = 80$ (英里).

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 80x_1 + 50x_2 + 70x_3 + 52x_4 + 60x_5 + 44x_6 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_3 + x_5 + x_6 \geq 1, x_1 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1, x_1 + x_2 + x_4 + x_6 \geq 1, \\ & x_1 + x_2 + x_5 \geq 1, x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \geq 1, \\ & \text{对所有的 } j, x_j = (0, 1). \end{aligned}$$

解: 选择路径 (1, 4, 2) 和 (1, 3, 5), $z = 104$. 客户 1 可以选择其中任意的一条路径.

2. 解: 委员会由 a, d, f 组成. 问题的解不唯一.
7. 如果选择发射台 t , 那么 $x_t = 1$; 否则 $x_t = 0$. 如果社区 c 被覆盖, 那么 $x_c = 1$; 否则 $x_c = 0$. c_t 表示建造发射台 t 的费用. 集合 S_c 表示覆盖社区 c 的发射台的集合. P_j 表示社区 j 的人口.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{c=1}^{15} P_c x_c \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{t \in S_c} x_t \geq x_c, \quad c = 1, 2, \dots, 15, \quad \sum_{t=1}^7 c_t x_t \leq 15 \end{aligned}$$

解: 建造发射台 2, 4, 5, 6 和 7. 除了社区 1 外, 其他社区都被覆盖.

习题 8.1C

2. x_j 表示机器 j 生产的零件数目, $j = 1, 2, 3$. 如果使用机器 j , 那么 $y_j = 1$; 否则 $y_j = 0$.

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 300y_1 + 100y_2 + 200y_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \geq 2\,000, \quad x_1 - 600y_1 \leq 0, \quad x_2 - 800y_2 \leq 0, \\ & x_3 - 1\,200y_3 \leq 0, \quad x_1 \geq 500, \quad x_2 \geq 500, \quad x_3 \geq 500 \\ & x_1, x_2, x_3 \text{ 都取整数, } y_1, y_2, y_3 = (0, 1). \end{aligned}$$

解: $x_1 = 600, x_2 = 500, x_3 = 900, z = 11\,300$ (美元).

3. 解: 在位置 1 勘测目标 1 和 2, 在位置 2 勘测目标 3 和 4. $z = 18$.

10. x_e 表示选择购买 Eastern 公司的机票数目 (单程), x_u 表示选择购买 US Air 公司的机票数目 (单程), x_c 表示选择购买 Continental 公司的机票数目 (单程). e_1 和 e_2 是二元变量, u 和 c 是非负整数.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 1\,000(x_e + 1.5x_u + 1.8x_c + 5e_1 + 5e_2 + 10u + 7c) \\ \text{s.t.} \quad & e_1 \leq x_e/2, \quad e_2 \leq x_e/6, \quad u \leq x_u/6, \quad c \leq x_c/5, \quad x_e + x_u + x_c = 12. \end{aligned}$$

解: 购买 2 张 Eastern 公司的机票, 10 张 Continental 公司的机票. 奖励里程数为 39 000 英里.

习题 8.1D

1. x_{ij} 表示放在正方形 (i, j) 中的数字. 引入一个虚拟目标函数, 所有的系数都是 0. 约束是

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 x_{ij} &= 15, \quad i = 1, 2, 3, \quad \sum_{i=1}^3 x_{ij} = 15, \quad j = 1, 2, 3 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} &= 15, \quad x_{31} + x_{22} + x_{13} = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{11} &\geq x_{12} + 1 \text{ 或者 } x_{11} \leq x_{12} - 1 \\ x_{11} &\geq x_{13} + 1 \text{ 或者 } x_{11} \leq x_{13} - 1 \\ x_{12} &\geq x_{13} + 1 \text{ 或者 } x_{12} \leq x_{13} - 1 \\ x_{11} &\geq x_{21} + 1 \text{ 或者 } x_{11} \leq x_{21} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{11} &\geq x_{31} + 1 \text{ 或者 } x_{11} \leq x_{31} - 1 \\
 x_{21} &\geq x_{31} + 1 \text{ 或者 } x_{21} \leq x_{31} - 1 \\
 \text{对所有的 } i \text{ 和 } j, x_{ij} &= 1, 2, \dots, 9
 \end{aligned}$$

解:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

将填写的数字的行列互换可以得到另外一个解.

3. x_j 表示每天生产产品 j 的数量.

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = 25x_1 + 30x_2 + 22x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & \left(\begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 100 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 100 \end{array} \right) \text{ 或者 } \left(\begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 90 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 120 \end{array} \right) \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ 并且取值均为整数.}
 \end{aligned}$$

解: 生产 26 个单位的产品 1, 3 个单位的产品 2, 不生产产品 3. 并且选择在第 2 个位置建厂.

习题 8.2A^①

2. (a) $z = 6, x_1 = 2, x_2 = 0$; (d) $z = 12, x_1 = 0, x_2 = 3$.
 3. (a) $z = 7.25, x_1 = 1.75, x_2 = 1$; (b) $z = 10.5, x_1 = 0.5, x_2 = 2$.
 9. 等价的 0-1 ILP 是

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = 18y_{11} + 36y_{12} + 14y_{21} + 28y_{22} + 8y_{31} + 16y_{32} + 32y_{33} \\
 \text{s.t.} \quad & 15y_{11} + 30y_{12} + 12y_{21} + 24y_{22} + 7y_{31} + 14y_{32} + 28y_{33} \leq 43
 \end{aligned}$$

所有变量都是二元的

解: $z = 50, y_{12} = 1, y_{21} = 1$, 所有其他的变量等于 0. 这等价于, $x_1 = 2, x_2 = 1$.
 0-1 模型需要 41 个节点, 原来的需要 29 个.

习题 8.2B

1. (a) 由于这两个割都通过整数点, 并且不会删除任何一个可行整数解, 所以它们都是可行的割. 可以通过在 LP 的解空间上画出这两个割来加以验证.
 6. (a) 最优整数解: $(x_1, x_2, x_3) = (2, 1, 6), z = 26$. 通过舍入法得到的解: $(x_1, x_2, x_3) = (3, 1, 6)$, 可以验证这个解是不可行的.

^① 使用 TORA 整数规划模块来生成 B&B 树.

习题 8.3A

1. 当从会见项目 i 转到项目 j 时, 下表中给出了相应的进出经理办公室的雇员人数. 目标是寻找使得总的出入人数最小的“游程”.

	1	2	3	4	5	6
1	—	4	4	6	6	5
2	4	—	6	4	6	3
3	4	6	—	4	8	7
4	6	4	4	—	6	5
5	6	6	8	6	—	5
6	5	3	7	5	5	—

习题 8.3C

2. 图 C.11.

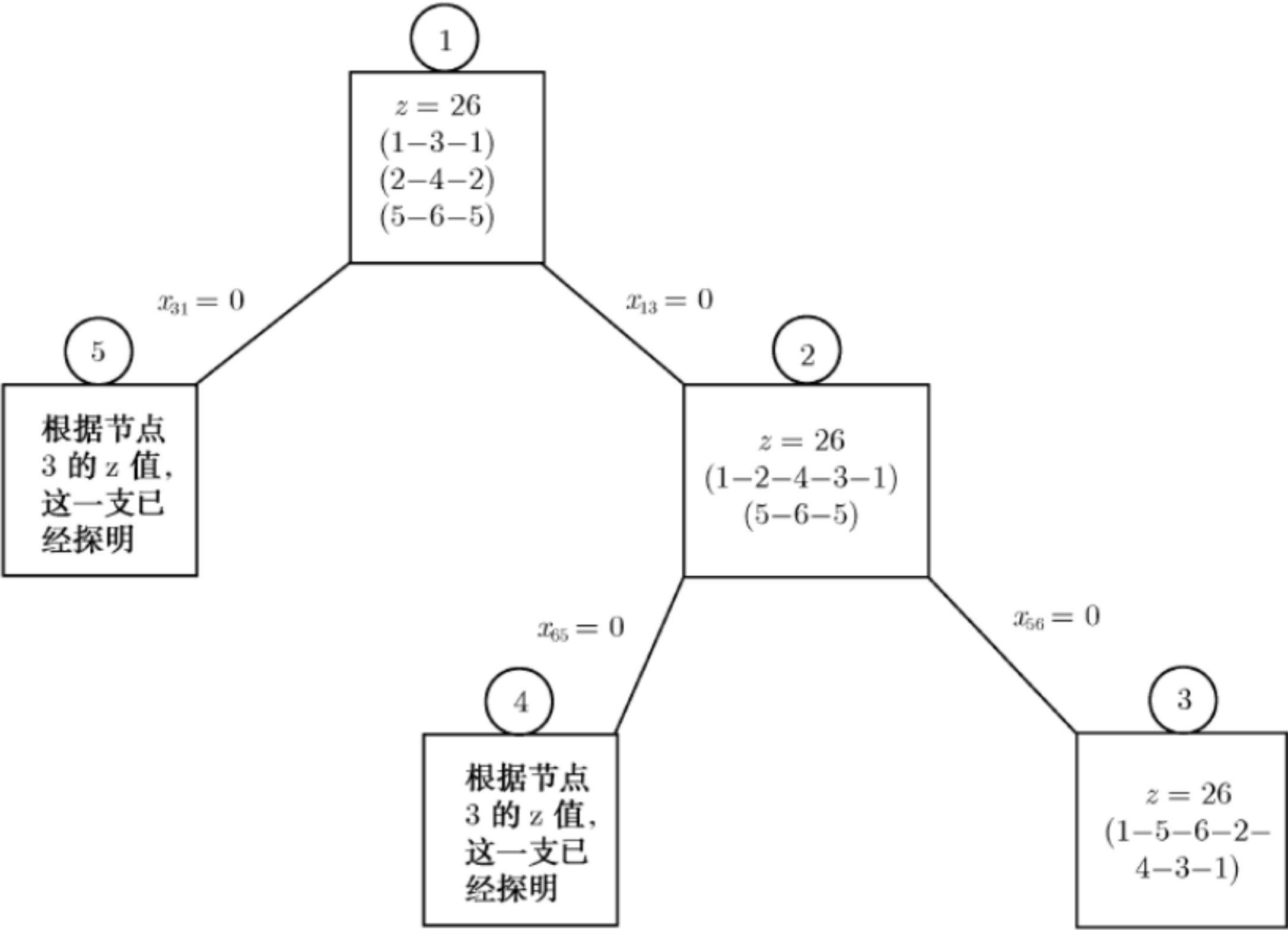


图 C.11

第 9 章

习题 9.1A

1. 解: 最短距离 =21 英里. 路线: 1-3-5-7.

习题 9.2A

3. 解: 最短距离 = 17 英里. 路线: 1-2-3-5-7.

习题 9.3A

2. (a) 解: 值 = 120. $(m_1, m_2, m_3) = (0, 0, 3), (0, 4, 1), (0, 2, 2)$ 或 $(0, 6, 0)$.

5. 解: 总分数 = 250. 从系 I 选择 2 门课程, 从 II 选择 3 门课程, 从 III 选择 4 门课程, 从 IV 选择 1 门课程.

7. 若接受 j 申请, 则 $x_j = 1$; 否则为 0. 等价的背包问题模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 78x_1 + 64x_2 + 68x_3 + 62x_4 + 85x_5 \\ \text{s.t.} \quad & 7x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 8x_5 \leq 23, \quad x_j = (0, 1), \quad j = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned}$$

解: 接受除了第一个以外的所有申请. 最大值 = 279.

习题 9.3B

1. (a) 解: 第 1 周雇 6 人, 第 2 周雇 1 人, 第 3 周雇 2 人, 第 4 周雇 3 人, 第 5 周雇 2 人.

3. 解: 第 1 周租 7 辆车, 第 2 周还 3 辆车, 第 3 周租 4 辆车, 第 4 周不租也不还车.

习题 9.3C

2. 未来 4 年的决策: 仍使用, 仍使用, 换新割草机, 仍使用. 总费用 = \$458.

习题 9.3D

3. (a) 令 x_i, y_i 为周期 i 末继续养和卖掉的羊的只数, 并定义 $z_i = x_i + y_i$.

$$\begin{aligned} f_n(z_n) &= \max_{y_n=z_n} \{p_n y_n\} \\ f_i(z_i) &= \max \{p_i y_i + f_{i+1}^{y_i \leq z_i}(2z_i - 2y_i)\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned}$$

第 10 章

习题 10.3A

2. (a) 每周总费用 = \$51.50; (b) 每周总费用 = \$50.20, $y^* = 239.05$ 磅.

4. (a) 选择策略 1, 因为该策略每天的费用是 \$2.17, 而策略 2 的费用为 \$2.50.
(b) 最优策略: 一旦库存水平降至 10 件, 则订货 100 件.

习题 10.3B

2. 最优策略: 一旦库存水平降至 130 件, 则订货 500 件. 每天的费用 = \$258.50.
4. 若 $TCU_1(y_m) \leq TCU_2(q)$, 则没有经济上的好处. 即, 当折扣系数不超过 0.934 4% 时没有经济上的好处.

习题 10.3C

1. AMPL/Solver 解: $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = (4.42, 6.78, 4.12, 7.2, 5.8)$, 费用 = \$568.12.
4. 约束: $\sum_{i=1}^4 \frac{365D_i}{y_i} \leq 150$.
Solver/AMPL 解: $(y_1, y_2, y_3, y_4) = (155.3, 118.82, 74.36, 90.09)$, 费用 = \$54.71.

习题 10.4A

1. (a) 在周期 1, 4, 7, 10 开始时, 需要 500 件.

习题 10.4B

3. 周期 1 生产 173 件, 周期 2 生产 180 件, 周期 3 生产 240 件, 周期 4 生产 110 件, 周期 5 生产 203 件.

习题 10.4C

1. (a) 没有意义, 因为在计划期末不应再保存不必要的库存.
(b) (i) $0 \leq z_1 \leq 5, 1 \leq z_2 \leq 5, 0 \leq z_3 \leq 4, x_1 = 4, 1 \leq x_2 \leq 6, 0 \leq x_3 \leq 4$.
(ii) $5 \leq z_1 \leq 14, 0 \leq z_2 \leq 9, 0 \leq z_3 \leq 5, x_1 = 0, 0 \leq x_2 \leq 9, 0 \leq x_3 \leq 5$.
2. (a) $z_1 = 7, z_2 = 0, z_3 = 6, z_4 = 0$. 总费用 = \$33.

习题 10.4D

1. 用初始库存满足周期 1 的整个需求以及周期 2 的 4 件需求, 这样, 把 4 个周期的需求分别减少到 0, 22, 90, 67. 最优解: 在周期 2 订货 112 件, 周期 4 订货 67 件. 总费用 = \$632.

习题 10.4E

1. 最优生产计划: 1 月份生产 210 支, 4 月份生产 255 支, 7 月份生产 210 支, 10 月份生产 165 支.

第 11 章

习题 11.1A

1. A, B, C 的权重 = (0.442 14, 0.251 84, 0.306 02)

习题 11.1B

- 2. 除 A 外的所有矩阵, $CR > 0.1$. $(w_S, w_J, w_M) = (0.331, 0.292, 0.377)$. 选择 Maisa.
- 4. 所有矩阵都是一致的. $(w_H, w_P) = (0.502, 0.489)$. 选择 H.

习题 11.2A

- 2. (a) 见图 C.12; (b) $EV(\text{玉米}) = -\$8\,250$, $EV(\text{大豆}) = \$250$. 选择大豆.

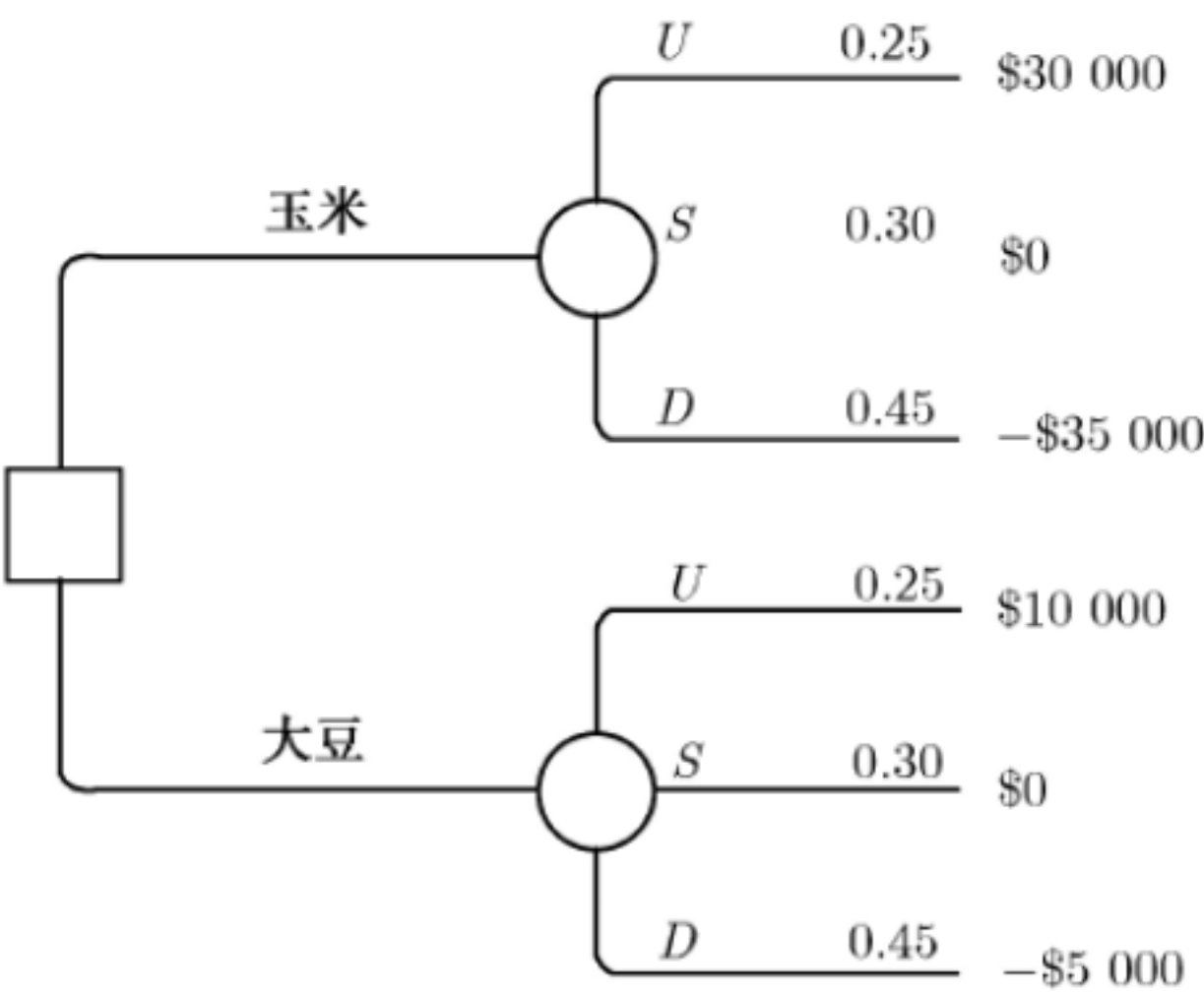


图 C.12

- 6. (a) 见图 C.13; (b) $EV(\text{游戏}) = -\$0.025$. 不要玩这个游戏.

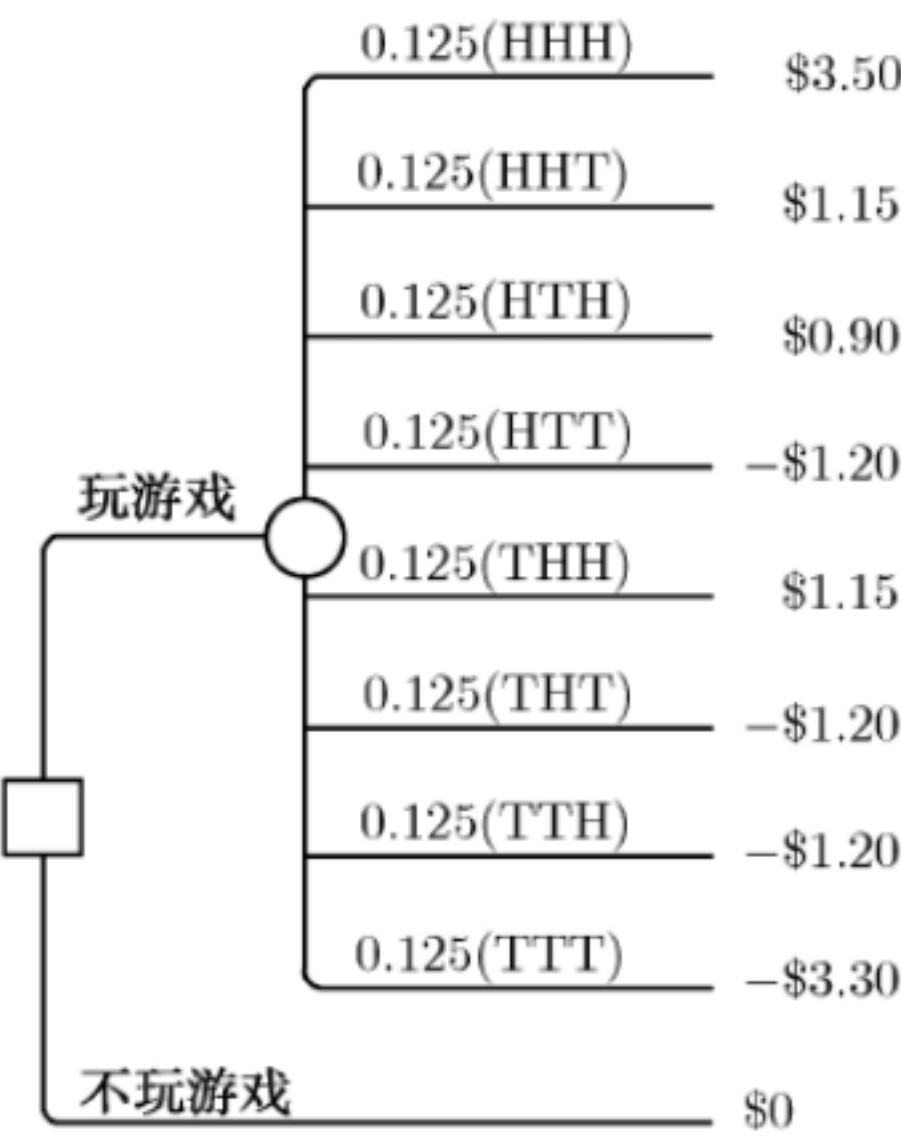


图 C.13

- 12. 最优维修周期 =8 年. 每年费用 =\$397.50.
- 15. 最优生产进度 =49 件/天.
- 19. 该库存量必须在 99~151 加仑之间.

习题 11.2B

- 2. 令 z 为在 5 件抽样样本中有 1 件次品的事件, 答案是: $P\{A|z\} = 0.607\ 9$, $P\{B|z\} = 0.390\ 3$.
- 4. (a) 若自己出版, 期望收益 =\$196 000. 若由出版商出版, 期望收益 =\$163 000.
(b) 如果市场调查预测会成功, 则自己出版, 否则让出版社出版.
- 7. (b) 如果这两件产品的抽样检验都是次品, 供货批量给客户 B, 否则给客户 A.

习题 11.2C

- 1. (a) 期望值 =\$5, 因此没有经济上的好处.
(b) 对于 $0 \leq x < 10, U(x) = 0$; 对于 $x = 10, U(x) = 100$.
(c) 参加这个游戏.

习题 11.3A

- 1. (a) 整晚上学习 (行动方案 a_1); (b) 选择行动方案 a_2 或 a_3 .

习题 11.4A

- 2. (a) 鞍点解在 (2,3). 对策值 =4.
- 3. (a) $2 < v < 4$.

习题 11.4B

- 1. 每个局中人应按照 50:50 混合策略, 对策值 =0.
- 2. 警察的益损矩阵:

	100%A	50%A:50%B	100%B
A	100	50	0
B	0	30	100

警察的策略: 按照 50:50 混合策略 100%A 和 100%B.
Robin 的策略: 按 50:50 混合策略 A 和 B. 对策值 =\$50(=Robin 支付的期望罚款额).

习题 11.4C

- 1. (a) 小组 1 的益损矩阵:

	AB	AC	AD	BC	BD	CD
AB	1	0	0	0	0	-1
AC	0	1	0	0	-1	0
AD	0	0	1	-1	0	0
BC	0	0	-1	1	0	0
BD	0	-1	0	0	1	0
CD	-1	0	0	0	0	1

这两个小组的最优策略都是：按照 50:50 混合策略 AB 和 CD. 对策值 $=0$.

3. (a) $(m, n) = (\text{要地 1 的团数}, \text{要地 2 的团数})$. 如果胜了, 每个要地的益损值为 1; 如果输了, 益损值为 -1 . 例如如果 Botto 以策略 $(1, 1)$ 对敌人的策略 $(0, 3)$, 那么将会赢得要地 1、失去要地 2, 净收益为 $1 + (-1) = 0$. Blotto 上校的益损矩阵为:

	3,0	2,1	1,2	0,3
2,0	-1	-1	0	0
1,1	0	-1	-1	0
0,2	0	0	-1	-1

Blotto 的最优策略: Blotto 混合 50:50 策略 $(2, 0)$ 和 $(0, 2)$, 而且敌人混合 50:50 策略 $(3, 0)$ 和 $(1, 2)$. 对策值 $= -0.5$, Blotto 输. 该问题还有另外的最优解.

第 12 章

习题 12.1A

1. (a) 生产率 $= 71\%$; (b) 这两个要求不能同时满足.

习题 12.2A

1.

情形	顾客	服务台
(a)	飞机	跑道
(b)	乘客	出租车
(h)	汽车	停车位

习题 12.3A

1. (b) (i) 每小时到达 6 个, 平均间隔时间 $= \frac{1}{6}$ 小时.
(c) $\mu = 5$ 次服务/小时, 平均服务时间 $= 0.2$ 小时.
3. (a) $f(t) = 20e^{-20t}, t > 0$; (b) $P\{t > \frac{15}{60}\} = 0.00674$.
7. Jim 的收益 2 美分的概率为 $P\{t \leq 1\} = 0.4866$, 损失 2 美分的概率 $P\{t \geq 1\} = 0.5134$. 8 小时内, Jim 支付给 Ann $= 17.15$ 美分.
10. (a) $P\{t \leq 4 \text{ 分钟}\} = 0.4866$; (b) 平均折扣百分比 $= 6.208$.

习题 12.4A

1. $p_{n \geq 5}(1\text{小时}) = 0.559\ 51$.
4. (a) $p_2(t = 7) = 0.241\ 67$.
6. (a) $\lambda = \frac{1}{10} + \frac{1}{7}, p_2(t = 5) = 0.219$.

习题 12.4B

2. (a) $p_0(t = 3) = 0.005\ 32$; (b) $p_{n \leq 17}(t = 1) = 0.950\ 2$.
5. $p_0(4) = 0.371\ 16$.
8. (a) 平均订货量 $= 25 - 7.11 = 17.89$ 件; (b) $p_0(t = 4) = 0.000\ 69$.

习题 12.5A

3. (a) $p_{n \geq 3} = 0.444\ 5$; (b) $p_{n \leq 2} = 0.555\ 5$.
6. (a) $p_j = 0.2, j = 0, 1, 2, 3, 4$; (b) 店中期望顾客数 $= 2$ 名顾客;
- (c) $p_4 = 0.2$.

习题 12.6A

1. (a) $L_q = p_6 + 2p_7 + 3p_8 = 0.191\ 7$ 辆车.
- (b) $\lambda_{\text{lost}} = 0.126\ 3$ 辆车/小时, 8 小时平均损失 $= 1.01$ 辆车.
- (c) 空车位数 $= c - (L_s - L_q) = c - \sum_{n=0}^8 np_n + \sum_{n=c+1}^8 (n - c)p_n$.

习题 12.6B

2. (a) $p_0 = 0.2$; (b) 平均月收入 $= \$50 \times \mu t = \375 ;
- (c) 期望支付额 $= \$40 \times L_q = \128 .
5. (a) $p_0 = 0.4$; (b) $L_q = 0.9$ 辆车;
- (c) $W_q = 2.25$ 分钟; (d) $p_{n \geq 11} = 0.003\ 6$.
6. (d) 至少应提供 13 个车位.

习题 12.6C

1. $P\{\tau > 1\} = 0.659$.
5. $\$37.95/\text{天}$.

习题 12.6D

1. (a) $p_0 = 0.365\ 4$; (b) $W_q = 0.207$ 小时;
- (c) 期望空位数 $= 4 - L_q = 3.212$; (d) $p_5 = 0.048\ 12$.
- (e) W_s 降低 40%, 降低到大约 9.6 分钟 ($\mu = 10$ 辆车/时).

4. (a) $p_8 = 0.6$; (b) $L_q = 6.34$ 台发电机;
 (c) 不论传送带的能力如何, 找到一个空位置的概率应不超过 0.4. 这就意味着
 组装线传送带的利用率为 60%.
7. (a) $1 - p_5 = 0.962$; (b) $\lambda_{\text{lost}} = \lambda p_5 = 0.19$ 位顾客/时.

习题 12.6E

2. 对 $c = 2$, $W_q = 3.446$ 小时; 对 $c = 4$, $W_q = 1.681$ 小时, 改进 51%.
5. 令 K 为排队间的座位数, 用 TORA 计算, $p_0 + p_1 + \cdots + p_{K+2} \geq 0.999$, 可得出 $K \geq 10$.
7. (a) $p_{n \geq 4} = 0.657\ 72$; (b) 平均空闲计算机数 = 0.667 台计算机.

习题 12.6F

2. (c) 利用率 = 81.8%; (d) $p_2 + p_3 + p_4 = 0.545$.
4. (a) $p_{40} = 0.000\ 14$; (b) $p_{30} + p_{31} + L + p_{39} = 0.024\ 53$;
 (d) 期望占用车道数 $= L_s - L_q = 20.043 - 0.046 \approx 20$;
 (f) 找不到停车位的概率 $= 1 - p_{n \leq 29} = 0.024\ 67$. 8 小时期间内找不到停车位的学生数大约为 4.

习题 12.6G

2. (a) 大约 7 个座位; (b) $p_{n \geq 8} = 0.291\ 1$.

习题 12.6H

1. (b) 平均空闲修理工数 = 2.01.
 (d) $P\{2 \text{ 或 } 3 \text{ 个空闲服务台}\} = p_0 + p_1 = 0.344\ 92$.
4. (a) $L_s = 1.25$ 台机器; (b) $p_0 = 0.333\ 42$;
 (c) $W_s = 0.25$ 小时.
6. $\lambda = 2$ 次呼叫/(时 · 孩子), $\mu = 0.5$ 个孩子/小时, $R = 5$, $K = 5$.
 (a) 醒着的孩子数 $= 5 - L_s = 1$ 个孩子.
 (b) $p_5 = 0.327\ 68$.
 (c) $p_{n \leq 2} = 0.057\ 92$.

习题 12.7A

2. (a) $E\{t\} = 14$ 分钟, $\text{var}\{t\} = 12$ 分钟². $L_s = 7.867\ 2$ 辆车.
4. $\lambda = 0.062\ 5$ 副眼镜/分钟, $E\{t\} = 15$ 分钟, $\text{var}\{t\} = 9.33$ 分钟².
 (a) $p_0 = 0.062\ 5$; (b) $L_q = 7.3$ 副眼镜;
 (c) $W_s = 132.17$ 分钟.

习题 12.9A

2. 用 $(M/M/1):(GD/10/10)$. 修理工 1 每小时的费用是 \$431.50, 修理工 2 的费用是 \$386.50.
4. (b) $\mu = \lambda + \sqrt{\frac{c_2\lambda}{c_1}}$; (c) 最优生产率 = 2 725 件/时.

习题 12.9B

2. (a) 2 名修理工每小时的费用 \$86.4, 3 名修理工每小时的费用为 \$94.80.
(b) 2 名修理工时, 每次故障的损失 = $\$30 \times W_s = \121.11 ; 3 名修理工时为 \$94.62.
4. 每台机器的故障率 $\lambda = 0.361\ 25/\text{小时}$, $\mu = 10/\text{小时}$. 模型 $(M/M/1):(GD/20/20)$ 得到 $L_s = 0.705\ 29$ 台机器. 损失收入 = \$36.60, 3 名修理工的费用 = \$60.

习题 12.9C

1. (a) 修理工数 ≥ 5 ; (b) 修理工数 ≥ 4 .